المؤشرات التربوية

واستخدام الرياضيات فى العلوم الانسانية

دكتور عبد الله السيد عبد الجواد
مدرس أصول التربية
جامعة أسيوط - كلية التربية

١٩٨٢

بسم الله الرحمن الرحيم

قَالَ تَزْرَعُونَ سَبْعَ سِنِينَ دَأَبًا فَمَا حَصَدتُّمْ فَذَرُوهُ فِي سُنبُلِهِ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تَأْكُلُونَ ﴿٤٧﴾ ثُمَّ يَأْتِي مِن بَعْدِ ذَٰلِكَ سَبْعٌ شِدَادٌ يَأْكُلْنَ مَا قَدَّمْتُمْ لَهُنَّ إِلَّا قَلِيلًا مِّمَّا تُحْصِنُونَ ﴿٤٨﴾ ثُمَّ يَأْتِي مِن بَعْدِ ذَٰلِكَ عَامٌ فِيهِ يُغَاثُ النَّاسُ وَفِيهِ يَعْصِرُونَ ﴿٤٩﴾

" سورة يوسف "

الإهداء

" الرياضيات كالماء تتخلل كل مجال حى "

إلى روح شهيد العلم والكفاح ...

إلى روح أخى محمد ...

أهدى باكورة أعمالى بعد وفاته

محتويات الكتاب

الفصل الاول

المؤشرات التربوية كمرشد لكيفية استخــدام الاحصــاء والرياضيات فى العلوم الانسانيــة

الجزء الاول

نظريات الاحصاء والاحتمالات واهميتها فـــى الدراسات السلوكية والتربويـــة

الفصل الثانى

الاجراءات الأولية لوصف الاحصاءات التربويـــة

الموضوع | الصفحة

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية والتشتت

الفصل الرابع

مقاييس العلاقة بين اكثر من متغير

الموضـــــوع الصفحـــة

الفصل الخامس

التوزيعات الاعتدالية ونظرية الاحتمـــالات

الموضوع	الصفحة

الفصل السادس
تحليل التباين والتباين المشترك

الجزء الثانى
المؤشرات الرياضية وقضايا التربية

الفصل السابع
المبادىء الاولية للمؤشرات الرياضية

الموضـــــوع | الصفحة

الفصل الثامن
التحليل العامـــــلى

الفصل التاسع
تحليل التكاليف والفوائد التعليميــــة

الموضـــوع	الصفحـة

الفصل العاشر
الاسس الرياضية للتخطيط التعليمي

الموضـــوع

الصفحة

الجـزء الثالـث

الحاسبات الآلية وامكانية استخدامها فـى البحـث

الفصل الحادي عشـر

استخدام الحاسبات الآلية والكومبيوتر فـى البحث التربـوي

الفصل الاول

المؤشرات التربوية كمرشد لكيفية استخـــــدام الاحصاء والرياضيات فى العلوم الانسانيـــــة

(١-١) استخدام الاحصاء والرياضيات فى العلوم الاجتماعيـــة والتربوية والنفسية :

لقد ظهر مع بداية القرن الحالى اتجاهات تنـادى باخضاع الدراسات الاجتماعية والتربوية والنفسية للقيـــاس الكمى ، واشتدت قوة هذه النداءات فى الربع الثانى من القرن العشرين فى صورة مجموعة من المقالات التى كتبت فى بعـض المجلات العلمية التى ظهرت فى أمريكا والاتحاد السوفيتـــى وفرنســا وانجلترا .

وقد أخذت هذه المقالات طابعا خاصا فى كل مجتمع مـــن هذه المجتمعات المتقدمة ، ففى الوقت الذى كان يحلم فيــه الامريكان بتطبيق الطرق الرياضية والاحصائية على العـلوم الانسانية بنفس الصورة المستخدمة فى العلوم الطبيعيـــة والاقتصادية ، قام الاتحاد السوفيتى بالتطبيق الفعلى عـلى الخطط التعليمية التى انتهج فيها نفس النهج الموجود فـى الخطط الاقتصادية ، كما قام العلماء الفرنسيون والانجليـز بتطبيق الرياضيات والاحصاء فى دراسة السلوك والاتجاهـــات الانسانية (أمثال بياجيه وزملائه وتلاميذه) ، ويوجد مئـــات المقالات والكتب التى قد لايسع المجال الى ذكرها ككل .

ومن الكتابات التى كان لها صداها فى امريكا فـــى الربع الثانى من القرن العشرين كتاب أرثرس أوتيـــس "الطريقة الاحصائية فى القياس التربوى" (١٠٨) الذى يمكـــن القول عنه بأنه أول مرجع تناول هذا الموضوع سنـــــه ١٩٢٥م، وتبعه هنرى ي جاريط بكتاب عن "الاحصائيات فى علم النفـــس والتربية" (٥٠١) ، وفى سنه ١٩٢٨ ألف كارل ج هولزينجـــر كتاب عن "الطرق الاحصائية للطلاب فى التعليم" (٧٠١)، وفـــى سنه ١٩٣٠ كتب ب.ر.بكنجهام مقالة صغيرة فى "مجلـــــه المدرسة والمجتمع - العدد ٣١" بعنوان "الاحصاءات والاهتمام التعليمى الحديث"

وفى سنه ١٩٣٥ ظهر كتابين أحدهما لكرامر (٨٦) "السلسله الاولى فى الاحصائيات التعليمية" ، والاخر لتشارلس أوديـــل (١٠٦)" "الطريقة الاحصائية فى القياس التعليمى". وفـــى مجال العلوم الاجتاعية كتب جورج دافيز وولتركرودبـــر (٣٠) عن "طرق التحليل الاحصائى فى العلوم الاجتماعية" .

واستمرت الكتابات فى هذا المجال ، ففـــى سنـــه ١٩٣٦م قدم هربرت سوربنسون الاستاذ المساعد بقسم علم النفـــس التعليمى (جامعة مينسوتا) مرجعا لطلابة (١٣٧) عــــــن "الاحصاءات لطلاب علم النفس والتربية" أشار فيه بأهميـــه الدراسات الاحصائية فى التربية وعلم النفس ، وانهالاتقـــل أهمية عن استخدام الرياضيات فى المجالات الاخرى . وتبـــع ذلك العديد من الكتابات التى لايمكن حصرها هنا .

وبالرغم من ضخامة ماكتب عن استخدام الرياضيـــات والاحصاء فى العلوم التربوية والاجتماعية والنفسيـــه ، الا انه يمكن التقرير بأن التطبيق الفعلى لهذه الكتابـــات اقتصر - حتى نهاية النصف الاول من القرن الحالى - علـــى

مجال علم النفس ، حيث بدأ الاهتمام الفعلى بهذا التطبيق على أيدى علماء النفس الفرنسيين فى نهاية العشرينات وبداية الثلاثينات .

ويعتبر اميل دوركيم ـ عالم الاجتماع الفرنسى ـ احد الرواد الاوائل الذين ادخلوا الرياضيات فى البحث الاجتماعى الحديث ، وذلك فى دراسته للاسباب الاجتماعيه للانتحار .

ففى دراسة دوركيم لظاهرة الانتحار جمع الكثير من المعلومات الخاصة بنسب الانتحار فى مختلف البلاد ، وفى مختلف مراحل العمر ، وقد شملت دراسته الديانات المختلفه والحالة الاجتماعية ، وكذلك الاوضاع الاقتصادية .. وكانت مشكلة دوركيم تتعلق بكيفية استخدام هذه البيانات بالنسبة للعوامل المختلفة التى يقوم بدراستها ، وعندما استخدم الرياضيات توصل الى حل للمشكلة ، واوصى بأستخدام الرياضيات فى الدراسات الانسانية (٣٧) .

وكانت دراسة دوريكم (كاطلاق سبوتنك ١) بالنسبه للامريكان .. فلقد شغلت قضية استخدامه للرياضيات فى العلوم الاجتماعية أذهان علماء الاجتماع الامريكيين ومن ثم بدأت تتناول دراساتهم التجريبية على المجتمع والبيئة المدرسية الكثير من الانماط الرياضية .

ففى سنه ١٩٥٤ ، قام بول ف.لازر سفيلد بتجميع مجموعة من المقالات التى تناولت بعض التحليلات الرياضية التى يمكن استخدامها فى مجال العلوم الانسانيه وقد افتتح ت .و. اندرسون الكتاب بمقال عن "الانماط الممكنه لتحليل التغيرات الزمنية فى الاتجاهات" وبالرغم

من ان المقال كان مركزا على علم النفس ، الا انه فتح الطريق لدخول الرياضيات دخولا فعليا فى مجال العلوم الاجتماعية والتربوية (٩٠) .

ولم يمض على نشر كتاب لازر سفيلد عاما حتى قام جون م. فوسكيت بدراسة لاختيار بعض العوامل - كالسن والتعليم والمهنة والدخل - بمشاركة الافراد فى التنظيمات الاجتماعية ، وقد لجأ الى محاولة استخدام الرياضيات فى دراسته ، وقد ساعدته محاولاته هذه فى الوصول الى الحل (٤٧ : ٤٣١) .

ولم يقتصر الامر على هاتين المحاولتين أو ماسبقهما من كتابات ، بل ان دوركيم وفوسكيت تركا القضية تماما فى فترة أصبحت الرياضيات ضرورية لحل المشكلات الاجتماعيه والتربوية ، وتحليل السلوك البشرى الذى يصعب معرفة اتجاهاته بدون أى استخدام للرياضيات (٢٤ : ٧٠)، ثم تتابعت المحاولات الواحدة تلو الاخرى ، وكل محاولة تضيف بعدا جديدا لاستخدام الرياضيات أو الاحصاء فى هذه الدراسات .

ولما كانت الرياضيات تساعد على التعمق فى المعرفه التربوية وتعميق فهم المشكلات المتعلقة بمجال التربية والتعليم ، لذا اهتمت الهيئات الدولية بها ، وقامت بتدريب بعض العاملين فى المجال التربوى على استخدامها فى وضع الخطط التعليمية، باعتبار الرياضيات لغة ممتازه للتعامل مع القضايا أو المشكلات المراد حلها ، بالاضافه الى سهولة التحدث بها عن ابعاد هذه القضايا والمشكلات، ولكن مع ملاحظة انها ليست لغة طبيعية ، بل هى لغه أساسها الاشارة ومحورها الرمز . (١٣٣)

ولقد تغير الوضع منذ أوائل الستينات من القــــرن الحالى ، فلم تعد الرياضيات قاصرة على العلوم الطبيعية والهندسية والاقتصادية ، أو على دراسة الناحية الكمية ، بل أصبحت تدخل فى كل مجال ومن هذه المجالات العلــــوم الانسانية تربوية كانت أو اجتماعية ، كما اصبح مـــن السهل قياس الناحية الكيفية وما يرتبط بالطبيعـــة الانسانية ، بل أن الرياضيات الاحصائية اصبحت المحـــور الاساس فى الدراسات الادبية وعلم الاجتماع وعلم اللغـــه والتربوية ، (٨٢) وأخذت صور جديدة منها صورة المؤشرات الاجتماعيـــه والاقتصادية والمؤشرات الاحصائية ، بعد أن كان هذا اللفظ قاصرا على المؤشرات الاقتصادية والمؤشرات الاحصائية .

ولقد شهدت العشرون سنه الماضية ثورة علمية تغيــرت فيها المفاهيم ، وأصبح الذين يعتبرون أنفسهم أوصيـــاء على الرياضيات فى موقف لايحسدون عليه .. وفى الحقيقه ان العلوم الانسانية بادخال الرياضيات فى حل مشكلاتها اصبحت ترتدى ثوبا جديدا هو ثوب التجريب والمسح الواقعـــى الذى يضمحل فيه الشك . (١٣٣)

وأى نظرة فى الدراسات التربوية من خلال الماضى تبين مدى التزايد المستمر فى استخدام الطرق الرياضية وشبـــه الرياضية فى كل الوجوه التربوية .

ويحق لى أن اقول الان أن الدراسات التربوية أصبحـــت تنافس التخطيط التربوى وعلم النفس والمناهج وطـــرق التدريس فى الاعتماد على الرياضيات ، ومن المحتمل - اذا استمر النمو على ماهو عليه الآن ، واستخدمت الاجهــــزه الاليكترونية فى الدراسات التربوية - ان تنافس العـــلوم الاقتصادية والهندسية والطبيعة والتى يقال عنهـــا أن الرياضيات وجدت لخدمة قضاياها .

وتشمل الرياضيات الاحصاء الذى يستخدم فى كل مجال ومنها المجالات التربوية ، وتتساوى الدراسات التربويه مع علم النفس فى استخدام مثل هذه الطرق ، ولكن الدراسات التربوية وما تتضمنه من تخطيط تربوى تنفرد بالاسقاطات المستقبلية وبعض المؤشرات الخاصة بتحليل النظم .

ولكن ما المقصود بالمؤشرات التربوية ؟ وما الفرق بينها وبين الاحصاءات التعليمية ؟ وما هو الدور الذى يمكن ان تسهم به هذه المؤشرات فى رسم السياسة التعليميه والتخطيط لها وحل مشكلاتها ؟ وما علاقة المؤشرات التربوية بكل من المؤشرات الاحصائية والاقتصاديه والاجتماعية ؟

(١-٢) من المؤشرات الاحصائية والاقتصادية الى المؤشرات الاجتماعية :

فى الحقيقة ، انه فى الوقت الذى كانت فيه الدول المتقدمه الآن تعيش فى عالم الجهل والنسيان ؛ شهدت مصر - وبخاصة فيما قبل الميلاد - تقدما حضاريا ملحوظا فى جميع المجالات الاقتصادية والاجتماعية ،واستخدمت فى هذا التقدم الكثير من الافكار والمفاهيم التى اصبحت اليوم بمثابة نظريات ينسبها علماء الغرب لانفسهم .

وبالرغم من المحاولات الجادة التى بذلها ويبذلها علماء الحضارات الغربية للتوصل الى انواع جديدة من المعرفة ، الا انه لايمكن انكار الحدث التاريخى الذى خلدته الكتب المقدسة : العهد القديم (٥٤) والقرآن الكريم عن فكره المؤشرات .

وتصور الكتب المقدسة هذه الفكرة فى صورة خطه طويلة المدى يضعها النبى يوسف ـ عليه السلام ـ تشمل النواحى الاقتصادية والاجتماعية ، وذلك بناء على حلم ملك مصر فى ذلك الوقت .. ولم يقتصر يوسف على وضع الخط ؛ بل انه طلب من الملك ان يجعله مشرفا على التنفيذ ايضا .

والدارس لتاريخ الحضارات الغربية يجد انه بالرغم من التقدم الملحوظ فى شتى المجالات الخاصة بالمؤشرات الاحصائية والرياضية ـ الرياضيات الاقليدية ، والدوال ، ونظم التحويلات ، والدوال المحدودة وغير المحدوده ـ الا انه يجد ان ادخال هذه المؤشرات فى المجالات الاقتصادية والسياسية والاجتماعية تأخر حتى القرن السابع عشر ، عندما ابتكر عالم الحساب السياسى "William Petty" فكره حساب الاقتصاد القومى ، وتبعه عالم الفيزيوقراطى الفرنسى "فرانسواز قويسنا" فى القرن الثامن عشر بالجداول الاقتصادية . (٥٥ : ١٦٢)

ولقد أخذت المؤشرات الاقتصادية السائدة فى ذلك الوقت صورا كلاسيكية حتى قرب نهاية القرن التاسع عشر وبداية القرن العشرين ، وهى الفترة التى قام فيها الفريد مارشال وجون ميناردكينز بتحويل مجرى هذه المؤشرات والعمل على تحديثها بما يناسب الاقتصاد البريطانى فى ذلك الوقت . (٥٥ : ١٦٢)

وعلى الجانب الآخر ظهرت البادرة الاولى لاستخدام المؤشرات الاحصائية فى المجالات الاجتماعية بالمانيا ؛ ومنها ترجمت الى الانجليزية فى سنه ١٧٧٠ . ويشير عالم الاحصاء الفرنسى " Moreau De Jonnes " فى كتاباته ؛ الا ان تطور مفهوم المؤشرات لم يسير موازيا فى كل

التاريخ - منذ ظهوره فى المانيا - للتطبيق الفعلى فى المجالات السياسية والاجتماعية .. وعلى النقيض من ذلك نجح جيمس مديسون وطومسون جيفرسون فى سنه ١٧٩٠ ، ١٨٠٠ فى كسر القاعدة ، وأدى ذلك الى استخدام المؤشرات فى التعدادات السكانية وغيرها من الامور التى اثيرت فى الكونجرس الامريكى فى تلك الفترة . (٥٤)

ومع بداية القرن العشرين أسفرت التقارير الاقتصاديه وحسابات العائد الاقتصادى ، وتحليل التكاليف والفوائد ، ونظريات التخطيط الاقتصادى عن وجود عناصر غير طبيعية لها تأثيرها وخصائصها وتفاعلاتها ، وهذه العناصر يصعب دراسة تغيرها باستخدام المؤشرات الاقتصادية ، وترتب على ذلك العودة الى فكرة المؤشرات الاجتماعية التى كادت أن تنقرض . (٥٥ : ٢٥٥ - ٢٥٩)

وبالرغم من أن نمو المؤشرات الاجتماعية سار بخطى بطيئة فى النصف الاول من القرن العشرين ، الا ان التغير الاجتماعى الكبير الذى حدث بعد الحرب العالمية الثانية ، وما ترتب عليه من تغيرات فى التنظيمات الاجتماعية الخاصة بتنظيم الثروة ونمو الدخل القومى ، وتوزيع الثروة وعلاقة هذا التوزيع بالاستثمار والاستهلاك والرخاء أو الرفاهية ، والتغير الحادث فى التنظيمات العمالية والسياسية والعلاقات الداخلية والدولية والتكامل الثقافى والاجتماعى ، كل هذا أدى الى استخدام المؤشرات الاجتماعية والاهتمام بها ، وعقد المؤتمرات التى تسهم فى نمو حركه هذه المؤشرات وتعمل على تطوير نظرياتها . (١٤٥)

ويقصد بالمؤشرات الاجتماعية كما ورد فى تقرير سنه ١٩٦٩ لقسم الصحة والتعليم والرخاء الامريكى : العلاقات

المستنتجة من الاساليب الاحصائية المستخدمة فى اختصار التسهيلات ، والاحكام المقارنه والموضوعية الخاصة بحالة المطالب العامة للمجتمع والحياة الاجتماعية ، وكل الوسائل والاساليب التى يمكن استخدامها بصورة مباشرة فى قياس الحياة النوعية والرخاء وصور التغيرات الحقيقية للنظم الاجتماعية ، هذا بالاضافة الى الاشكال البيانية التى تبين ممعدلات النمو فى العاملين بالمجالات الثلاثة موضوع اهتمام القسم . (١٥٠)

أما البرت د. بديرمان فيرى ان المؤشرات الاجتماعية تعتبر الطريقة التى من خلالها يمكننا فهم النظرات الضمنية للمجتمع والخاصة بتاثيرات احكام الافراد تجاه القضايا الاجتماعية ، وتقوم على مجموعة من الاسس الاحصائية والرياضية التى يمكن استخدامها فى آية محاولة خاصة بقياس أو التاكيد أو المقارنه أو الحكم أو التدليل أو الاشارة الى وجود الظاهرة أو آثارها . (١٣ : ٩٠)

والمؤشرات الاجتماعية بهذا المعنى تستخدم فى التعرف على خصائص التنظيمات الاجتماعية وتفاعلهاوتغيرها والعمل على حل مشكلاتها ، ورسم السياسات والخطط واختيار أصلح البدائل التى تسهم فى تصحيح مسار هذه التنظيمات بما يسهم فى رقى المجتمع المستمر. (١٦٣ : ٢١١)

كما يمكن استخدام المؤشرات الاجتماعية فى قياس التكاليف الخاصة بالاستثمارات والخدمات الاجتماعيةوأثرها الحقيقى والفعال على تكاليف الانتاج ، ومايرتبط بذلك من فوائد اجتماعية وعوائد اقتصادية مخلقة ، وقياس وتحديد المشاكل والامراض الاجتماعية كالجريمة وعلاقتهابحجم

الاسرة ، وبيان مدى تكافؤ الفرص الاقتصادية والحراك الاجتماعى والاقتصادى للافراد ، هذا بالاضافة الى تعيين الميزانيات الفعالة التى تتطلبها المعيشة والتعليم (٨٨ : ٦ - ٧) .

(١-٣) المؤشرات التربوية كرافدة من روافد المؤشرات الاجتماعية : (١٦٣ : ٢١٠) .

من العرض السابق يتضح لمدى تعدد مجالات المؤشرات الاجتماعية وشموليتها للعديد من الروافد والتفرعات الخاصة بالرفاهية والاجتماعية والاقتصادية ، والتنظيمات الاجتماعية والعقائدية ، والمجالات والوسائل التى تخدم اهداف هذه التنظيمات ، وانشطتها المتعددة والمتغيرة ، وما يتعلق بهذه المجالات والوسائل من توقعات مستقبلية .

وبالرغم من شمولية المؤشرات الاجتماعية وتغطيتها لمجال التربية ، الا أن الباحث أو الكاتب فى مجال المؤشرات الاجتماعية كان يكتفى بالاشارة الى التربيه ، أو وصف النظام التعليمى الاكاديمى ملخصا علاقاته بالنظم الاجتماعية كمجال من المجالات المؤثرة فى هذه النظم ، أو اعتبار التربية كمؤشر من المؤشرات الاجتماعية (٣٥ : ٦٦٤ -٦٧٠) .. لهذا السبب انبثق نجم المؤشرات التربوية كرافدة من روافد المؤشرات الاجتماعية فى نهاية الستينات (٤٣) وفجر السبعينات (٥١) .

— ولقد أخذت المؤشرات التربوية العديد من الاسماء قبل أن تأخذ اسمها الشائع فى سنه ١٩٧٥ .. فعلى سبيل المثال

استخدم "فيراس" فى سنه ١٩٦٩ تعبير "المؤشـــرات الشائعة فى التربية ..." مركزا كتابة على التربيـــه الامريكية ، كما تناولت بعض الابحاث التى قدمها المشتركين فى مؤتمر خدمة القياس التربوى سنه ١٩٧٠ موضوع المؤشرات التربوية تحت عنوان "دلالة ومخاطر نظم المعلومـــات التربوية" ، واخيرا استقر الامر على تعبير المؤشـــرات التربوية فى سنه ١٩٧٥ . (٥٢ : ١١ - ٢٧)

وحيث ان المؤشرات التربوية مشتقة من المؤشـــرات الاجتماعية الام ، لذا فان مفهومها يتحدد فى ضوء المفهوم العام والشامل للمؤشرات الاجتماعية . اى ان المؤشـرات التربوية يقصد بها تلك العلاقات المستنتجه من العمليات الاحصائية والرياضيات ، والاجراءات المستخدمه فى التعرف على مراكز الاهتمام والنشاط التربوى ، ومايتصل بهـا من توقعات أو اسقاطات مستقبلية تعمل على تغيير الوضـــع الشائع . (٥٢ : ١١ - ١٢)

والمؤشرات التربوية بهذا المفهوم تتطلب نوعين مـن المقاييس : النوع الاول ويستخدم فى داخل مجال التربيـه للوقوف على النمو فى المعارف وغيرها من أنماط السلوك، وللتعرف على واقع التعليم وتدفقاته .. اما النـــوع الثانى فيستخدم فى تحليل المدخلات التربوية ومسارها فـى الوقت الحالى وعلاقة ذلك بالمخرجات ، وما يرتبط بذلـك من تكوين صورة استقاطية لمستقبل هذه المدخلات والمخرجات.

ويتمثل النوع الاول من هذه المقاييس فيما يستخـدم فى النظريات الاحصائية والاحتمالات من علاقات وقوانـــين، وهذه المقاييس لها اهميتها الخاصة فى الدراسات السلوكية

والتربوية ، لانها تكشف عن مؤشراتها المؤسسة على المعرفة المسبقة بالمعلومات التى لدينا عن الظاهرة المدروسة ثم تقوم بعلاج هذه المعلومات بصورة تساعدنا فى الوقوف على سلوك الظاهرة فى الوقت الذى قيست أو جمعت فيه المعلومات هذا بالاضافة الى معرفة مدى ارتباط هذه الظاهرة بغيرها من الظواهر ، أو مدى اختلافها عن هذه الظواهر أو عن توقعاتنا نحوها .

اما مقاييس النوع الثانى فتستخدم فى علاج القضايا التربوية ورسم سياسه التعليم فى المستقبل ، هذا بالاضافة الى فائدتها فى تفسير وعلاج القضايا الخاصه بالعلوم الانسانية والاجتماعية .

ولاهمية هذه المقاييس للباحثين فى مجالات العلوم الانسانية والنفسية والتربوية سنقوم بتقسيم الفصول التالية الى ثلاثة اجزاء : يخص الجزء الأول منها لنظريات الاحصاء والاحتمالات واهميتها فى الدراسات السلوكية والتربوية ... ويخص الجزء الثانى للمؤشرات الرياضية وقضايا التربية ... واخير يخص الجزء الثالث لاعطاء فكرة عن الحاسبات الآلية وامكانية استخدمها فى البحث ..

الجـــزء الأول

نظريات الاحصاء والاحتمالات
وأهميتها فى الدراسات السلوكية والتربويـة

الفصل الثاني

الاجراءات الاولية لوصف الاحصاءات التربوية

(٢-١) المجتمع الاصلي واختيـــار العينـــات :

يعتبر تحديد المجتمع الاصلى واختيار العينـــات منه المشكلة الاولى من المشكلات التى تواجه الباحث فـى الدراسات التربوية والاجتماعية وعلم النفس .. ولحـــل هذه المشكلة يحاول الباحث الاجابة على عدة أسئله منها : ما هو المجتمع الاصلى الذى يقوم بدراسة الظاهرة او نقطــه الدراسة فيه ؟ وما هي افضل عينه يستطيع ان يختارها لكى تمثل هذا المجتمع من جميع جوانبة ؟ وما حجم هذه العينــه بالنسبه للمجتمع الاصلى .

ويوجد العديد من التعريفات التىتحدد المجتمع الاصلى فعلى سبيل المثال يعرفه "تشارلس وينك" بانه "جماعه مـن الافراد يشتركون معا فى الصفات الوراثية التى آلت لهم من الاسلاف الذين هم يحلون محلهم" (١٥٩ : ٤٢٨) .. ويعرفـــه "دافيد هورست تومس" بانه عبارع عن "مجموعات من الافـــراد يكون لها نظام حياة كجنس بشري واحد موجود فى منطقـــــه محدودة فى زمن معين" (١٣٩ : ٢٤) .

وبصفه عامه ، يقصد بالمجتمع الاصلى فى هذا الكتـــاب مجموعة الافراد الذين يشتركون معا فى سمه معينه يـــراد قياسها ؛ سواء أكان هذا المجتمع يمثل المجتمع ككـــل ، او يمثل فئه أو طبقة اجتماعية منه .

والمقصود بالعينه "أى جماعة من الافراد لها نفس السمات أو الصفات السائدة وسط الذين يعيشون فى مكان ما" (١٥٩ : ٤٢٨) .. أو هى عدد من الافراد توجد بها - أو لديها - نفس السمة الموضوعة تحت الدراسة ، ويمكن اختيارها بتسجيل أفراد المجتمع الاصلى فى صورة طبقات او فئات تنازليا او تصاعديا طبقا للمتغيرات الخاصة (كالطول او العمر مثلا) ، ثم يتم الاختيار من بينها بصورة تساهم فى اتاحة الفرصة لاى فرد فى المجتمع الاصلى ان يظهر او يختار العينة . (١٢٥ : ٧) .

أى أن العينة هى مجموعة من الافراد تحمل نفس السمة المراد قياسها او دراستها فى المجتمع الاصلى .. فاذا كانت السمة المراد قياسها هى "المحددات المؤثره فى تنمية الاستعداد العقلى للامٌيين من ذوى المستوى الثقافى الاعلى" مثلا ، فان المجتمع الاصلى يمثل جميع الاميين الذين ينتمون الى منطقة اجراء الدراسة ، اما العينة فتعتبر فئة جزئية من هذا المجتمع بحيث يكون لها نفس السمات فى المجتمع الاصلى .. بمعنى انها تتساوى مع المجتمع الاصلى فى عدم قدرة افرادها على القراءة والكتابه، وان تختار من الريف والحضر على حد سواء ، وان يكون افرادها لهم نفس المستوى الاقتصادى - الاجتماعى المتوسط ، وغيرها من العوامل والسمات الاخرى .

فاذا استطاع الباحث ان يحدد مجتمع الدراسة ، وأراد أن يختار عينة ، فانه ينتهج نهجا معينا فى اختيار العينه بحيث تمثل المجتمع الذى قام بتحديده ، والذى يحوى السمة المراد دراستها .. وقد يكون المنهج المتبع معتمدا على العشوائية ، وقد تختار العينة بطريقة طبقية أو ......

ومهما يكن نوع الاختيار ، فان العينه المختارة ، ينبغى أن تمثل المجتمع الاصلى تمثيلا تاما .. ولكى تتوافر فيها هذه الصفة ينبغى أن يكون حجم العينه معقول بالنسبة للمجتمع الاصلى ، ويحمل افرادها السمه المراد قياسها .. و يتحدد حجم العينة بالنسبة المئوية لعدد افرادها بالنسبة الى عدد أفراد المجتمع الاصلى . أى أن نسبه العينة بالنسبة للمجتمع الاصلى تتحدد بالعلاقة :

$$\text{نسبة العينة} = \frac{\text{عدد افراد العينة}}{\text{عدد افراد المجتمع الاصلى}} \times ١٠٠ \qquad (١-٢)$$

ولاتستخدم النسب المئوية فى تحديد مدى تمثيل العينة للمجتمع الاصلى فقط ، ولكنها تستخدم فى معالجة بعض المعلومات التى تتطلب هذا النوع من المعالجه ،وسنتناول هذه الفكرة بشىء من التفصيل فى الجزء التالى .

(٢-٢) النسب والنسب المئوية :

تعتبر النسب والنسب المئوية من الموضوعات التى درسناها فى مراحل التعليم السابقة ، وهى من المفاهيم التى تلعب دورا كبيرا فى الوقوف على حجم المعلومات الخام ، وذلك لان مثل هذه المعلومات لاتدل على شىء اذا ذكرت دون أن تنسب الى شىء محدد يمكن المقارنه به .. فعندما أقول حصل محمد على س درجة فى الحساب ، فان س لاتبين مستواه بالضبط فى الحساب : أهو قوى ؟أم متوسط أو ضعيف ؟ .

أما اذا قلت انه حصل على س درجة من ١٠٠ مثلا ، ففى هذه الحالة استطيع ان اخرج بجزء من الحقيقة الخاصة

ومستواه ، صحيح ان هذا لايبين مستواه بالضبط ، فلربمـــا يكون الدرجة ٨٥ درجة من ١٠٠ فى فصل كل تلاميذه حصلوا على درجات أعلى من ذلك ، وفى هذه الحالة نلاحظ انــــه بالرغم من انه يعد من الطلاب الممتازين لحصوله علـــى هذه الدرجه ، الا ان مستواه اقل من مستوى زملائة فى الفصل .

وبالرغم من آن النسب والنسب المئوية قد لاتكشـــف النقاب عن الحقيقة كشفا تاما ، الا انه لايمكن انكـــار اهميتها وفوائدها فى بيان حجم النمو أو التقدم الموجود . ففى المثال السابق اذا قام المدرس بتطبيق امتحـــان آخر وحصل محمدعلى نسبة آكبر من ذلك آواصغر حـتى اذا كان الامتحان من ١٠ درجات هذه المرة ، استطاع المدرس ان يقف على مستوى نمو محمد ، كما يستطيع ان يتنبـــأ بمستواه فى المستقبل القريب .

ولاتقتصر أهمية النسب والنسب المئوية على بيـــان حجم النمو أو التقدم الحادث فى شئ ما ، بل لها اهميتها فى تحديد بعض المعاملات المعيارية كمعامل التبايـــن ، ومعدلات التدفق ، ونسب العائد او الفاقد ، وحجم التغيـــر فى جزئية من ظاهرة بالنسبة للتغير فى الظاهرة ككل . هذا بالاضافة الى انه بالرغم من آن النسب قيم عدديه الا انها تخدم الناحيتين الكمية والكيفية على حد سواء ، ويمكـــن استخدامها فى المقارنه بين اشياء مختلفة فى النوع .

فعلى سبيل المثال اذا أردنا المقارنه بين الفاقـــد الناتج عن التسرب والفاقد الناتج عن الرسوب فى الافـــواج العشرة لدراسة " الفاقد الكمى فى المرحلة الابتدائية فـــى ج٠م٠ع (١٦٧ : ٣٠٥-٣٠٦) ، فاننا نلاحظ ان المقادير الخام

لهذا الفاقد ـ مقدرة بوحدة التكلفة (متوسط تكلفة الطالب السنوية) ـ تكون غير دالة بالنسبة للافواج العشرة ، ويوضح الجدول (٢ـ١) هذه الحقيقة .

الجدول (٢ـ١)

المقارنة بين الفاقد الناتج عن التسرب والفاقد الناتج عن الرسوب فى الافواج العشرة باستخدام الاعداد الخام

الفوج	الفاقد الناتج عن الرسوب	الفاقد الناتج عن التسرب	الفاقد الكمى
الاول ٦٠/٦١ــ٠٠	٩٢٠٤٢	١٦١٥٧٩٧	١٧٠٧٨٣٩
الثانى ٦١/٦٢ــ٠٠	١٠٩٤٢٠	١٥٠٠٩٧٢	١٦١٠٣٩٢
الثالث ٦٢/٦٣ــ٠٠	١١٨٠٠٤	١٦٥٠٢٢٦	١٧٦٨٢٣٠
الرابع ٦٣/٦٤ــ٠٠	١٣٣٢٥٦	١٧٢٤٢٣٨	١٨٥٧٤٩٤
الخامس ٦٤/٦٥ــ٠٠	١٥٣٨٢٥	١٤٩٦١٠٩	١٦٤٩٩٣٤
السادس ٦٥/٦٦ــ٠٠	١٦٠٤٤٧	١٥٣٥٥٧٤	١٦٩٦٠٢١
السابع ٦٦/٦٧ــ٠٠	١٩٦١٧٢	١٢٠٠٤٥٢	١٣٩٦٦٢٤
الثامن ٦٧/٦٨ــ٠٠	٢٤٣٣٨٩	١٠٥٨٧٨٦	١٣٠٢١٧٥
التاسع ٦٨/٦٩ــ٠٠	٢٧٦٢٤٢	٨٨٣٠١٧	١١٥٩٢٥٩
العاشر ٦٩/٧٠ــ٠٠	٢٥١٧٥٨	٨٨٨٣٧٥	١١٤٠١٣٣

واضح انه اذا دققنا النظر فى الجدول السابق لوجدنا ان المعلومات الخاصة لاتساعدنا على صنع التصور الكامل أو المقارنة بين الافواج العشرة بشىء من الموضوعية .. اما اذا نسبنا هذا الفقد الى جملة

التكاليف الكلية التى يتكلفها كل فوج لو استمر بكامله حتى الانتهاء من سنوات هذه المرحله [1] لامكن التوصل الى نتيجة ادق وأفضل .. يبين الجدول (٢-٢) مدى الفائدة التى تعود على الباحث عند استخدام النسب فى هذه المقارنه .

الجدول (٢-٢)

المقارنة بين الفاقد الناتج عن التسرب والفاقد الناتج عن الرسوب فى الافواج العشرة باستخدام النسب المئويه

الفوج	جمله التكلفة	الفاقد الناتج عن الرسوب	الفاقد الناتج عن التسرب	الفاقد الكلى
الاول	٢١٥٨١٠٠	٩ر٢	٢ر٥١	١ر٥٤
الثانى	٣٢١٨٨٣٢	٤ر٣	٦ر٤٦	٠ر٥٠
الثالث	٣٤٣٨٩٦٦	٤ر٣	٠ر٤٨	٤ر٥١
الرابع	٣٦٨٥١٣٤	٦ر٣	٨ر٤٦	٤ر٥٠
الخامس	٣٨٤٣٩١٨	٠ر٤	٩ر٣٨	٩ر٤٢
السادس	٤٠٢١٥٠٠	٠ر٤	٢ر٣٨	٢ر٤٢
السابع	٣٧٥٣٦٩٠	٢ر٥	٠ر٣٢	٢ر٣٧
الثامن	٣٨٣٥٠٠٨	٣ر٦	٦ر٢٧	٩ر٣٣
التاسع	٤٠٧٦١٢٤	٨ر٦	٧ر٢١	٥ر٢٨
العاشر	٤٢٦٧٠٤٤	٩ر٥	٨ر٢٠	٧ر٢٦
المتوسط	٦ر٣٧٢٩٨٣١	٦ر٤	٢ر٣٧	٨ر٤١

(١) حسبت تكاليف الافواج العشرة بضرب عدد الاطفال الملتحقين بالتعليم الابتدائى فى بداية هذه الافواج (١٦٧: ٣٠٠) فى متوسط تكلفة التلميذ خلال السنوات السته و اتباع نفس الوحده المتبعة فى التكلفة الواردة بالجدول (٢-١) .

ويلاحظ فى هذه الحالة اننا نستطيع المقارنة بين الافواج العشرة باستخدام الاعمدة الرأسية ، كمانستطيع المقارنة بين نسب الفاقد الناتج عن الرسوب والفاقد الناتج عن التسرب باستخدام الصفوف الافقية .

وللنسب المئوية دلالتها النسبية ، فعلى سبيل المثال اذا أردنا أن نقارن بين الفاقد الناتج عن التسرب فى الافواج العشرة واستخدمنا فى هذه المقارنه الاعداد الخام ، وجدنا أن ترتيب الافواج طبقاللجدول (٢-١) يأخذ الصورة : الرابع ثم الثالث ثم الاول ثم السادس ثم الثانى ثم الخامس ثم السابع فالثامن ثم العاشر ثم التاسع .. اما اذا استخدمنا النسب المئوية بالنسبة لجملة التكلفة وجدنا ان الوضع يختلف كما فى الجدول (٢-٢) ووجدنا أن الفاقد الناتج عن التسرب يتناقص باستمرار بالمقارنه بالفوج الاول .. أى انه يوجد اختلاف كبير بين مقارنة الاعداد الخام ومقارنة النسب المئوية ، فالاولى لم تعط شيئا ذا دلالة ، أما الثانية فقد اعطت دلالة شبه كافية ، وهذا يبين ان النسب والنسب المئوية يمكن استخدامها لمقارنة مجموعات الاشياء على اساس من التكافؤ (٥٧ : ١٦) .

ومن الافضل ان نبرز بعض الاحتياطات التى ينبغى مراعاتها عند استخدام النسب والنسب المئوية فى معالجة المعلومات الخاصة بالظاهرة المدروسة ، ومن هذه الاحتياطات ما يلى[1] :

---

(١) استخدم جيلفورد (٥٧:١٦-١٨) بعض المحددات التى تشبه هذه الاحتياطات .

١- صحيح أن النسبة المئوية لاى عدد اقل من (١٠ر٠) يمكن حسابها بدون تردد ، الا أن التعامل مع هذه الاعداد الصغيرة لايظهر اثره الدال عند ايجاد النسب المئوية وبخاصة اذا ماتمت المقارنة بينه وبين أعداد كبيرة، فعلى سبيل المثال .. اذا رغبنا فى المقارنه بين النموالسكانى فى كل من مصر والهند مستخدمين النسب المئوية ، وقلنا ان عدد السكان فى الهند فى بداية ١٩٨١ كان ٥٦٠ مليون نسمة ، واصبح فى نهاية العام ٥٧٣ر٠٦ مليون نسمة "مثلا" بينما تغير عدد السكان فى مصر من ٤٣ر٠٠١٢ مليون نسمه الى ٤٤ر٠٠٤ مليون نسمة فى نفس الفترة ، فأننا نلاحظ ان معدل النمو فى الحالتين مقربا الى اقرب رقمين عشرين ٢ر٣٣٪ .. اما اذا استخدمنا نسب اخرى كمعدل الزيادة لكل عشرة آلاف من السكان فاننا نلاحظ أن معدل الزيادة السكانية فى الهند ٢١ر٢٣٣ ، اما فى مصر ٢ر٢٣٣ .

أى أن استخدام النسب المئوية فى مثل هذه الحالات لايكون ذات دلالة لذا كان اللجوء الى مضاعفات هذه النسبة (فى الالف ولكل عشرة آلاف و ....).

٢- ان مجموع كل النسب الخاصة بتقسيمات أى ظاهرة ينبغى ان تكون اقل من أو مساوية للواحد الصحيح .. فعلى سبيل المثال اذا افترضنا ان عدد الذكور فى مصر سيصبح فى نهاية عام ١٩٨٢ (٢١ر٥٨١ر٧٠٧ نسمه) بينما سيصبح عدد الاناث ٢٢ر٤٢٢ر٢٠٥ نسمة ، فى هذه الحالة نجد ان مجموع نسبتى الذكور والاناث لجملة عدد السكان يكون أقل من او مساويا للواحد الصحيح .. ففى هذا المثال نلاحظ أن الذكور يمثلون ٤٩ر٠ من جملة

السكان ، بينما الاناث يمثلن ١٥ر٠ وذلك الى أقرب رقمين عشريين .. وواضح ان مجموع هاتين النسبتين يساوى الواحد الصحيح .. اما اذا استخدمنا التقريب الى أربعة ارقام عشرية وجدنا ان النسبة الاولى هى ٤٠٩ر٠ والثانية ٥٩٠ر٠ .. وواضح ان المجموع فى هذه الحالة اقل من الواحد الصحيح .

٣- ان النسب تختلف عن النسب المئوية ، فالاولى تكون قيمتها اقل من أو تساوى الواحد الصحيح ، بينما تكون النسبة المئوية اقل من أو تساوى ١٠٠ ، وبهذا نلاحظ ان النسبة مقارنة بالنسبة المئوية تكون مساوية للمقدار $\frac{١}{١٠٠}$ هذا بالاضافة الى أن النسبة تستخدم عادة فى مقارنة التزايد او التناقص الحادث فى شىء ما بالنسبة لأساس هذا الشىء (١).

وبصفة عامة ؛ فان استخدامنا للنسب يكون فى العادة أكثر من استخدامنا للنسب المئوية .. فالاولى تستخدم فى الاحتمالات التى توضع فى صورة نسبة ، فعلى سبيل المثال اذا كان الامتحان الذى أقدمه للطالب هو ان يختار الاجابة الصحيحة من بين اجابتين ، فان احتمال الاجابة الصحيحة يكون فى الصورة $\frac{١}{٢}$ ، اى فرصة صحيحة فى كل الاجابتين .. كذلك تستخدم النسب فى معاملات الارتباط التى تتراوح ما بين صفر ، ١ فى الاتجاه الموجب أو السالب ، هذا بالاضافة الى استخدامها فى توزيع مجموعات المجتمع الاصلى او العينة الممثلة على منحنى التوزيع المتماثل (المنحنى الاعتدالى).

وفى العادة لانلجأ الى النسب المئوية الا فى المعدلات كمعدلات الذكاء (نسبة الذكاء) ومعدلات التدفق

---

(١) يلاحظ أن النسب والنسب المئوية قد تتضاعف قيمتها فيقال أن عدد السكان تضاعف مثلا ، أو ان الانتاج أو الدخل القومى زاد الى ٢٠٠٪ مثلا .

(نجاح – رسوب – تسرب ...) ، ومعدلات التزايد في الطلاب أو النفقات أو ... وقد نلجأ لها اذا كنا نريد الحصول على نتيجة مضبوطة لايمكن التوصل اليها بأستخدام مدى أو نطاق النسبة (صفر – ١) ، وقد نلجأ الى مضاعفات النسب المئوية لزيادة الدقه كما ذكر في الاحتياط الاول .

ويلاحظ من العرض السابق أن حديثنا كان مقتصرا على مقارنة الاشياء المتشابهة في النوع ، كنجاح وتسرب ورسوب نفس الطلاب ، وكزيادة أو تناقص الدخل – حيث تكون وحدة القياس المستخدمة عبارة عن مبالغ أو تقديرات مالية – أو العائد أو الفاقد في القوى البشرية ، أو مقارنه العمر العقلي بالعمر الزمني (نسبة الذكاء) ، وحتى في الاحتمالات استخدمنا للمقارنة أشياء يمكن ادراجها تحت نوع أو جنس واحد .. ولكن كثيرا ما نستخدم النسب لمقارنة أشياء مختلفة في النوع ، كأن نقارن أعضاء هيئة التدريس بالطلاب ونقول عضو هيئة تدريس لكل ١٠٠ طالبا ، أو نقول أن وحدة التكلفة س جنيها لكل طالب ، أو نقول قطع ٥٠ كجم كل ساعة أو في الساعة .. وسنستخدم هذا النوع من النسب في حساب تكاليف وفوائد التعليم ، وفي التعامل مع بعض المؤشرات الأخرى التي يتناولها موضوع المؤشرات التربوية .

(٢–٣) الجداول الاحصائية والتوزيعات التكرارية :

لامكانية التعامل مع الظاهرة موضوع الدراسة بسهولة ينبغي أن يقوم الدارس بتصنيف المعلومات الكمية التي قام بتجميعها عن الظاهرة في صورة جداول احصائية كل منها على شكل مصفوفة ، وتختلف اشكال الجداول أو درجة

المصفوفات المستخدمة طبقا لنوعية وعدد المؤشرات المتضمنة في الظاهرة .

ويوضح الجدول رقم (٢-٣) درجات ٨٣ ورقة في مادة "أصول التربية" في العام الجامعي ١٩٨١/٨٠ قمت باختيارها بطريقة عشوائية لمعرفة مستوى الامتحان بالنسبة لطلاب الفرقة الثالثة بالكلية ، وكانت النهاية العظمى ٥٠ درجة .

الجدول (٢-٣)

درجات طلاب الفرقة الثالثة في مادة "أصول التربية"

٢٦	٢٧	٢٥	٣١	٢٨	٢١	٢٢	٢٥	٢٨	٢٥	١٦	٢٧
صفر	٢٢	١٠	٢٥	٣٤	٢٧	٣٥½	٢٥	٣٠	٢٧	١٨	١٩
٣٧	٢٥	٣٤½	٢٢½	٢٩	١٥	١٨	٢١	٣٢	١٧½	٢١	٢١
٤١	٣٢	٢٩	٣٣	٣٠	٢٥	٢٩	٣٧½	٣٢½	٢٠	١٥	٢٢
٤٠	٣٤	٣٧½	٢٠	٣٩	٢٦	٣٠	٢٠	٢٧½	١٩	٣٣	٢٥
٢٤	٢٠	٢٥	٢٥	٩	٢٠	٢٦	٢٥	١٢	٢٥	٢٠	١٣
٣٧½	٤٢½	٣٨	٧	٣٢½	٢٦	١١	٤٤	٣٢½	٢٢½	١٤	—

ويلاحظ من الجدول السابق تكرار بعض الدرجات اكثر من مرة ، لذا يفضل استخدام نوع من الجداول لايكون في شكل مصفوفة كل عناصرها الموجودة في الصفوف والاعمدة كميات من نفس النوع أو الجنس ، ولكن في شكل مصفوفة تحوي متغيرين (مثلا) .. ففي الجدول السابق يمكن اعتبار درجة الطالب متغير ، وعدد الطلاب الذين حصلوا على هذه الدرجة متغير آخر ، ويوضح الجدول رقم (٢-٤) هذه المصفوفة في صورة تسهل الاجراءات الاحصائية .

الجدول (٢ – ٤)

درجات الطلاب فى مادة أصول التربية وعددالطلاب الذين حصلوا على كل درجة من هذه الدرجـــات

الدرجة	عدد الطلاب	الدرجه	عددالطلاب	الدرجه	عددالطلاب
صفر	١	٢١	٤	٣٣	٢
٧	١	٢٢	٣	٣٤	٢
٩	١	٢٢ ½	٢	٣٤ ½	١
١٠	١	٢٤	١	٣٥ ½	١
١١	١	٢٥	١٢	٣٧	١
١٢	١	٢٦	٤	٣٧ ½	٣
١٣	١	٢٧	٤	٣٨	١
١٤	١	٢٧ ½	١	٣٩	١
١٥	٢	٢٨	٢	٤٠	١
١٦	١	٢٩	٣	٤١	١
١٧ ½	١	٣٠	٣	٤٢ ½	١
١٨	٢	٣١	١	٤٤	١
١٩	٢	٣٢	٢	—	—
٢٠	٦	٣٢ ½	٣	—	—

صحيح أن المصفوفة السابقة تسهل العمليات الاحصائيـــة وتعطى صورة أكثر تبسيطا من الجدول (٢–٣) ، الا ان هــــذه الطريقة لاتصلح اذا كان مدى الدرجات اكبر من ذلك وبخاصــة فى حالة زيادة حجم العينة وتشتت أفرادها ، هذابالاضافـــة الى ان هذه الطريقةتؤدى الى انفصال الفئات وعــــــــدم انتظامها .

هذا بالنسبة للجداول الاحصائية ، اما بالنسبة للتكررات فتمثل بالعمود الثانى (عدد الطلاب) أى التكرار الخاص بكل درجة حصل عليها أفراد العينة ، ويقصد بالتكرار عدد الاغراض او الاحداث أو الافراد فى التصنيف والذين لهم نفس الوزن أو الدرجة . (٥٧ : ١٥) .

وبالرغم من أن الطريقتين السابقتين تعطيان نتائج أكثر دقة بالنسبة للوسط الحسابى والانحراف المعيارى وغيرها ، الا انه لسهولة الحساب يستخدم جداول التوزيعات التكرارية ، أو جداول التوزيع التكرارى المعيارى. وللحصول على هذا النوع من الجداول نقسم المدى المطلق الى فئات متساوية ، ثم نوجد التكرار الخاص بكل فئة ، ويتحدد المدى المطلق من العلاقة (١٢٥ : ٣١-٣٢) :-

المدى المطلق = الحد الاعلى ـ الحد الادنى + ١ (٢-١)

أى أن المدى المطلق يساوى أعلى درجة مضافا اليها الرقم ١ مطروحا منها أقل درجة .. ففى المثال السابق يكون :-

المدى المطلق = ٤٤ ـ صفر + ١ = ٤٥

وفى هذه الحالة يمكن تقسيم هذا المدى الى تسع فئات متساوية ، ثم ايجاد التكرار الخاص بكل فئة من هذه الفئات ويوضح الجدول رقم (٢-٥) هذه الفئات وحدودها الفعلية ومركز كل فئة ، والعلاقات الخاصة بالتكرار ، وتكرار كل فئة من هذه الفئات التسعة .

الجدول (٢ـ٥)

التوزيع التكرارى لعدد الطلاب طبقا لدرجاتهم فى أصول التربية

الفئات	الحدود الفعلية للفئات	مركز الفئه	العلامات	التكرار
صفر – ٤ ١/٢	صفر الى اقل من ٥	٢ ١/٢	/	١
٥ – ٩ ١/٢	٥ –	٧ ١/٢	//	٢
١٠ – ١٤ ١/٢	١٠ –	١٢ ١/٢	/////	٥
١٥ – ١٩ ١/٢	١٥ –	١٧ ١/٢	///// ///	٨
٢٠ – ٢٤ ١/٢	٢٠ –	٢٢ ١/٢	///// ///// ///// /	١٦
٢٥ – ٢٩ ١/٢	٢٥ –	٢٧ ١/٢	///// ///// ///// ///// ///// /	٢٦
٣٠ – ٣٤ ١/٢	٣٠ –	٣٢ ١/٢	///// ///// ////	١٤
٣٥ – ٣٩ ١/٢	٣٥ –	٣٧ ١/٢	///// //	٧
٤٠ – ٤٤ ١/٢	٤٠ –	٤٢ ١/٢	////	٤

وفى الواقع انه يوجد أربع طرق أساسية لتمثيل الفئات (١٢٧ : ١٩ـ٢٠) وتتمثل هذه الطرق فى :

١ ـ ان يذكر بداية الفئة فقط ، كأن يقال ٠ ، ٥ ، ١٠ ،...

٢ ـ ان تحدد الفئة بنهايتين ، كما هو الوضع فى الجدول السابق (العمود الاول) .

٣ ـ ان تحدد الفئة بنهايتين ، وتكون بداية التحديد هو بداية الفئة ، اما نهاية التحديد فهو سعة الفئة

المحددة وليس الفرق بين بدايتي فئتين متتاليتين ففي المثال السابق تكون الفئات في الصورة ($\cdot - \frac{1}{2}$ ٤) ، ($٥ - \frac{1}{2}$ ٤) ، ($١٠ - \frac{1}{2}$ ٤) .

٤ – وأدق نوع من هذه التحديدات هو الفئات المفتوحة ، وتمثل هذه الفئات بذكر بداية الفئة الى أقل من بداية الفئة التالية ، كما هو موجود في العمود الثاني من الجدول (٢–ه) . وسوف نستخدم هذا النوع من التحديدات لما له من مميزات تتمثل في سهولة تحديد انتماء العناصر الى كل فئة دون التعرض لصعوبة وجود عنصر لاينتمي الى الفئة السابقة أواللاحقة لوقوعه في الفترة المنفصلة بين الفئتين ، وذلك لأن نهاية كل فئة من فئات هذا النوع تؤول تقريبا الى بداية الفئة التالية . (١٣٩ : ٤٤–٤٥) .

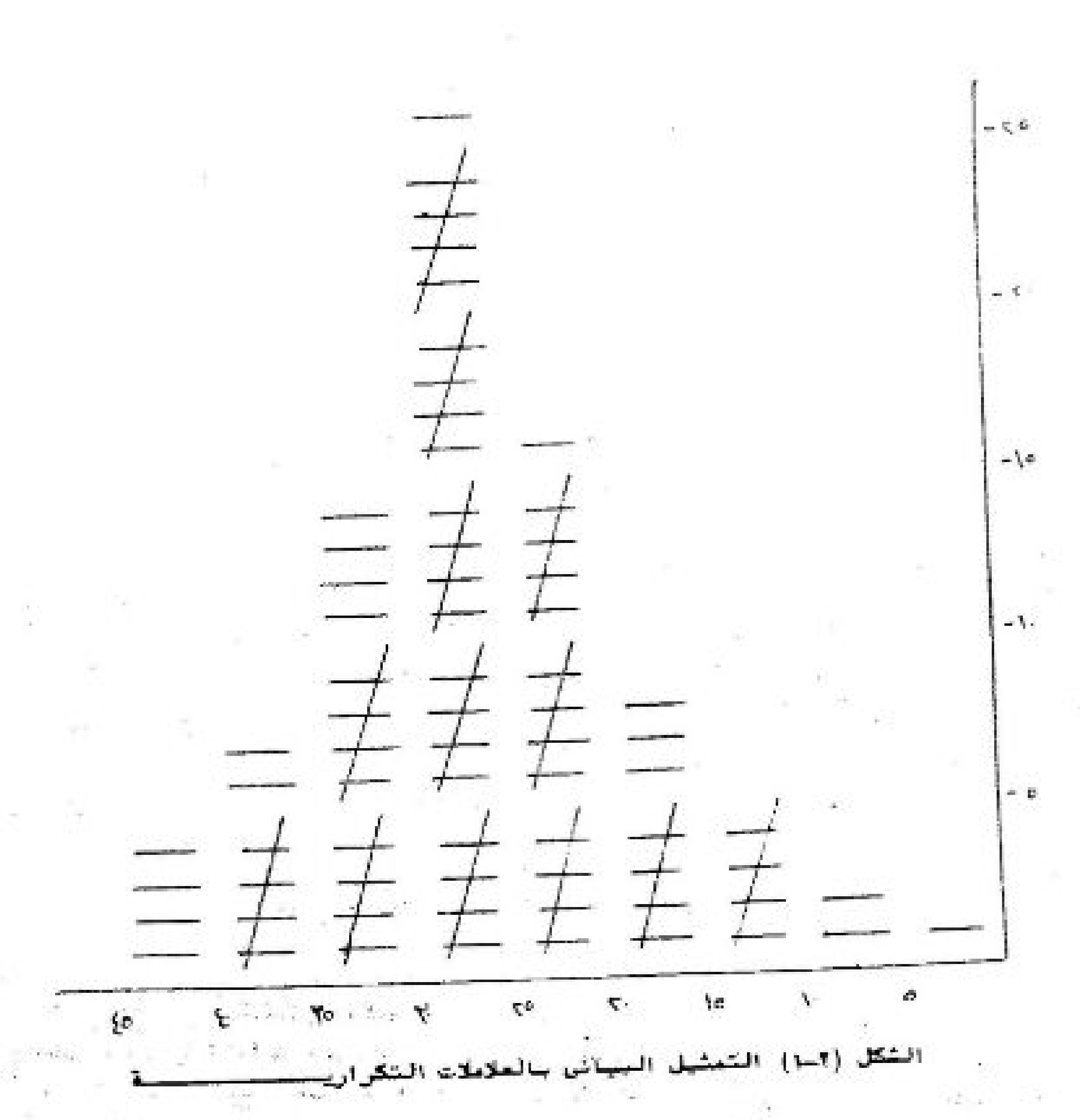
ففي المثال السابق اذا حصل طالب على ٢٩ر٩٩ (مثلا) فأن درجته تنتمي الى الفئة السادسة ٢٥– ، بينما لايمكن تحقيق ذلك في النوعين الثاني والثالث من هذه التحديدات .

ويرتبط بالجداول الاحصائية والتوزيعات التكرارية نقطة أخيره هي "مركز الفئة" ويقصد بها النقطة الممثلة للتكرار في كل مجموعة منفصلة ، وتتوسط الحدين الاعلى والأدنى للفئة ، أوالحدين الأدنيين لفئتين متتاليتين (٥٧ : ٣٢–٣٣) . ويمثل العمود الثالث في الجدول (٢–ه) مراكز الفئات بالنسبة للمثال الخاص بدرجات أصول التربية .

(٢-٤) التمثيل البيانى للتوزيعات التكرارية :

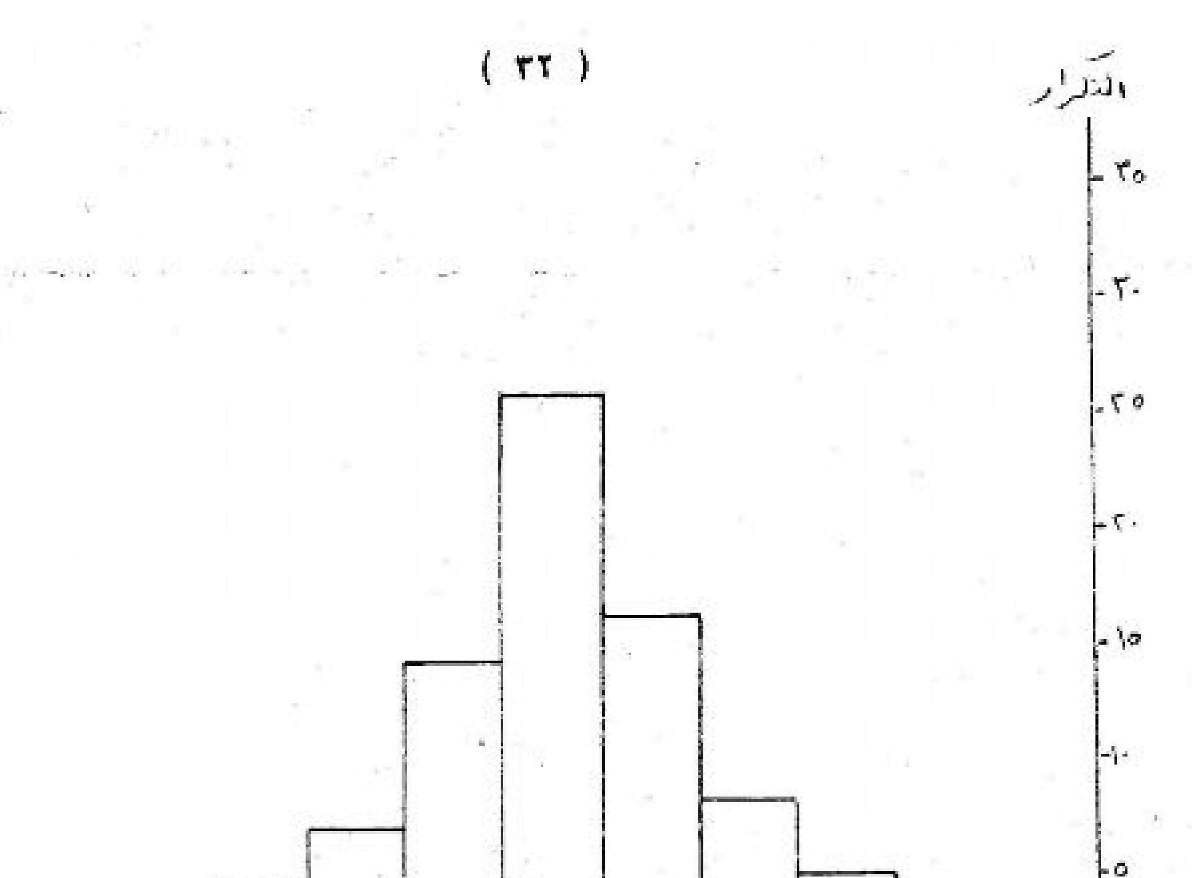
يعتبر التمثيل البيانى للتوزيعات التكرارية من الصور التى تعطى فكرة مبسطة عن الظاهرة المدروسة ، وتساهم فى فهمها ، وما يرتبط بها من مؤثرات .

وتوجد أكثر من طريقة للتمثيل البيانى أبسطها التمثيل بالعلامات التكرارية (١٣٩ : ٥٢-٥٣) ، والتى يتم فيها تحديد مراكز الفئات على الخط الافقى ، والتوزيع التكرارى على الخط الرأسى ، ثم توضع العلامات التكرارية فى شكل مجموعات كل مجموعة تضم خمس علامات .. ويمكن تمثيل الجدول (٢-٥) بيانا بهذه الطريقة كما فى الشكل (٢-١) .



الشكل (٢-١) التمثيل البياني بالعلامات التكرارية

ويمكن استخدام طريقة اخرى بسيطة ايضا هى طريقة المدرج التكرارى ، والذى يتم فيه تمثيل التكرارات بمستطيلات على شكل أعمدة ، وتقع قاعدة أو عرض المستطيل على محور الفئات ، ومقدار هذا العرض يساوى طول الفئة ، بينما يكون الطول موازيا للمحور الرأسى (محور التكرارات) ويمثل الشكل (٢ - ٢) المدرج التكرارى للجدول (٢-ه) .

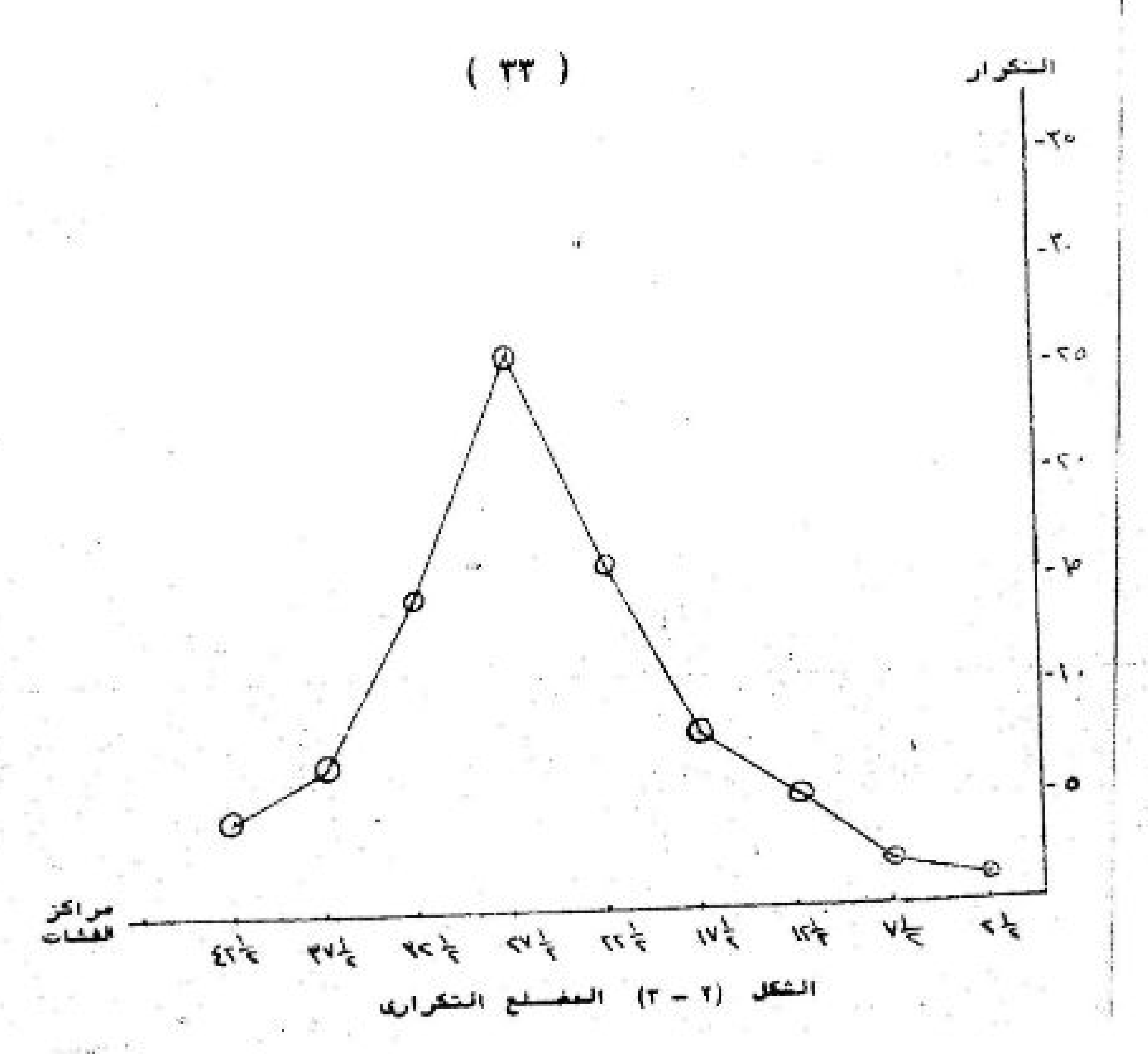


الشكل (٢ – ٢)
المدرج التكراري

ويلاحظ أن الشكل (٢–٢) يختلف من الشكل (٢–١) من حيث الاتصال بين فئات الدرجات ، ومن حيث احتوائة لكل اجزاء المدى المطلق ، ويرجع سبب الاختلاف الى أن الشكل الأول تمثيلة باستخدام مراكز الفئات اما الثانى فيتم تمثيلة باستخدام الفئات ككل .

وثالث هذه الطرق هى طريقة المضلع التكرارى ، وتجمع هذه الطريقة بين مزايا الطريقتين السابقتين بالاضافة الى ماتتميز به ، ويتم تمثيل المعلومات باستخدام المضلع التكرارى بجعل المحور الرأسى هو محور التكرارات كما فى الطريقتين السابقتين ، اما المحور الأفقى فيستخدم لتمثيل مراكز الفئات كما فى الطريقة الأولى ، ويتم تحديد عدد التكرارات المقابلة لكل مركز فئة بنقطة ، ثم نصل بين النقاط بخطوط مستقيمة . (١٢٧ : ٢٧–٢٨) .

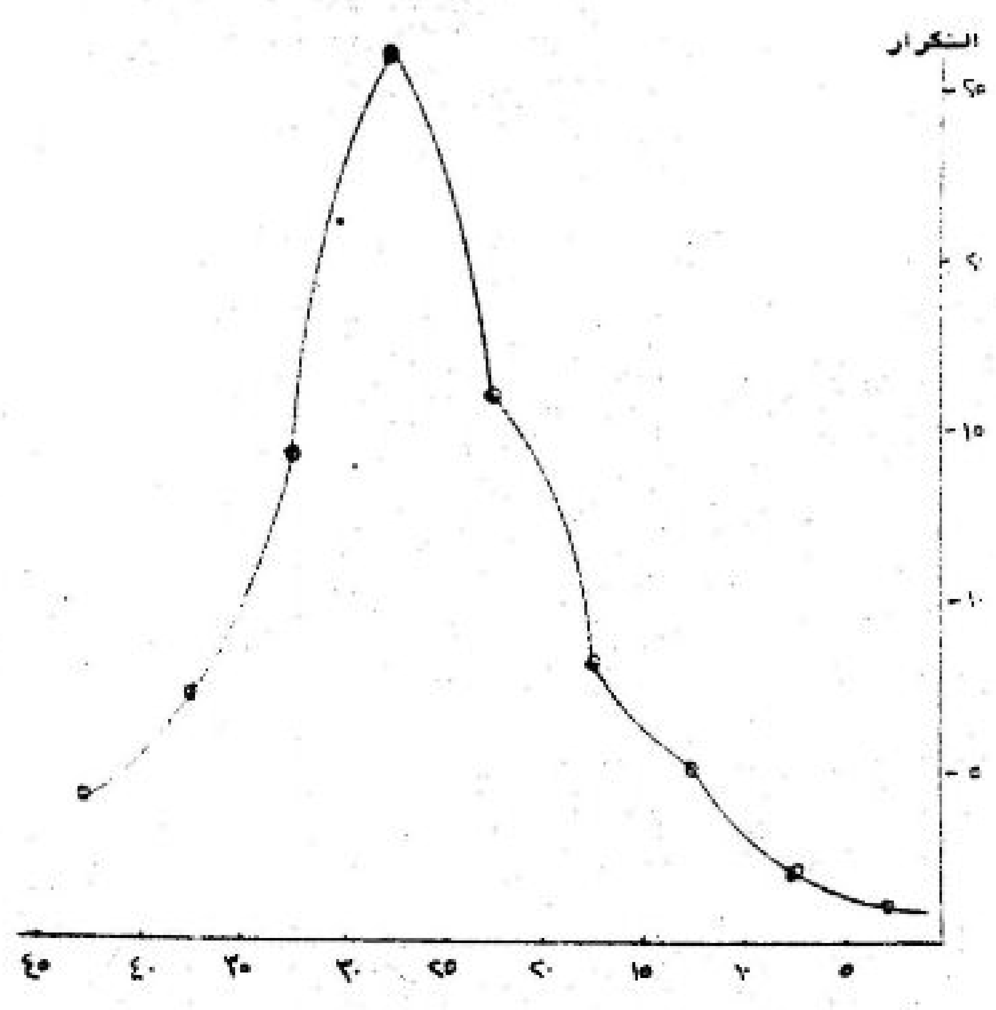
ويوضح الشكل (٢–٣) المضلع التكرارى لعينة الجدول (٢ – ٥) .



الشكل (٢ - ٣) المضلع التكرارى

وبالرغم من أنه توجد العديد من الطرق التى يمكن استخدامها فى التمثيل البيانى للتوزيعات التكرارية ، كالتمثيل بأشكال هندسية (الدوائر) ، أو التمثيل بالرسومات كتمثيل التدفقات ومعدلات المواليد بأشخاص ومع ذلك فان أفضل تمثيل للتوزيعات التكرارية هى المنحنيات ، وقد يكون المنحنى مستقيما عندما تكون العلاقة بين التكرارات والفئات أو الدرجات علاقة خطية ، وقد يكون منحنى فاقوسى "أو اعتدالى" فى حالة الظواهر الشائعة فى المجتمع الاصلى (١٢٧ : ٢٩-٣٧) .

ويعتبر التمثيل بالمنحنى امتداد للمضلع التكرارى ، فالمساحة الموجودة تحت كل منهما تمثل مجموع حاصل ضرب الدرجات فى التكرار الخاص بكل منها تقريبا ، ويكون التمثيل أدق فى حالة المنحنى وبخاصة اذا مارسم بعناية ودقة .. .. ويوضح الشكل (٢ - ٤) المنحنى التكرارى لعينة الجدول (٢-٥) .



الشكل (٢ ـ ٤) المنحنى التكراري

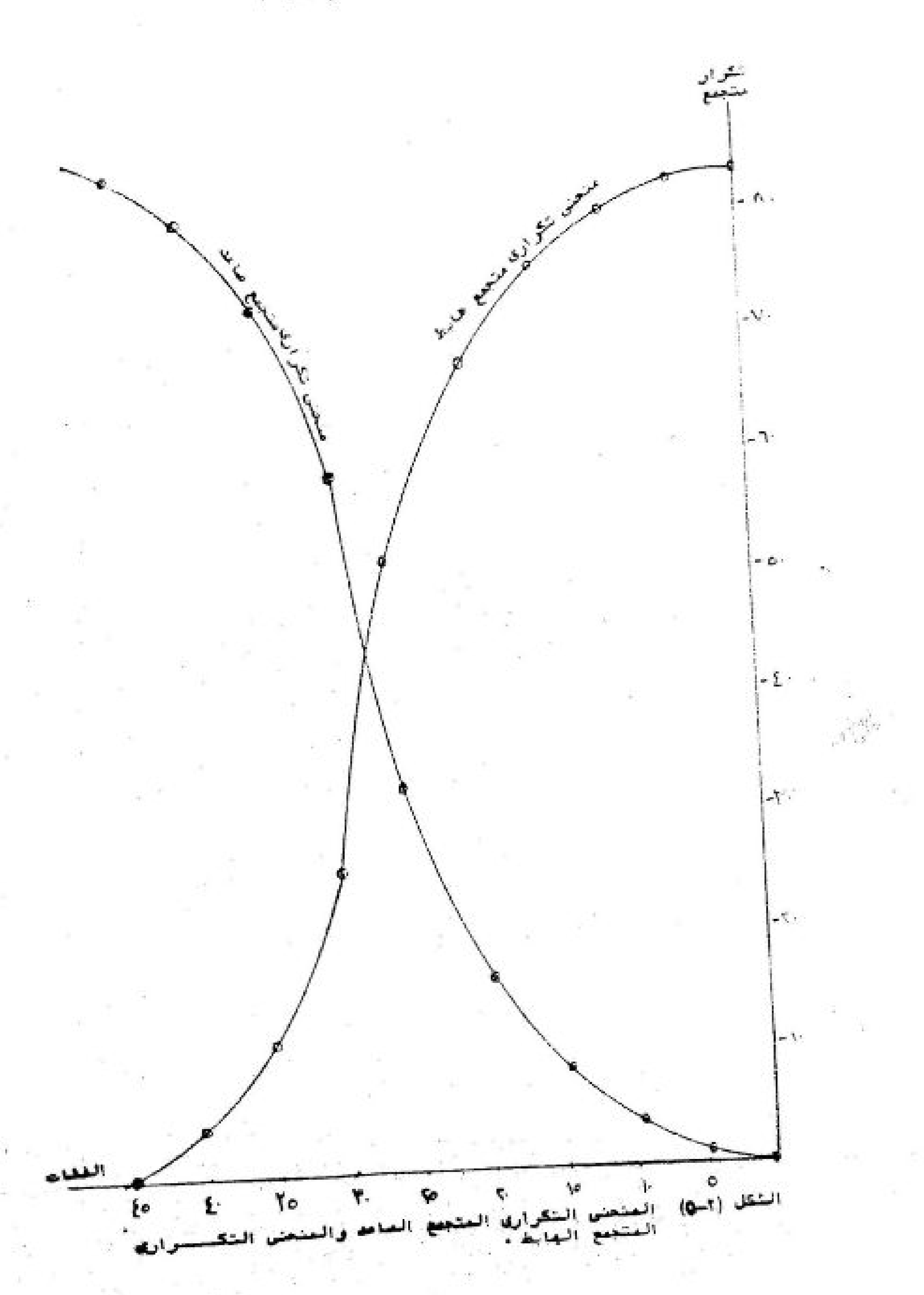
ويمكن استخدام نوعا آخر من المنحنيات للتمثيل البياني ، (٥٧ : ٣٨ـ٣٩) يكون فى صورة منحنى تزايدى أو منحنى تناقصى ، ويمثل المنحنى الأول التكرار المتجمع الصاعد ، أما المنحنى الثانى فيمثل التكرار المتجمع الهابط (النازل) ، ويتم رسم هذين المنحنيين بادخال نوع من التعديل على الجداول الاحصائية السابقة ، وذلك باضافة عمود للتكرار المتجمع .

ويوضح الجدول (٢ـ٦) الفئات والتوزيع التكرارى والتكرارين المتجمع الصاعد والمتجمع النازل للجدول (٢ـ٥) ، كما يوضح الشكل (٢ ـ ٥) المنحنيين المتجمعين الصاعد والهابط للعينة المذكورة .

الجدول رقم (٢-٦)

التكرارات المتجمع الصاعد والهابط لعينة أصول التربيـــــة

الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	تكرار متجمع صاعد	الحدود الدنيا للفئات	تكرار متجمع هابط
		أقل من - ١/٤	صفر		
صفر-	١	أقل من ٤ ٣/٤	١	أزيد من - ١/٤	٨٣
٥ -	٢	أقل من ٩ ٣/٤	٣	أزيد من ٤ ٣/٤	٨٢
١٠ -	٥	أقل من ١٤ ٣/٤	٨	أزيد من ٩ ٣/٤	٨٠
١٥ -	٨	أقل من ١٩ ٣/٤	١٦	أزيد من ١٤ ٣/٤	٧٥
٢٠ -	١٦	أقل من ٢٤ ٣/٤	٣٢	أزيد من ١٩ ٣/٤	٦٧
٢٥ -	٢٦	أقل من ٢٩ ٣/٤	٥٨	أزيد من ٢٤ ٣/٤	٥١
٣٠ -	١٤	أقل من ٣٤ ٣/٤	٧٢	أزيد من ٢٩ ٣/٤	٢٥
٣٥ -	٧	أقل من ٣٩ ٣/٤	٧٩	أزيد من ٣٤ ٣/٤	١١
٤٠ -	٤	أقل من ٤٤ ٣/٤	٨٣	أزيد من ٣٩ ٣/٤	٤
٤٥ -				أزيد من ٤٤ ٣/٤	صفر



الشكل (٢-٥) المنحنى التكراري المتجمع الصاعد والمنحنى التكـــراري المتجمع الهابط.

وختاما لهذا الفصل يمكن القول بأن النسب المئوية والتوزيعات التكرارية فى صورة جداول ، والتمثيل بأشكال بيانية تعطى فكرة مبسطة عن الظاهرة المدروسة ، الا أن ذلك لايوضح اتجاهات الظاهرة بالضبط ، لذا نتناول فى الفصل التالى بعض مقاييس النزعة المركزية والتشتت لاعطاء صورة أكثر وضوحا عن الظاهرة موضوع الدراسة .

الفصل الثالث

مقاييس النزعة المركزية والتشتت

تناولنا فى الفصل السابق بعض الخطوات الاوليه لوصف الاحصاءات التربوية كمحاولة لخلق نهج منظم من المادة الخام غير المنظمة ، ونحاول فى هذا الفصل البحث عن بعض الطرق التى يمكن استخدامها فى الوقوف على النزعة المركزية للمعلومات الخام ، ومدى تباعدها أو تشتتها حول هذا المركز ومن هذه الطرق والمقاييس ما يلى :-

(٣ - ١) الوسط الحسابى :-

من المعروف انه اذا حصل تلميذ فى مادة ما على $\frac{٣٠}{٥٠}$ فى النصف الاول من العام الدراسى ، ثم حصل فيها على $\frac{٣٤}{٥٠}$ فى النصف الثانى ، وكان امتحان النصف الاول له نفس وزن امتحان النصف الثانى ، فان الدرجة التى سترصد له فى هذه الماده هى مجموع الدرجتين مقسوما على ٢ أى $\frac{٣٢}{٥٠}$ ، ويطلق على هذه العملية لفظ " متوسط " . ومن ثم فان المتوسط الحسابى للكميتين أ ، ب هو نصف مجموعهما . أى أن :-

$$\text{المتوسط الحسابى} = \frac{\text{أ} + \text{ب}}{٢}$$

فاذا كان العام الدراسى مقسم الى ثلاثة اجزاء متساوية ، وحصل التلميذ على الدرجات أ ، ب ، ج فى الفترات الثلاثة ، فان الدرجة المتوسطة التى سترصد له تتحددمن العلاقة :-

$$\text{متوسط الدرجة} = \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{ج}}{٣}$$

وهكذا ، اذا كان المراد ايجاد المتوسط الحسابى لمجموعة من القيم أ ، ب ، جـ ، ... ، ى ، فان هذا المتوسط يتحدد بالعلاقة :-

$$\text{المتوسط الحسابى} = \frac{\text{أ} + \text{ب} + \text{جـ} \cdots + \text{ى}}{\text{عدد هذه القيم}}$$

$$= \frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عدد هذه القيم}} \qquad (٣-١)$$

وسوف نرمز للكلمة " مجموع " بالاختصار " مـ " مع مراعاة ان هذا الرمز له عدة خصائص تذكر منها ما يلى :-

١ - $\underset{ر=١}{\overset{ن}{\text{مـ}}} \text{س}_ر = \text{س}_١ + \text{س}_٢ + \cdots + \text{س}_ن$

وتقرأ مجموع $\text{س}_ر$ حيث ر تتغير من ١ الى ن

٢ - مـ (س ± ص) = مـ س ± مـ ص

٣ - مـ أ س = أ مـ س (حيث أ مقدار ثابت)

٤ - مـ أ = أ ن (حيث ن عدد تكرار أ)

٥ - مـ س ص ≠ مـ س . مـ ص (حيث ≠ تعنى لا يساوى)

٦ - مـ $\text{س}^٢$ ≠ $(\text{مـ س})^٢$

وبناء على ما سبق اذا استبدلنا القيم أ ، ب ، ... بالقيم $\text{س}_١$ ، $\text{س}_٢$ ، $\text{س}_٣$ ، ... ، $\text{س}_ن$ ، فان العلاقة (٣ - ١) تصبح فى الصورة :-

$$\text{المتوسط الحسابى} = \frac{\text{س}_١ + \text{س}_٢ + \cdots + \text{س}_ن}{\text{ن}}$$

$$\text{م} = \frac{\underset{ر=١}{\overset{ن}{\text{مـ}}} \text{س}_ر}{\text{ن}} \qquad (٣ - ٢)$$

وفى ضوء هذه العلاقة يمكن حساب المتوسط الحسابى لدرجات اصول التربية المدونة بالجدول (٢ - ٣) حيث :-

$$\text{المتوسط الحسابى لهذه الدرجات} = \frac{٢٦ + ٠ + ٣٧ + ٠٠٠٠ + ١٣}{٨٣}$$

$$= ٢٥٫٤٩$$

وتستخدم العلاقة (٣ - ٢) فى الحالات التى تكون فيها العينة صغيرة ، أما فى حالة العينات الكبيرة فان استخدام العلاقة السابقة يتطلب وقتا طويلا فى عملية جمع الدرجات (القيم) ، لذا يستعاض عنها بعلاقة أخرى تعتمد على تصنيف الدرجات الى مجموعات " توزيع تكرارى "، كما تم فى الجدول (٢ - ٥) ، ثم يحسب المتوسط الحسابى من العلاقة :-

$$\text{المتوسط الحسابى} = م = \frac{\sum_{ر=١}^{ل} ك_ر \, س_ر}{\sum_{ر=١}^{ل} ك_ر} \qquad (٣ - ٣)$$

حيث $ك_ر$ هى التكرار الخاص بالفئة ر .

، $س_ر$ هى مركز الفئة ر .

، ل عدد الفئات .

، $\sum_{ر=١}^{ل} ك_ر = ن$.

وبناء على هذه العلاقة يكون المتوسط الحسابى لدرجات اصول التربية ، باستخدام مراكز الفئات $س_ر$ (العمود الثالث) والتكرار ك (العمود الخامس) فى الجدول (٢ - ٥) مساويا للمقدار :-

$$\text{المتوسط الحسابى لهذه الدرجات} = \frac{١ \times ٢\frac{١}{٢} + ٢ \times ٧\frac{١}{٢} + ٠٠ + ٤ \times ٤٢\frac{١}{٢}}{٨٣}$$

$$= ٢٦٫٣$$

وواضح ان هذا المتوسط يساوى تقريبا المتوسط الحسابى فى حالة جمع الدرجات الخام وقسمتها على عددها كما تم فى العلاقة (٣ – ٢)،ولكن مع توفير فى الجهد والوقت.

ولسهولة الاجراءات الحسابية وخاصة فى الدرجات الكبيرة يفضل استخدام وسطا فرضيا ، وعادة يتم اختيار مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار كوسطا فرضيا ، ثم يحدد الوسط الحسابى من العلاقة :ـ

$$\text{م} = \text{أ} + \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}}\, \text{ح}_{\text{ر}}}{\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}}} \qquad (٣ – ٤)$$

حيث أ هى الوسط الفرضى .

، $\text{ح}_{\text{ر}}$ هى الانحراف عن الوسط الفرضى ، اى ان

$$\text{ح}_{\text{ر}} = \text{س}_{\text{ر}} - \text{أ}$$

وفى حالة قسمة هذه الانحرافات على سعة الفئة ، فان العلاقة (٣ – ٤) تأخذ الصورة :ـ

$$\text{م} = \text{أ} + \text{ف} \cdot \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}}\, \text{ح}'_{\text{ر}}}{\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}}} \qquad (٣ – ٥)$$

حيث ف هى سعة الفئة

$$، \quad \text{ح}'_{\text{ر}} = \frac{\text{ح}_{\text{ر}}}{\text{ف}}$$

ويوضح الجدول رقم (٣ – ١) الفئات ومركز كل فئة وتكرارها ومقدار الانحراف الخاص بمركز كل فئة عن الوسط الفرضى ، وحاصل ضرب تكرار كل فئة فى هذا الانحراف ، وذلك بالنسبة للمثال الخاص بدرجات أصول التربيه .

وواضح ان هذا المتوسط يساوى تقريبا المتوسط الحسابى فى حالة جمع الدرجات الخام وقسمتها على عددها كما تم فى العلاقة (٣ – ٢)،ولكن مع توفير فى الجهد والوقت.

ولسهولة الاجراءات الحسابية وخاصة فى الدرجات الكبيرة يفضل استخدام وسطا فرضيا ، وعادة يتم اختيار مركز الفئة المقابل لأكبر تكرار كوسطا فرضيا ، ثم يحدد الوسط الحسابى من العلاقة :ـ

$$م = أ + \frac{\sum_{ر=1}^{ل} ك_ر \, ح_ر}{\sum_{ر=1}^{ل} ك_ر} \qquad (٣ - ٤)$$

حيث أ هى الوسط الفرضى .

، $ح_ر$ هى الانحراف عن الوسط الفرضى ، اى ان

$$ح_ر = س_ر - أ$$

وفى حالة قسمة هذه الانحرافات على سعة الفئة ، فان العلاقة (٣ – ٤) تاخذ الصورة :ـ

$$م = أ + ف . \frac{\sum_{ر=1}^{ل} ك_ر \, ح'_ر}{\sum_{ر=1}^{ل} ك_ر} \qquad (٣ - ٥)$$

حيث ف هى سعة الفئة

$$، \quad ح'_ر = \frac{ح_ر}{ف}$$

ويوضح الجدول رقم (٣ – ١) الفئات ومركز كل فئة وتكرارها ومقدار الانحراف الخاص بمركز كل فئة عن الوسط الفرضى ، وحاصل ضرب تكرار كل فئة فى هذا الانحراف ، وذلك بالنسبة للمثال الخاص بدرجات أصول التربيه .

الجدول رقم (٣-١)

حساب الوسط الحسابي بأستخدام وسط فرضي

الفئات $ف$	مراكز الفئات $س_ر$	التكرارات $ك_ر$	الانحراف عن وسط فرضي $ح_ر$	$ك_ر ح_ر$	$ح'_ر = \frac{ح_ر}{ف}$	$ك_ر ح'_ر$
صفر-	٢½	١	-٢٥	-٢٥	-٥	-٥
٥-	٧½	٢	-٢٠	-٤٠	-٤	-٨
١٠-	١٢½	٥	-١٥	-٧٥	-٣	-١٥
١٥-	١٧½	٨	-١٠	-٨٠	-٢	-١٦
٢٠-	٢٢½	١٦	-٥	-٨٠	-١	-١٦
٢٥-	٢٧½	٢٦	صفر	صفر	صفر	صفر
٣٠-	٣٢½	١٤	٥	٧٠	١	١٤
٣٥-	٣٧½	٧	١٠	٧٠	٢	١٤
٤٠-	٤٢½	٤	١٥	٦٠	٣	١٢
المجموع		ن = ٨٣	مجـ ح_ر = -٤٥	مجـ ك_ر ح_ر = -١٠٠	مجـ ح'_ر = -٩	مجـ ك_ر ح'_ر = -٢٠

فاذا استخدمنا العلاقة (٣ ـ ٤) نجد ان المتوسط الحسابى لدرجات اصول التربية يكون مساويا للمقدار :ـ

$$م = ٢٧\frac{١}{٢} - \frac{١٠٠}{٨٣} = ٢٧٫٥ - ١٫٢ = ٢٦٫٣$$

اما اذا استخدمنا العلاقة (٣ ـ ٥) فان المتوسط الحسابى لهذه الدرجات يكون :ـ

$$م = ٢٧٫٥ + ٥ \times \frac{-٢٠}{٨٣} = ٢٧٫٥ - ١٫٢ = ٢٦٫٣$$

ويلاحظ ان المتوسط فى الحالتين هو نفس المتوسط الذى تم حسابة بالعلاقة (٣ ـ ٣) .

(٣ـ ٢) الوسط المرجح[١]

يقصد بالوسط المرجح الوسط الحسابى لمجموعة من المتوسطات باعتبار كل متوسط منها كمتغير مستقل له تكراره الخاص به (عدد أفراد العينه التى حسب لها هذا المتوسط) .

فاذا كان لدينا $م_١$ ، $م_٢$ ، ... ، $م_ل$ من المتوسطات الحسابية ، وكان عدد أفراد العينات الخاص بهذه المتوسطات هو $ن_١$ ، $ن_٢$ ، .... ، $ن_ل$ على الترتيب ، فان المتوسط الحسابى العام يتحدد طبقا للعلاقة (٣ ـ ٣) ، أى من العلاقة :ـ

$$م = \frac{\sum_{ر=١}^{ل} ك_ر س_ر}{\sum ك_ر} = \frac{\sum ك_ر س_ر}{ن}$$

ومنها $م ن = \sum ك_ر س_ر$ (٣ ـ ٦)

حيث $ك_ر س_ر = ك_{ر١} س_{ر١} + ك_{ر٢} س_{ر٢} + \cdots + ك_{رل} س_{رل}$

(٣ ـ ٧)

(I) Weighted Mean.

، $\text{ن} = \text{ن}_1 + \text{ن}_2 + \cdots + \text{ن}_\text{ل}$

فاذا أجرينا التجميع على طرفى العلاقة (٣ – ٧) مع مراعاة خواص " المجموع " المذكورة سابقا ، فاننا نحصل على :-

$$\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_\text{ر} \text{س}_\text{ر} = \sum_{\text{ر}_1=1}^{\text{ل}_1} \text{ك}_{\text{ر}_1} \text{س}_{\text{ر}_1} + \sum_{\text{ر}_2=\text{ل}_1+1}^{\text{ل}_1+\text{ل}_2} \text{ك}_{\text{ر}_2} \text{س}_{\text{ر}_2} + \cdots + \sum_{\text{ر}_\text{ل}=\text{ل}_1+\text{ل}_2+\cdots+1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}_\text{ل}} \text{س}_{\text{ر}_\text{ل}}$$

وبالتعويض من العلاقة (٣ – ٦) نحصل على :-

$$\text{م ن} = \text{م}_1 \text{ن}_1 + \text{م}_2 \text{ن}_2 + \cdots + \text{م}_\text{ل} \text{ن}_\text{ل}$$

$$\therefore \text{م} = \frac{\text{م}_1 \text{ن}_1 + \text{م}_2 \text{ن}_2 + \cdots + \text{م}_\text{ل} \text{ن}_\text{ل}}{\text{ن}}$$

$$= \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{م}_\text{ر} \text{ن}_\text{ر}}{\text{ن}} \qquad (٣ - ٨)$$

وفى ضوء هذه العلاقة يصبح من الخطأ ان نقسم المتوسطات على عددها ونطلق على القيمة الناتجة لفظ الوسط المرجح . فعلى سبيل المثال اذا كان متوسط درجات اعمال السنة لطالب بالفرقة الثالثة فى مواد قسم اصول التربية الثلاثة ٣٩ ومتوسطة فى مادتى قسم علم النفس ٢٥ ومتوسطة فى مادتى قسم المناهج وطرق التدريس ٢٦ ، فى هذه الحالة اذا تم قسمة الدرجات المتوسطة الثلاثة على عددها كانت درجة الطالب التى ترصد له هى ٣٠ درجة ، اما اذا طبقنا العلاقة (٣ – ٨) كانت درجته ٣١٫٣ .

(٣ - ٣) الوسط الهندسى والوسط التوافقى :-

يستخدم الوسط الهندسى فى الحالات التى تسلك فيها الظاهرة الانسانية نفس السلوك الخاص بالسلاسل الهندسية ، كما يحدث فى حالات النمو السكانى ، وتزايد الاسعار ، ونمو الاقبال على التعليم . اما الوسط التوافقى فيستخدم للتعامل مع المعدلات والمتوسطات كمعدلات المواليد وكان تستخدم نسب الوقت للحصول على كمية العمل أو كمية التعليم ، أو استخدامة عندما يكون معطى كمية العمل أو التعليم والمراد ايجاد كمية أو مقدار الوقت المستغرق فيهما ، هذا بالاضافة الى النواحى المشابهة لذلك .

وتختلف طريقة ايجاد الوسط الهندسى عن طريقة ايجاد الوسط الحسابى . فبفرض ان ظاهرة اخذت الوضع أ ، ج والمراد الوقوف على طبيعة هذه الظاهرة وتطورها فى المستقبل ، فان بحثنا سيبنى على ايجاد وسط يُظهر هذا التطور . وقد يكون هذا الوسط حسابيا ، بمعنى ان نضع قيمة ما ب بين أ ، ج بحيث تكون المسافة (أ - ب) = المسافة (ب - ج) ، وقد يكون ب وسطا هندسيا يتوسط أ ، ج بمعنى ان النسبة $\frac{أ}{ب} = \frac{ب}{ج}$.

ومن هذه العلاقة نلاحظ أن :-

$$ب^{2} = أ\ ج$$

$$\therefore\ ب = \sqrt{أ\ ج}$$

أى ان الوسط الهندسى بين أ ، ج هو الجذر التربيعى لحاصل ضربهما ، وبناء عليه يكون الوسط الهندسى لثلاث كميات هو الجذر التكعيبى لحاصل ضربهم . وبصفة عامة ، فان الوسط الهندسى للكميات $س_{1}$ ، $س_{2}$ ، .... ، $س_{ن}$ يتحدد

بالعــلاقة :ـ

$$\text{الوسط الهندسى} = \sqrt[ن]{س_1 \times س_2 \times \cdots \times س_ن}$$

$$م_هـ = \sqrt[ن]{\prod_{ر=1}^{ر=ن} س_ر} \qquad (٣ - ٩)$$

حيث $\prod$ ترمز لحاصل الضـرب ٠

وفى الامكان وضع العلاقة (٣ ـ ٩) فى الصورة :ـ

$$م_هـ = (س_1 \times س_2 \times \cdots \times س_ن)^{\frac{1}{ن}}$$

وبأخذ لوغاريتمات الطرفين نحصل على :ـ

$$لو\ م_هـ = \frac{1}{ن}\ (لو\ س_1 + لو\ س_2 + \cdots + لو\ س_ن)$$

$$= \frac{1}{ن}\ (\sum_{ر=1}^{ن} لو\ س_ر)$$

$$\therefore لو\ م_هـ = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} لو\ س_ر}{ن} \qquad (٣ - ١٠)$$

اى اننا نوجد لوغاريتم كل قيمة فى المجموعة ثم نجمع هذه القيم ونقسمها على عددها ، وللحصول على الوسـط الهندسى نوجد العدد المقابل لقيمة اللوغاريتم الناتج٠

ويوضح الجدول (٣ ـ ٢) معدلات النمو السكانى فى مصر خلال عقود القرن العشرين ، والمراد ايجاد متوسط معدل النمو خلال هذه الفترة ٠

الجدول (٣ – ٢)

معدلات النمو السكاني في مصر

العقد	الأول ١٩٠٠-	الثاني ١٩١٠-	الثالث ١٩٢٠-	الرابع ١٩٣٠-	الخامس ١٩٤٠-	السادس ١٩٥٠-	السابع ١٩٦٠-	الثامن ١٩٧٠-	التاسع ١٩٨٠ –
معدل النمو السكاني	٢ر٣	١ر٩	٢ر٢	٢ر٤	١ر٥	١ر٨	٢ر٣	٢ر٥	٢ر٧

ولايجاد متوسط معدل النمو خلال هذه الفترة يمكن ايجاد متوسط هذه المعدلات ، ولما كان النمو السكاني يخفع للتوالي الهندسي ، لذا يفضل ايجاد الوسط الهندسي ويبين الجدول رقم (٣ – ٣) العقود المختلفة ومعدلات النمو السكاني ($س_ر$) ولوغاريتمات هذه المعدلات (لو $س_ر$) ، ومقلوب هذه المعدلات ($\frac{1}{س_ر}$) .

الجدول(٢ ـ ٣)

تطور النمو السكاني في مصر

العقد	معدلات النمو السكاني س ر	لو س ر	١ / س ر
١٩٠٠ –	٢ر٣	٠ر٣٦٢	٠ر٤٣٥
١٩١٠ –	١ر٩	٠ر٧٢٩	٠ر٥٢٦
١٩٢٠ –	٢ر٢	٠ر٣٤٢	٠ر٤٥٥
١٩٣٠ –	٢ر٤	٠ر٣٨٠	٠ر٤١٧
١٩٤٠ –	١ر٥	٠ر١٧٦	٠ر٦٦٧
١٩٥٠ –	١ر٨	٠ر٢٥٥	٠ر٥٥٦
١٩٦٠ –	٢ر٣	٠ر٣٦٢	٠ر٤٣٥
١٩٧٠ –	٢ر٥	٠ر٣٩٨	٠ر٤٠٠
١٩٨٠ –	٢ر٧	٠ر٤٣١	٠ر٣٧٠
المجموع	١٩ر٦	٢ر٩٨٦	٤ر٢٦١

من الجدول السابق يتضح ان :-

$$\text{المتوسط الحسابى للنمو السكانى (م)} = \frac{\sum_{ر=1}^{٩} س_ر}{٩}$$

$$= \frac{١٩٫٦}{٩} = ٢٫٢$$

الوسط الهندسى للنمو السكانى (م هـ) = ٢٫١٥

وواضح ان الوسط الهندسى اقل من الوسط الحسابى . وبالرغم من ذلك فان الظاهرة السكانية لا يمكن ان يحكمهامثل هذا التسلسل الهندسى ، وسنحاول فى موضع آخر ايجاد العلاقة التى تحكم هذا النمو السكانى .

اما الوسط التوافقى فله خط يوازى الخطين السابقين . فالوسط التوافقى $م_ت$ لعدة كميات $س_1$ ، $س_2$ ، ... ، $س_ن$ يعطى بالعلاقة :-

$$\frac{1}{م_ن} = \frac{1}{ن} \left(\frac{1}{س_1} + \frac{1}{س_2} + \cdots + \frac{1}{س_ن} \right)$$

$$= \frac{1}{ن} \left(\sum_{ر=1}^{ن} \left(\frac{1}{س_ر} \right) \right) \qquad (٣-١١)$$

فاذا تم تطبيق العلاقة (٣ - ١١) على معدلات النمو السكانى (المثال السابق) وذلك باستخدام العمود الرابع فى الجدول (٣ - ٣) نحصل على :-

الوسط التوافقى للنمو السكانى ($م_ت$) = ٢٫١١

وواضح انه اقرب للوسط الهندسى منه للوسط الحسابى. وتتضح اهمية استخدام الوسط التوافقى عن استخدام الوسطين الحسابى والهندسى من المثال الاتى :-

مثال : يوضح الجدول (٣ ـ ٤) عدد ساعات العمل الاسبوعية التى قام بها مدرس جامعى خلال العام ١٩٨٣/٨٢ ، فاذا علم ان هذا المدرس يتقاضى ١٠٨٫٤١ جنيها شهريا نظير القيام بهذا العمل ، فما مقدار ما يتقاضاه في الساعة علما بأن متوسط السنة الكاملة ($\frac{٥}{٢٨}$ ٥٢ اسبوعيا) .

الجدول (٣ ـ ٤)

عدد الساعات طبقا لأسابيع العام الجامعى

الاسبوع	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
عدد الساعات	١٢	١٢	٨	١٢	١٢	١٢	١٢	١٢	١٢	١٢	٩	١٢

تابع الجدول

١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧
١١	١٢	١٢	١٢	١٢	٧	١٢	١٢	١٢	١٠	١٢	١٠	١٢	١٢	١٠

من الجدول السابق يمكن حساب اللوغاريتمات الخاصة بعدد الساعات الاسبوعية ، وكذلك ($\frac{١}{س_ر}$) ، ويتناول الجدول (٣ ـ ٥) هذه العمليات .

الجدول (٣ ـ ٥)

الاسبوع	عدد الساعات ($س_ر$)	لو $س_ر$	$\frac{1}{س_ر}$
الاول	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الثاني	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الثالث	٨	٠ر٩٠٣	٠ر١٢٥
الرابع	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الخامس	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
السادس	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
السابع	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الثامن	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
التاسع	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
العاشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الحادي عشر	٩	٠ر٩٥٤	٠ر١١١
الثاني عشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الثالث عشر	١١	١ر٠٤١	٠ر٠٩١
الرابع عشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الخامس عشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
السادس عشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
السابع عشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الثامن عشر	٧	٠ر٨٤٥	٠ر١٤٣
التاسع عشر	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
العشرون	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الحادي والعشرون	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الثاني والعشرون	١٠	١ر٠٠٠	٠ر١٠٠
الثالث والعشرون	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
الرابع والعشرون	١٠	١ر٠٠٠	٠ر١٠٠
الخامس والعشرون	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
السادس والعشرون	١٢	١ر٠٧٩	٠ر٠٨٣
السابع والعشرون	١٠	١ر٠٠٠	٠ر١٠٠
المجموع	٣٠٥	٢٨ر٣٢٤	٢ر٤٣٧

من الجدول السابق يتضح أن :ـ

متوسط عدد الساعات باستخدام الوسط الحسابي (م)

$$= \frac{\sum_{ر=1}^{27} س_ر}{27} = ١١ر٣$$

متوسط عدد الساعات باستخدام الوسط الهندسي ($م_هـ$)

$$= \sqrt[27]{\prod_{ر=1}^{27} س_ر} = ١١ر٢$$

متوسط عدد الساعات باستخدام الوسط التوافقي ($م_ن$)

$$= \frac{27}{\sum_{ر=1}^{27} \left(\frac{1}{س_ر}\right)} = ١١ر٠٨$$

ما يتقاضاه المدرس الجامعي في السنة = ١٢ × ١٠٨ر٤١ =

= ١٣٠٠ر٩٢ جنيها

ما يتقاضاه المدرس الجامعي في الاسبوع الواحد.

$$= \frac{\text{ما يتقاضاه في السنة}}{\text{عدد اسابيع السنة}} = \frac{١٣٠٠ر٩٢}{٥٢ \frac{٥}{٢٨}} = ٢٤ر٩٣ \text{ جنيها}$$

متوسط ما يتقاضاه في الساعة في حالة استخدام الوسط الحسابي

$$= \frac{٢٤ر٩٣}{١١ر٣} = ٢ر٢١ \text{ جنيها}$$

متوسط ما يتقاضاه في الساعة في حالة استخدام الوسط الهندسي

$$= \frac{٢٤ر٩٣}{١١ر٢} = ٢ر٢٣ \text{ جنيها}$$

متوسط ما يتقاضاه في الساعة في حالة استخدام الوسط التوافقي

$$= \frac{٢٤ر٩٣}{١١ر٠٨} = ٢ر٢٥ \text{ جنيها}$$

(٣-٤) العلاقة بين الوسط الهندسي ومتوسط الوسطين الحسابي والتوافقي :-

اتضح من المثالين السابقين أن العلاقة بين الاوساط الثلاثة يمكن وضعها فى الصورة :-

$$م_{ت} < م_{هـ} < م \qquad (٣ - ١٢)$$

أى أن الوسط الهندسى أكبر من الوسط التوافقى وأصغر من الوسط الحسابى . ونحاول الآن البحث عن علاقة أخرى:-

نفترض وجود قيمتين أ ، ب فى هذه الحالة تكون الأوساط الثلاثة لهاتين القيمتين فى الصورة :-

$$م = \frac{أ + ب}{٢}$$

$$م_{هـ} = \sqrt{أ\ ب}$$

$$م_{ت} = \frac{٢}{\frac{١}{أ} + \frac{١}{ب}} = \frac{٢\ أ\ ب}{أ + ب}$$

$$\therefore\ م_{ت} = \frac{م_{هـ}^{٢}}{م}$$

$$\therefore\ م_{هـ} = \sqrt{م \cdot م_{ت}} \qquad (٣ - ١٣)$$

وهذه العلاقة صحيحة فى معظم الحالات، وتشذ فى حالات أخرى تأخذ فيها قيم س توالياً عددياً ، ولذلك يمكن استبدال العلاقة (٣ - ١٣) بالعلاقة الآتية :-

$$م_{هـ} = \sqrt{م \cdot م_{ت}} + \epsilon \qquad (٣ - ١٤)$$

حيث ϵ قيمة الخطأ.

(٢-٥) الوسيط

يعتبر الوسيط من المقاييس التى يمكن بها التعرف على اتجاهات المعلومات الخاصة بالظاهرة المدروسة ونزعتها المركزية ، ولا يتطلب ايجاد الوسيط الكثير من الحسابات كما فى الوسط الحسابى ، ومع ذلك فان الوسيط أقل استخداما فى قياس النزعة المركزية .

ويقصد بالوسيط النقطة أو القيمة التى تقسم الاعداد الخاصة بالظاهرة أو قياساتها أو متغيراتها المتناسقة الى مجموعتين متساويتين فى الحجم من حيث التكرار الخاص بها (١٢٧ : ٧٠) .

فلحساب الوسيط بالنسبة للدرجات التسع الآتية مثلا :-

٨ ، ٦ ، ١١ ، ١٠ ، ١٥ ، ١٢ ، ١٨ ، ٢٠ ، ١٧

فاننا نقوم بترتيبهم إما تصاعديا أو تنازليا ، ولتكن فى الصورة :-

٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٨ ، ٢٠

ثم نوجد الدرجة التى تكون عدد قيم الدرجات ادناها يساوي عدد قيم الدرجات اعلاها فتكون هى قيمة الوسيط . أى أن الدرجة ١٢ هى قيمة الوسيط فى هذه الحالة ، وذلك لأن القيمة ١٢ يوجد أصغر منها ٤ قيم ، ويوجد أكبر منها ٤ قيم أيضا .

ويختلف الوضع اختلافا بسيطا عندما يكون عدد هذه القيم زوجيا ، فعلى سبيل المثال الوسيط للدرجات الاتية :

٥ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٨ ، ٢٢

يكون محصورا بين ١٢ ، ١٣ وذلك لأن القيمة ١٢ يوجد أدناها ٤ قيم ، والقيمة ١٣ يوجد أعلاها ٤ قيم أيضا .

لذا نقوم فى هذه الحالة بأخذ متوسطهما ، أى أن الوسيط فى هذه الحالة = $\frac{١٢ + ١٣}{٢}$ = $\frac{١}{٢}$ ١٢ . وبصفة عامة يكون ترتيب الوسيط فى القيم الزوجية محصورا بين $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ ، وذلك بعكس القيم الفردية التى يكون الوسيط لها هو القيمة التى ترتيبها $\frac{ن + ١}{٢}$.

وامتدادا لحالة القيم الزوجيه نوجد الوسيط عندما تكون القيمتين $\frac{ن}{٢}$ ، $\frac{ن}{٢}$ + ١ متساويتين ، أى عندما تكون الدرجات فى الصورة :-

٥ ، ٧ ، ٨ ، ١٠ ، ١٣ ، ١٣ ، ١٦ ، ١٨ ، ١٩ ، ، ٢٣.

فاذا طبقنا قاعدة الوسيط للقيم الزوجية ، فان الوسيط سيكون محصورا بين ١٣ ، ١٣ ، أى أن قيمة الوسيط هى احدى القيمتين .

ويلاحظ مما سبق أننا عاملنا القيم المعطاه كقيم مستقلة وليست قيم متصلة ، ولكننا نتعامل عادة مع قيم متصلة لا يوجد بينها مسافات كما فى الامثلة السابقة. ويأخذ هذا الاتصال صورتين :

أ - أن يبدأ بالقيمة وينتهى بالقيمة مضافا اليها مقدار أقل قليلا من الوحدة المستخدمة فى التقسيم الى فئات فالقيمة ١٥ تكون حدودها ١٥ الى ١٥,٩ مثلا .

ب - ان تكون القيمة فى الوسط كما فى حالة العمر أو الوزن أو الدرجة ... ، حيث يكون الفرد الذى عمره (١٦ سنه مثلا) محصورا بين ١٥ سنه و ٦ شهور ، ١٦ سنه و ٥ شهور.

وفى مثل هذه الحالات ينبغى أن يراعى هذا الاتصال عند إيجاد الوسيط. فالوسيط فى المثال الأول عند مراعاة الاتصال لا يكون الدرجة ١٣ ، ولكن يصبح $\frac{١}{٢}$ ١٢ ، وبالنسبة للمثال

الثانى يصبح الوسيط $\frac{٣}{٤}$ ١٢ وهما أقرب الى الوسط الحسابى للمجموعة .

(٣-٥-١) ايجاد الوسيط للتوزيعات التكرارية :-

لاتتعامل الدراسات التربويه والاجتماعية - فى الغالب مع عينات صغيرة ، ولكنها تتعامل مع ظواهر يحكمها نوع من الاتصال والتكرار والتضخم لذا يفضل استخدام توزيعات أو تصنيفات تكرارية . ومن ثم ينبغى معرفة كيفية ايجاد الوسيط فى هذه الحالة .

واذا كان الوسيط هو النقطة أو القيمه التى يكون عدد القيم أدناها يساوى عدد القيم أو التكرارات أعلاها ، اذن نتوقع أن تكون أول خطوة فى ايجاد الوسيط هى معرفة موقعه أو ترتيبه . وبالطبع يكن من السهل تحديد هذا الترتيب بقسمة أفراد الظاهرة على ٢ ، أى إن ترتيب الوسيط يساوى $\frac{ن}{٢}$.

ولتحديد مقدار الوسيط نحدد فئته فى الجدول التكرارى ، وتكون عادة الفئة التىيكون عدد التكرارات أدناها مقاربا لعدد التكرارات أعلاها ، ثم نحدد الحد الأدنى لهذه الفئه ، أو نحدد الحد الأقصى لها ، وذلك لأن الوسيط يعطى بالعلاقة :-

$$و = د + أ \qquad (٣ - ١٥)$$

حيث:

د الحد الأدنى لفئة الوسيط.

، أ كمية يراد حسابها .

أو أن الوسيط يعطى بالعلاقة :-

$$و = ق - ب \qquad (٣ - ١٦)$$

حيث :

ق الحد الاقصى لفئة الوسيط .

، ب كمية يراد حسابها .

ولحساب أ ، ب نوجد مدى توزيع تكرار فئة الوسيط على طولها ، لأن طول فئة الوسيط تتناسب طرديا مع التكرار الخاص بها ، أى أن :ـ

$$ف \propto ك_و$$ (حيث $ك_و$ تكرار فئة الوسيط)

وبناء عليه فان الجزء الباقى من طول الوسيط يتناسب طرديا مع الفرق بين ترتيب الوسيط وعدد التكرارات أدناه أو أعلاه ، أى أن :ـ

$$أ \propto \frac{ن}{٢} - ك_د$$ (حيث $ك_و$ مجموع التكرارات الادنى من فئة الوسيط)

ومن العلاقتين السابقتين نلاحظ أن :ـ

$$\frac{أ}{ف} = \frac{\frac{ن}{٢} - ك_د}{ك_و}$$

$$\therefore أ = ف \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك_د}{ك_و} \right) \qquad (٣ - ١٧)$$

فاذا عوضنا من قيمة أ فى العلاقة (٣ ـ ١٥) فان قيمة الوسيط تعطى بالعلاقة :ـ

$$و = د + ف \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك_د}{ك_و} \right) \qquad (٣ - ١٨)$$

وبنفس الطريقة فان :ـ

$ب \propto \frac{ن}{٢} - ك_{ق}$ (حيث $ك_{ق}$ عدد التكرارات الاعلى من فئة الوسيط)

$$\therefore \; ب = ف \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك_{ق}}{ك_{و}} \right) \qquad (٣ - ١٩)$$

فاذا عوضنا عن قيمة ب فى العلاقة (٣ - ١٦) فان قيمة الوسيط تعطي بالعلاقة :ـ

$$و = ق - ف \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك_{ق}}{ك_{و}} \right) \qquad (٣ - ٢٠)$$

مثال :ـ

اوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الخاص بعينه درجات اصول التربية المذكورة فى الجدول رقم (٢ - ٥) •

الحل :ـ

من الجدول المذكور نأخذ العمودين الاول والاخير ، فيصبح الجدول فى الصورة (٢ - ٦) وذلك بعد اضافة التكراريـــن المتجمع الصاعد والنازل •

- ثم نحدد ترتيب الوسيط $\frac{ن}{٢} = \frac{٨٣}{٢} = ٤١\frac{١}{٢}$ •
- نوجد الفئة التى يكون عدد التكرارات ادناها مساويا تقريبا لعدد التكرارات اعلاها •• أى الفئة (٢٥ - $٢٩\frac{١}{٢}$) المحددة فى الجدول السابق ، والتى يتضح من الجدول أن أقل منها ٣٢ وأزيد منها ٢٥ •
- نحدد العلاقة المراد استخدامها لايجاد الوسيط • فاذا كان المراد ايجاد الوسيط باستخدام الحد الادنى لفئة الوسيط استخدمنا العلاقة (٣ - ١٨) أى العلاقة :ـ

الجدول (٢ ـ ٦)

الفئات س	التكرار ك	تكرار متجمع صاعد: الحدود العليا للفئات	تكرار متجمع صاعد: تكرار متجمع	تكرار متجمع هابط (نازل): الحدود الدنيا للفئات	تكرار متجمع هابط (نازل): تكرار متجمع
		أقل من (− ١/٤)	صفرا		
صفر − ٤ ١/٢	١	" " ٤ ٣/٤	١	أزيد من (− ١/٤)	٨٣
٥ − ٩ ١/٢	٢	" " ٩ ٣/٤	٣	" " ٤ ٣/٤	٨٢
١٠ − ١٤ ١/٢	٥	" " ١٤ ٣/٤	٨	" " ٩ ٣/٤	٨٠
١٥ − ١٩ ١/٢	٨	" " ١٩ ٣/٤	١٦	" " ١٤ ٣/٤	٧٥
٢٠ − ٢٤ ١/٢	١٦	" " ٢٤ ٣/٤	٣٢	" " ١٩ ٣/٤	٦٧
٢٥ − ٢٩ ١/٢	٢٦	" " ٢٩ ٣/٤	٥٨	" " ٢٤ ٣/٤	٥١
٣٠ − ٣٤ ١/٢	١٤	" " ٣٤ ٣/٤	٧٢	" " ٢٩ ٣/٤	٢٥
٣٥ − ٣٩ ١/٢	٧	" " ٣٩ ٣/٤	٧٩	" " ٣٤ ٣/٤	١٦
٤٠ − ٤٤ ١/٢	٤	٤٤ ٣/٤	٨٣	" " ٣٩ ٣/٤	٤
				" " ٤٤ ٣/٤	صفرا

$$و = د + ف \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك_{د}}{ك_{و}} \right)$$

$$= ٢٤\frac{٣}{٤} + ٥ \left(\frac{٤١\frac{١}{٢} - ٣٢}{٢٦} \right)$$

$$= ٢٤\frac{٣}{٤} + ١٫٨٣ = ٢٦٫٥٨$$

أما اذا استخدمنا العلاقة (٣ – ٢٠) أى العلاقة :ـ

$$و = ق - ف \left(\frac{\frac{ن}{٢} - ك_{ق}}{ك_{و}} \right)$$

$$= ٢٩\frac{٣}{٤} - ٥ \left(\frac{٤١\frac{١}{٢} - ٢٥}{٢٦} \right)$$

$$= ٢٩\frac{٣}{٤} - ٣٫١٧ = ٢٦٫٥٨$$

وهى نفس النتيجة السابقة . وإذا قارنا هذه النتيجة بالوسط الحسابى لنفس الدرجات نجد ان الوسيط يختلف اختلافا بسيطا من الوسط الحسابى .

(٣ – ٥ – ٢) ايجاد الوسيط فى بعض الحالات الخاصة :ـ

واضح من العلاقتين (٣ – ١٨) ، (٣ – ٢٠) ان ايجاد الوسيط مبنى على حساب

$$\frac{\frac{ن}{٢} - ك_{د}}{ك_{و}} \quad أو \quad \frac{\frac{ن}{٢} - ك_{ق}}{ك_{و}}$$

ومن ثم يكون السؤال :

ما هو الوسيط عندما يكون البسط أو المقام مساويا للصفر ؟

... أو بمعنى آخرمساهو الوسيط عندما تكون $\frac{ن}{٢}$ = $ك_{د}$ = $ك_{ق}$ ،

وكذلك عندما تكون $ك_{و}$ = صفرا ؟

ونكتفى فى الاجابة على هذه التساؤلات بحلول بعض الامثلة..

مثال :-

اوجد الوسيط للتوزيع التكرارى الاتى :-

الدرجة	صفر-٩	١٠-١٩	٢٠-٢٩	٣٠-٣٩	٤٠-٤٩	٥٠-٥٩	٦٠-٦٩	٧٠-٧٩
التكرار	٣	٩	١٣	١٩	٢٢	١١	٥	٦

الحل :

∵ ن = ٨٨ ∴ $\frac{ن}{٢}$ = ٤٤

نكون جدول يشبة الجدول (٣ - ٦)

الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	ك م ص	الحدود الدنيا للفئات	ك م ن
		أقل من $(-\frac{1}{2})$	صفر		
صفر–٩	٣	" " $٩\frac{1}{2}$	٣	أزيد من $(-\frac{1}{2})$	٨٨
١٠–١٩	٩	" " $١٩\frac{1}{2}$	١٢	" " $٩\frac{1}{2}$	٨٥
٢٠–٢٩	١٣	" " $٢٩\frac{1}{2}$	٢٥	" " $١٩\frac{1}{2}$	٧٦
٣٠–٣٩	١٩	" " $٣٩\frac{1}{2}$	٤٤	" " $٢٩\frac{1}{2}$	٦٣
٤٠–٤٩	٢٢	" " $٤٩\frac{1}{2}$	٦٦	" " $٣٩\frac{1}{2}$	٤٤
٥٠–٥٩	١١	" " $٥٩\frac{1}{2}$	٧٧	" " $٤٩\frac{1}{2}$	٢٢
٦٠–٦٩	٥	" " $٦٩\frac{1}{2}$	٨٢	" " $٥٩\frac{1}{2}$	١١
٧٠–٧٩	٦	" " $٧٩\frac{1}{2}$	٨٨	" " $٦٩\frac{1}{2}$	٦
				" " $٧٩\frac{1}{2}$	صفر

واضح من الجدول السابق انه يوجد ٤٤ أقل من $٣٩\frac{1}{2}$ ، ويوجد ٤٤ أيضا أزيد من $٣٩\frac{1}{2}$. فى هذه الحالة يكون الوسيط هو $٣٩\frac{1}{2}$ دون الدخول فى اجراءات حسابيه .

مثال (٢)

أوجد الوسيط للتوزيع التكراري الاتى :-

الدرجة	٥-٩	١٠-١٤	١٥-١٩	٢٠-٢٤	٢٥-٢٩	٣٠-٣٤	٣٥-٣٩	٤٠-٤٤
التكرار	٦	١١	١٢	صفر	٩	١١	٤	٥

الحل :

∵ ن = ٥٨ ∴ $\frac{ن}{٢}$ = ٢٩

نكون جدول يشبة الجدول الموجود فى المثال السابق .

الفئات	التكرار	الحدود العليا للفئات	ك ت ص	الحدود الدنيا للفئات	ك ت ن
		أقل من ٤ $\frac{١}{٢}$	صفر		
٥ - ٩	٦	" ٩ $\frac{١}{٢}$	٦	أزيد من ٤ $\frac{١}{٢}$	٥٨
١٠-١٤	١١	" " ١٤ $\frac{١}{٢}$	١٧	" " ٩ $\frac{١}{٢}$	٥٢
١٥-١٩	١٢	" " ١٩ $\frac{١}{٢}$	٢٩	" " ١٤ $\frac{١}{٢}$	٤١
٢٠-٢٤	صفر	" " ٢٤ $\frac{١}{٢}$	٢٩	" " ١٩ $\frac{١}{٢}$	٢٩
٢٥-٢٩	٩	" " ٢٩ $\frac{١}{٢}$	٣٨	" " ٢٤ $\frac{١}{٢}$	٢٩
٣٠-٣٤	١١	" " ٣٤ $\frac{١}{٢}$	٤٩	" " ٢٩ $\frac{١}{٢}$	٢٠
٣٥-٣٩	٤	" " ٣٩ $\frac{١}{٢}$	٥٣	" " ٣٤ $\frac{١}{٢}$	٩
٤٠-٤٤	٥	" " ٤٤ $\frac{١}{٢}$	٥٨	" " ٣٩ $\frac{١}{٢}$	٥
				" " ٤٤ $\frac{١}{٢}$	صفر

واضح ان تكرار فئة الوسيط لا يساوى شيء ($ك_و$ = صفر)، وان مجموع تكرارات الفئات التى تعلو هذه الفئة يساوى مجموع تكرارات الفئات الادنى من هذه الفئة .

فى هذه الحالة وفى الحالات المشابهة (عند ما يوجد اكثر من فئة فى الوسط يكون تكرارها صفرى) ، يكون من الافضل حساب متوسط الحد الاعلى للفئة السابقة والحد الادنى للفئة اللاحقة ، أى ان الوسيط فى هذا المثال يساوى

$$\frac{٢٤ \frac{١}{٢} + ١٩ \frac{١}{٢}}{٢} = ٢٢$$

(٣ ـ ٦) المنوال :ـ

يعتبر المنوال المؤشر الخامس من مؤشرات النزعة المركزية ، وهو اكثر هذه المؤشرات سهولة فى الحساب ، واكثرهم عمومية فى الحكم على الظاهرة المدروسة . ويقصد بالمنوال تلك القيمة أو الكمية أو النقطة ذات التكرار الأعلى فى التوزيع على مركز القياس (٥٧ : ٥٥) .

ففى المثال الاول من امثلة البند السابق نلاحظ أن أعلى تكرار هو (٢٢) ، وهذا التكرار يقابل الفئة (٤٠ ـ ٤٩) ، لذا فان المنوال يقع فى مدى هذه الفئة ، ويطلق على هذه الفئة لفظ الفئة المنوالية .

أما فى المثال الثانى فى نفس البند فان أكبر تكرار هو (١٢) لذا فان الفئة المنواليه هى الفئة (١٥ ـ ١٩) ويقع المنوال فى مدى هذه الفئة .

أى ان المستخدم للمنوال يكشف عن أعلى تكرار موجود ثم يحكم على المنوال فى مدى الفئة الحالية لهذا التكرار الأعلى،

وبالطبع فان النتيجة التى توصل اليها بسرعة هى نتيجة عامة، اما استخدام طريقة المنوال لتحديد للنزعة المركزية بالضبط فيتطلب نوعا من الحساب .

وتوجد طريقتين لايجاد المنوال هما :-

أ - ايجاد المنوال باستخدام طريقة الرافعة .

ب - ايجاد المنوال باستخدام الوسط والوسيط .

(٢ - ٦ - ١) ايجاد المنوال باستخدام طريقة الرافعة :-

أتضح لنا ان المنوال يقابل أعلى تكرار فى التوزيع ، وهذا يساهم فى تحديد نهايتى الفئة المنواليه ، ولكن المراد تحديد قيمة المنوال بالضبط ، ولنفترض ان هذه القيمة هى "ل" فى هذه الحالة تعطى قيمة المنوال "ل" بالعلاقة :-

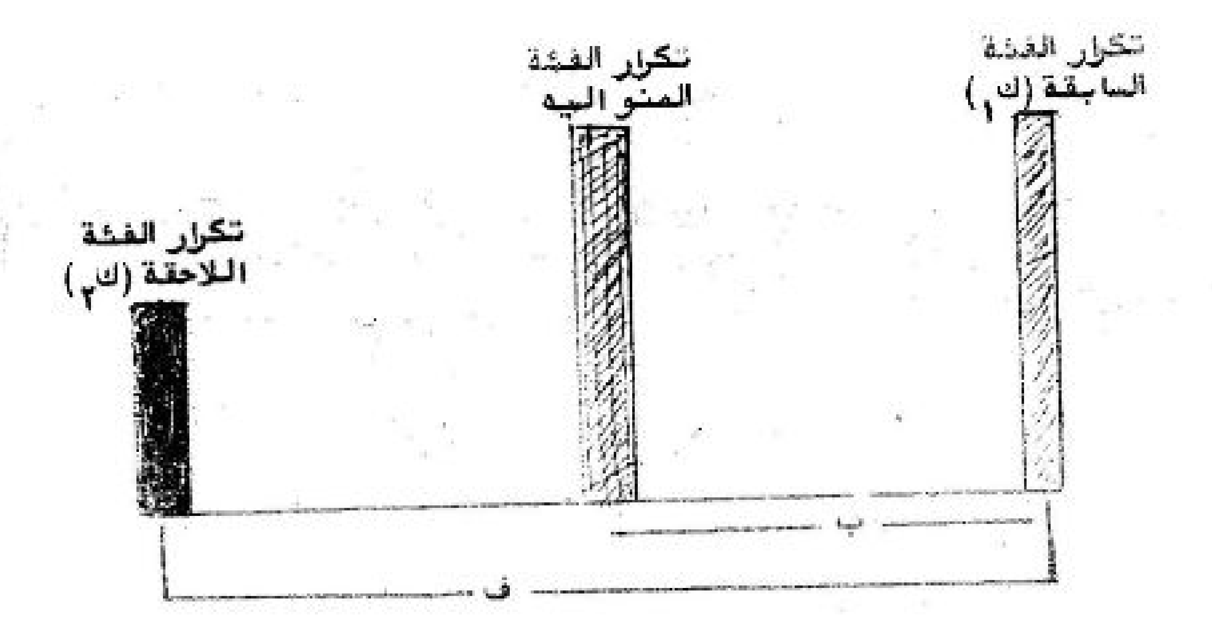
ل = أ + ب (٢ - ٢١)

حيث :-

أ هو الحد الادنى للفئة المنوالية .

ب هو بعد مركز المنوال عن أ .

وترتكز المشكلة الاساسية هنا فى حساب قيمة " ب " ولما كانت الفئة المنواليه محدودة بتكرارين متجاورين ، فاننا نتوقع ان يقترب مركز المنوال من التكرار الاعلى . ويوضح الشكل (٢ - ١) علاقة مركز المنوال بالتكرارين السابق واللاحق للفئة المنواليه .



الشكل (٣ – ١) علاقة مركز المنوال بالتكرارين السابق و اللاحق

ولايجاد قيمة ب نفترض ان التكرار السابق للفئة المنواليه يساوى "$ك_1$" وأن التكرار اللاحق يساوى "$ك_2$"، وأن طول الفئة المنوالية يساوى ف . وبتطبيق قاعدة الرافعة نجد أن :

$$ك_1 \, ب = ك_2 \, (ف - ب)$$

$$\text{ومنها} \quad ب = \frac{ك_2}{ك_1 + ك_2} \, ف$$

$$= \frac{\text{التكرار اللاحق للفئة المنواليه}}{\text{مجموع التكرارين السابق و اللاحق}} \times \text{طول الفئة}$$

(٣ – ٢٢)

وبالتعويض فى العلاقة (٣ – ٢١) نحصل على :-

$$ل \text{ " قيمة المنوال " } = أ + \frac{ك_2}{ك_1 + ك_2} \times ف \qquad (٣ - ٢٣)$$

فى هذه الحالة اعتبرنا ان المنوال يتأثر بالتكراريـن السابق واللاحق للفئة المنواليه واهملنا اثر تكرار الفئة المنواليه ، كما اعتبرنا عند تطبيق قانون الرافعه ان التكرار السابق للفئة المنواليه ($ك_١$) يؤثر فى بداية الفئة المنواليه ، وان التكرار اللاحق لها ($ك_٢$) يؤثر فى نهايتها .

وفى الواقع ان تكرار الفئة المنواليه له تأثير وبخاصة اذا كان مركز المنوال بعيدا عن مركز الفئة المنواليه ، هذا بالاضافة الى ان التكرارات تميل دائما الى التمركز فى مركز الفئة الخاصة بها ، لذا يستخدم علاقة اخرى يراعى فيها ذلك التأثير (٣٢ : ١٨١ – ١٨٣) ، مع مراعاة توزيع تكرارات الفئات الثلاثه السابقة والمنواليه واللاحقة على نهايتي كل فئة ، وان بعد مركز المنوال يتناسب عكسيا مع $ك_ل - ك_ر$ حيث $ك_ل$ تكرار الفئة المنواليه ، $ك_ر$ تشير الى التكرارين السابق واللاحق (ر = ١،٢) .

فاذا افترضنا ان مركز المنوال يبعد مسافة ج عن مركز الفئة المنواليه ، وطبقنا طريقة الرافعة نحصل على :-

$$\frac{١}{٢} (ك_ل - ك_٢) \left(\frac{ف}{٢} + ج \right) = \frac{١}{٢} (ك_ل - ك_١) \left(\frac{ف}{٢} - ج \right)$$

ومنها نحصل على :-

$$ج = \frac{ك_٢ - ك_١}{٢ك_ل - (ك_١ + ك_٢)} \times \frac{ف}{٢} \qquad (٣ - ٢٤)$$

فاذا افترضنا ان قيمة المنوال تعطى بالعلاقة :-

$$ل = ز + ج \qquad (٣ - ٢٥)$$

حيث :

ز تشير الى مركز الفئة المنواليه .

فان قيمة المنوال بالتعويض عن ج تعطى بالعلاقة :ـ

$$\text{ل}\ \text{"قيمة المنوال"} = \text{ز} + \frac{\text{ف}}{٢}\left(\frac{\text{ك}_٢ - \text{ك}_١}{٢\text{ك}_\text{ل} - (\text{ك}_١ + \text{ك}_٢)}\right) \quad (٣ - ٢٦)$$

مثال :ـ

اوجد قيمة المنوال للتوزيع التكرارى المذكور فـــــى الجـدول (٣ ـ ٦) ٠

الحـل :

من الجدول المذكور نلاحظ ان أعلى تكرار هو "٢٦" وهـذا التكرار يقابل الفئة (٢٥ ـ $٢٩\frac{١}{٢}$) ٠

اى ان الحد الأدنى للفئة المنواليه أ = $٢٤\frac{٣}{٤}$
ونلاحـــظ ان :

التكرار السابق للفئة المنواليه " $\text{ك}_١$" = ١٦ ٠
والتكرار اللاحق للفئة المنواليه " $\text{ك}_٢$ " = ١٤ ٠
وطول الفئة المنوالية" ف " = ٥

$$\therefore \text{ك} = \text{أ} + \frac{\text{ك}_٢}{\text{ك}_١ + \text{ك}_٢} \times \text{ف}$$

$$= ٢٤\frac{٣}{٤} + \frac{١٤}{١٦ + ١٤} \times ٥$$

$$= ٢٤\frac{٣}{٤} + ٢٫٣٣ = ٢٧٫١$$

حل آخـر :

من العلاقة (٣ ـ ٢٦) نجـد ان :ـ

$$ل = ٢٧\frac{١}{٢} + \frac{٥}{٢} \left(\frac{١٤ - ١٦}{٢ \times ٢٦ - (١٦ + ١٤)} \right)$$

$$= ٢٧\frac{١}{٢} + \frac{٥}{٢} \times \frac{-٢}{٢٢} = ٢٧٫٢$$

(٣ ـ٦ ـ ٢) ايجاد المنوال باستخدام الوسـط والوسيط :ـ

توصل بيرسون من محاولاته لايجاد العـلاقة بين الوسـط والوسيط والمنوال (١٢٧ : ٩٤ ـ ٩٦) الى العلاقة :ـ

المنوال = الوسط الحسابى ـ ٣ (الوسط الحسابى ـ الوسيط)

أى أن :

$$ل = م - ٣ (م - و)$$

ومنها :ـ

$$ل = ٣و - ٢م \qquad (٣ - ٢٧)$$

مثال :ـ

اوجد قيمة المنوال للتوزيع التكرارى الخاص بدرجـات أصول التربيه .

الحـل :

مما سبق لاحظنا أن قيم الوسط والوسيط كما يلى :-

م = ٢٦٫٣ ، و = ٢٦٫٥٨

من العلاقة (٣ - ٢٧) نجد ان قيمة المنوال :-

ل = ٣ × ٢٦٫٥٨ - ٢ × ٢٦٫٣

= ٢٧٫١

(٣ - ٧) أهمية ومقارنه مقاييس النزعة المركزية :-

تستخدم مقاييس النزعة المركزية فى الكثير من شئون الحياة الانسانية اقتصاديه كانت أم اجتماعيه وتربوية ... حيث يمكن استخدامها فى مقارنة العديد من الظواهر أو النمو والتطور داخل ظاهرة واحدة . فعلى سبيل المثال يمكن بها الوقوف على معدلات العائد أو الفاقد فى النواحى الانسانية بحساب معدلات التكاليف أو المدخلات ومعدلات النواتج أو المخرجات والمقارنه بينها .

ويتوقف اختيار أى نوع من هذه المقاييس على طبيعة الظاهرة المدروسة . فالوسط الحسابى يستخدم على مجال واسع فى تحديد النزعة المركزية بالضبط ، لذلك يفضل استخدامة فى وصف الظواهر الاجتماعيه أو التربويه التى تتضمن قيما متطرفة أكثر من استخدام الوسيط أو المنوال . فالوسط الحسابى يأخذ فى الاعتبار كل القيم وتكرارها ، فلا يعتمد على عدد القيم فقط كما فى الوسيط ، أو على تكرار هذه القيم فقط كما فى المنوال ، هذا بالاضافة الى عدم تحيزة لقيمة معينه على حساب أخرى .

ويتطلب استخدام الوسط الحسابى الكثير من المعلومات عن الظاهرة المدروسة اكثر من المنوال أو الوسيط • أما المنوال فيتطلب حساب التكرار فقط ، ويستخدم فى مثل هذه الحالات التى لا يمكن معرفة حدود القيمة المقابلة للتكرار بالضبط • فعلى سبيل المثال اذا افترضنا قيام دراسة على مقارنة عدد الحاصلين على مراحل تعليمية ، فان هذه المقارنه ستعتمد على عدد الحاصلين على هذه المراحل ، وتتم هذه المقارنة فى ضوء أعلى عدد لهؤلاء الافراد (أى فى ضوء المنوال) ، ومن ثم يعتبر المنوال فى هذه الحالة أفضل مقياس ، بينما استخدام الوسط الحسابى أو الوسيط هنا ليس له معنى •

ولا يتطلب حساب الوسيط معرفة التكرار الخاص بالقيم فى الظاهرة المدروسة كما فى المنوال ، ولكنه يتطلب فى المقام الاول ـ ترتيب هذه التكرارات حتى يمكن الحصول من هذا الترتيب على القيمة التى تتوسطهم ، والتى تمثل قيمة الوسيط • فعلى سبيل المثال اذا افترضنا ان الجدول (٣ ـ ٧) يمثل العلاقة بين مراتب (أى ترتيب) الدرجات والتكرار الخاص بكل مرتبة •

الجدول (٣ ـ ٧)

مراتب الدرجات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	المجموع
التكرار	١٣	١٢	٢٤	١٩	١٦	١٠	٦	١٠٠

فان المنوال لهذه الدرجات يتحدد بالمرتبة الثالثة ، بينما يتحدد الوسيط بالمرتبة الرابعة ، وذلك لان ترتيبه

يرجد ما بين ٥٠ ، ٥١ . ولا يصلح هذا التوزيع لحساب الوسط الحسابى لان هذه المراتب لا توضح حدود الدرجات بالضبط .

وفى مقابل هذه الامثلة المذكورة سابقا نلاحظ ان القضايا التربوية والاجتماعيه تتضمن الكثير من المعلومات التى يكون معروف قيمها وعدد الممثلين لكل قيمة ، أو معروف ترتيب قيمها وعدد الممثلين لكل مرتبة ، كأن تعرف قيم الدخل وعدد المستفيدين من كل فئة من فئات الدخل ، أودرجة التعليم وعدد الممثلين لكل درجة ، أو نسب المخرجات الكمية أو العوائد الكيفية للتعليم أو نسب المواليد..الخ.

ولا يعنى ما ذكر سابقا أن قياس النزعة المركزية فى الظواهر التربوية والاجتماعية لا يتم الا باستخدام المقاييس الثلاثة السابقة ، ولكن يوجد الكثير من المقاييس ذكرنا منها على سبيل المثال الوسط الهندسى والوسط التوافقى اللذين يمكن استخدامها فى علاج بعض القضايا التربوية التى تخضع للنمط الهندسى أو التوافقى كما ذكر سابقا .

(٢ – ٨) مقاييس التشتت :-

اتضح لنا من العرض السابق ان مقاييس النزعة المركزيه غير كافية لوصف المعلومات الخاصة بالظاهرة المدروسة وصفا كافيا لانها تتجاهل التباين بين هذه المعلومات وتشتتها . فقد تكون قيمة الوسط الحسابى أو الوسيط أو المنوال لخمس قيم مكافئا لقيمة الوسط أو الوسيط أو المنوال لعشرين قيمة بالرغم من اتساع المدى وتباين التكرارات وتبعثرها .

لذا ينبغى على القائم بتحليل الظاهرة التربويــــة أو الاجتماعية ان يكون على علم كامل بمدى تناثر القيم الخاصة بالظاهرة المدروسة ، وقد يقتصر على معرفة حجم هـــذا التناثر أو هذا التشتت ، وقد يعتبر النزعة المركزيـــة مرجعا يقيس فى ضوئها هذا التشتت . وسنحاول فى الجـزء التالى من هذا الفصل مناقشة أهم الطرق أو المقاييس الخاصة بقياس التشـــتت .

(٣ – ٨ – ١) المدى المطلق وأوساط المدى :-

لا يعتبر المدى طريقة لقياس النزعة المركزية لانه يحوى كل أو بعض قيم التوزيع ، ولكنه يعتبر من المؤشرات الدالة على تشتت أفراد الظاهرة المدروسة . وبالرغم مــــن أن حساب المدى يتم بسهولة وبسرعة الا انه غير موثوق فيه للوقوف على شكل التوزيـــع التكرارى داخل المجموعة ككل .

ويعتبر المدى المطلق من الاجراءات التمهيدية ، حـــيث يمكن استخدامة فى تحديد فئات التوزيع ، أو تحـــديد مقياس الرســم الذى يمكن به تمثيل التوزيع فى صورة مـــن صــور التمثيل البيانى .

ويقصد بالمدى المطلق المسافة بين أعلى قيمة وأدنـــى قيمة فى التوزيع شريطة أن تحوى هذه المسافة القيمتيـــن معـا . أى أن المدى المطلق يتحدد من العلاقة :-

المدى المطلـق = أعلى قيمة – أدنى قيمة + ١ .

كما يتحدد المدى المطلق بالنسبة للمعلومات الموزعـــة على فئات بالفرق بين الحد لأعلى فئة مطروحا منه الحـــد الادنى لأدنـــى فئـة .

ولما كان المدى المطلق يتعامل مع القيمتين المتطرفتين (أعلى قيمة وأدنى قيمة) ، لذا فهو لا يساعدنا في اعطاء صورة واضحة وموثوق فيها عن نمط التوزيع الخاص بالظاهرة سواء من حيث زيادة التكرار عند قيمة معينة وقلته أو انعدامه عند قيمة اخرى ، أي من حيث تدرج هذه التكرارات وأخذها شكلا اعتداليا .

وللحصول على صورة واضحة - الى حد ما - يستخدم المدى الأوسط والمدى الربيعى ، وفيها يتم ترك بعض القيم المتطرفة على الجانبين (٦٢ : ١٩ - ٢٠) ، كأن يتم أخذ مدى ٨٠٪ من القيم وذلك بترك ١٠٪ من القيم على كل جانب من جانبى التوزيع . أو يتم حساب متوسط مدى ٥٠٪ من القيم بترك ٢٥٪ من القيم على كل جانب من الجانبين (المدى الربيعى) .

ففى مثال درجات اصول التربيه اذا استثنينا ١٠٪ من القيم فى كل جانب نحصل على المدى الأوسط ل ٨٠٪ من القيم ، حيث نستبعد " ٨ " درجات تقريبا من كل جانب ، وفى هذه الحالة يصبح :-

المدى الأوسط = $\frac{1}{2}$ ٣٧ - ١٥ = $\frac{1}{2}$ ٢٢

وبمقارنة هذه النتيجة بنتيجة المدى نلاحظ ان ٢٠٪ من القيم تشغل نصف المدى ، بينما ٨٠٪ من باقى القيم تشغل النصف الآخر من المدى المطلق .

أما اذا استبعدنا ٢٥٪ من القيم من كل جانب ، أى ٢١ درجة من كل جانب ، فاننا نحصل على المدى الأوسط ل ٥٠ ٪ من القيم فقط ، ويصبح المدى فى هذه الحالة مساويا للمقدار :-

المدى الأوسط = ٣١ - ٢٠ = ١١

ويتم حساب المدى الربيعى من العلاقة :-

المدى الربيعي = نصف المدى الاوسط ل ٥٠٪ من القيم

$$= \frac{\text{الرباعي الأعلى} - \text{الرباعي الأدنى}}{٢}$$

أى أن المدى الربيعى = $\frac{١١}{٢}$ = ٥ $\frac{١}{٢}$

وسنتناول المدى الاوسط والمدى الربيعى مرة اخرى فى البند التالى .

وفى ضوء النتائج الأربع للمدى المطلق وأوساط المدى الربيعى يمكن تصور شكل توزيع التكرارات الخاصة بالظاهرة ، حيث نلاحظ ان ٥٠٪ من التكرارات تشغل الربع الاوسط من المدى المطلق ، ثم تقل هذه التكرارات تدريجيا حيث تشغل ٣٠٪ الربع الثانى (من الجانبين) . واخيرا تشغل ٢٠٪ من التكرارات نصف المدى المطلق (النصف المتطرف) .

وبالرغم من أن كل من المدى الاوسط أو المدى الربيعى قد يعطى صورة أكثر وضوحا عن التوزيع التكرارى للظاهرة بالمقارنة بالمدى المطلق ، الا انه لا يفضل استخدامهما ، وذلك لأن كل منها لا يعطى المعلومات الكافيه عن التشتت الخاص بقيم الظاهرة المدروسة منسوبة الى نزعتها المركزية .

(٣ - ٨ - ٢) المائينيات[1] :-

تعتمد فكرة المائيات على فكرة النسبة المئوية التى تناولناها فى الفصل السابق ، وفى ضوء استخدام المائينيات يمكن توزيع المعلومات الاحصائية الخاصة بالظاهرة المدروسة على اجزاء عددها ١٠٠ جزء ، ومن هذه الاجزاء يمكن الحصول

(I) Percentiles.

على ١٠٪ ، ٢٠٪ ، ... ، ٩٠٪ من قيم الظاهرة . كما يمكن الحصول على الرباعيات ، حيث يمثل الرباعى الادنى ٢٥٪ أما الرباعى الاقصى أو الاعلى فيمثل ٧٥٪ .

ويتم حساب المائينيات بنفس طريقة الوسيط ، وذلك باستبدال $\frac{ف}{٢}$ بالنسبة المئوية للمائينى المراد تحديده مضروبا فى جملة التكرارات ، اى ان المائينى " $ى_ر$ " يتحدد من العلاقة :-

$$ى_ر = د + ف \left(\frac{ب_ر \times ن - ك_د}{ك_ر} \right) \qquad (٣ - ٢٨)$$

حيث :-

د الحد الادنى لفئة المائين .

، $ك_د$ مجموع التكرارات السابقة لفئة المائين .

، $ك_ر$ تكرار فئة المائين .

، $ب_ر$ النسبة المئوية للمائينى .

مثال :-

أوجد المائينيات ١٠ ، ٢٥ ، ٥٠ ، ٧٥ ، ٩٠ لعينة درجات اصول التربية المذكورة فى الجدول (٢ - ٥) ، وأوجد كل من المدى الاوسط والمدى الربيعى .

الحل

من الجدول المذكور :-

$$\because ى_ر = د + ف \left(\frac{ب_ر \times ن - ك_د}{ك_ر} \right)$$

$$\therefore ى_{١٠} = ١٥ + ٥ \left(\frac{٠ر١٠ \times ٨٣ - ٨}{٨} \right)$$

= ١٥ + $\frac{١ر٥}{٨}$ = ١٥ر١٩

، ى٢٥ = ٢٠ + ٥ ($\frac{٠ر٢٥ \times ٨٣ - ١٦}{١٦}$)

= ٢٠ + ١ر٤٨ = ٢١ر٤٨

، ى٥٠ = ٢٥ + ٥ ($\frac{٠ر٥٠ \times ٨٣ - ٣٢}{٢٦}$)

= ٢٥ + ١ر٨٣ = ٢٦ر٨٣

، ى٧٥ = ٣٠ + ٥ ($\frac{٠ر٧٥ \times ٨٣ - ٥٨}{١٤}$)

= ٣٠ + ١ر٥٢ = ٣١ر٥٢ .

، ى٩٠ = ٣٥ + ٥ ($\frac{٠ر٩٠ \times ٨٣ - ٧٢}{٧}$)

= ٣٥ + ١ر٩٣ = ٣٦ر٩٣ .

المدى الأوسط = ى٩٠ − ى١٠

= ٣٦ر٩٣ − ١٥ر١٩ = ٢١ر٧٤ .

$$\text{المدى الربيعي} = \frac{ى_{٧٥} - ى_{٢٥}}{٢} = \frac{٣١ر٥٢ - ٢١ر٤٨}{٢}$$

$$= \frac{١٠ر٠٤}{٢} = ٥ر٠٢$$

أى انه يمكن ايجاد المدى الأوسط والمدى الربيعى باستخدام المائينيات وبخاصة بالنسبة للتوزيعات التكرارية المقسمة الى مجموعات ٠

ولا تقتصر أهمية المائينيات على تحديد كل من المدى الاوسط والمدى الربيعى ، بل يمكن استخدامها فى المقارنه بين مجموعتين او أكثر ٠

كما يمكن استخدام المائينيات فى تحديد المستويات الاقتصادية - الاجتماعية لافراد عينه الدراسة وذلك بالتقسيم الى خمسة مستويات ($ى_{٢٠}$ ، $ى_{٤٠}$ ، $ى_{٦٠}$ ، $ى_{٨٠}$) ويمثل المستوى الادنى بالحاصلين على قيم أقل من $ى_{٢٠}$ ، بينما يمثل المستوى الثانى بالحاصلين على قيم من $ى_{٢٠}$ حتى أقل من $ى_{٤٠}$ و ٠٠٠ ويمثل المستوى الاخير بالحاصلين على قيم أعلى من أو يساوى $ى_{٨٠}$ ٠ أو يتم التقسيم الى ثلاثة مستويات ($ى_{٣٣\frac{١}{٣}}$ ، $ى_{٦٦\frac{٢}{٣}}$) أو أربعة مستويات أو سبعة مستويات أو ٠٠٠ الخ ٠

(٣ - ٨ - ٣) الانحراف النسبى والانحراف المتوسط :-

يعتبر تعبير " الانحراف النسبى " افضل وأعم من تعبير " الانحراف المتوسط " وذلك لأن الأول يمكن استخدامة فى قياس مدى تباعد أو انحراف القيم عن متوسطها الحسابى أو وسيطها أو منوالها ٠ اما الانحراف المتوسط فيستخدم

- غالبا - فى حساب الانحراف عن متوسط حسابى . وبصفة عامة فان التعبيرين يأخذان فى الاعتبار مدى انحراف قيم الظاهرة بالنسبة للنزعة المركزية ، أو مدى تباعد هذه القيم عن النزعة المركزية .

ويتم حساب الانحراف النسبى أو الانحراف المتوسط وفقا للعلاقة :-

$$\text{الانحراف النسبى} = \frac{\text{مجموع الانحرافات عن النزعة المركزية}}{\text{عدد افراد العينه}}$$

ولما كان مجموع الانحرافات عن النزعة المركزية يتلاشى فى حالة الوسط الحسابى ، لذا تهمل الاشارات السالبة وذلك بأخذ مقياس هذه الانحرافات ، ومن ثم تصبح العلاقة السابقة فى الصورة :-

$$\text{الانحراف النسبى} = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} | ع_ر |}{ن} \qquad (٣ - ٢٩)$$

حيث :-

$ع_ر = س_ر - م$ (قد يستبدل "م" بالوسيط "و" أو المنوال "ل")

، والرمز | | يعبر عن المقياس (اهمال الاشارة) .

مثال :-

اوجد الانحراف النسبى للدرجات التسع الاتية :-

٥ ، ٧ ، ١٣ ، ١٣ ، ١٥ ، ١٧ ، ١٩ ، ٢١ ، ٢٣

الحــل :ـ

نوجد الوسط الحسابى والوسيط والمنوال للدرجات التسع :ـ

م (الوسـط الحسابى) = $\frac{١٣٣}{٩}$ = ١٤ر٧٧٨

، ترتيب الوسيط = $\frac{ن+١}{٢}$ = $\frac{٩+١}{٢}$ = ٥

قيمة الوسيط = ١٥

، وحيث ان الدرجة ١٣ هى الوحيدة التى تكررت مرتين .

∴ قيمة المنوال (ل) = ١٣

ويوضح الجدول التالى قيمة الانحراف المتوسط فى الحالات الثلاث :ـ

الدرجات ($س_ر$)	$ح_ر = س_ر - م$	$ح'_ر = س_ر - و$	$ح''_ر = س_ر - ل$
٥	− ٩ر٧٧٨	− ١٠	− ٨
٧	− ٧ر٧٧٨	− ٨	− ٦
١٣	− ١ر٧٧٨	− ٢	صفر
١٣	− ١ر٧٧٨	− ٢	صفر
١٥	٠ر٢٢٢	صفر	٢
١٧	٢ر٢٢٢	٢	٤
١٩	٤ر٢٢٢	٤	٦
٢١	٦ر٢٢٢	٦	٨
٢٣	٨ر٢٢٢	٨	١٠
$\sum_{ر=١}^{٩} ح_ر$	صفر	− ٢	١٦
$\sum_{ر=١}^{٩} \|ح_ر\|$	٤٢ر٢٢٢	٤٢	٤٤
قيمة الانحراف المتوسط	٤ر٦٩	٤ر٦٧	٤ر٨٩

اتضح لنا من المثال السابق ان مجموع الانحرافات عن الوسط الحسابى تتلاشى ، بينما يختلف الوضع بالنسبة للمنوال والوسيط ، لذا فان قياس مدى التشتت أو التباين منسوبا الى المركزية يتم فى ضوء الوسط الحسابى ، مع استبدال الانحراف النسبى بالانحراف المتوسط .

(٣ – ٨ – ٤) حساب الانحراف المتوسط للتوزيع التكرارى :-

يختلف حساب الانحراف المتوسط للتوزيع التكرارى اختلافا بسيطا عن الانحراف المتوسط للعينات الصغيرة ، حيث تضبح العلاقة (٣ – ٢٩) فى الصورة :-

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \left| \text{ك}_{\text{ر}} \, \text{ح}_{\text{ر}} \right|}{\text{ن}} \qquad (٣ – ٣٠)$$

مثال :-

اوجد قيمة الانحراف المتوسط لدرجات اصول التربية المبينة بالجدول (٢ – ١) .

الحل :-

من الجدول المذكور بأخذ الاعمدة الثلاثة الاولى يمكن تكوين الجدول التالى :-

الفئات	مراكز الفئات $س_ر$	التكرار $ك_ر$	الانحراف عن المتوسط $ح_ر$	$ك_ر ح_ر$	$\|ك_ر ح_ر\|$
صفر –	٢ $\frac{١}{٢}$	١	– ٢٣ر٨	– ٢٣ر٨	٢٣ر٨
٥ –	٧ $\frac{١}{٢}$	٢	– ١٨ر٨	– ٣٧ر٦	٣٧ر٦
١٠ –	١٢ $\frac{١}{٢}$	٥	– ١٣ر٨	– ٦٩	٦٩ر٠
١٥ –	١٧ $\frac{١}{٢}$	٨	– ٨ر٨	– ٧٠ر٤	٧٠ر٤
٢٠ –	٢٢ $\frac{١}{٢}$	١٦	– ٣ر٨	– ٦٠ر٨	٦٠ر٨
٢٥ –	٢٧ $\frac{١}{٢}$	٢٦	١ر٢	٣١ر٢	٣١ر٢
٣٠ –	٣٢ $\frac{١}{٢}$	١٤	٦ر٢	٨٦ر٨	٨٦ر٨
٣٥ –	٣٧ $\frac{١}{٢}$	٧	١١ر٢	٧٨ر٤	٧٨ر٤
٤٠ –	٤٢ $\frac{١}{٢}$	٤	١٦ر٢	٦٤ر٨	٦٤ر٨
المجموع		٨٣		صفر	٥٢٢ر٨

قيمة الانحراف المتوسط = $\frac{\sum_{ر=١}^{٩} |ك_ر ح_ر|}{٨٣} = \frac{٥٢٢ر٨}{٨٣}$

= ٦ر٣

(٢ – ٨ – ٥) حساب الانحراف المتوسط باستخدام وسط فرضي :-

في بعض الحالات يستغرق حساب الفرق بين مراكز الفئات والوسط الحسابي الكثير من الوقت والجهد ، لذا يفضل استخدام وسط فرضي ، ويمكن الحصول على العلاقة التي يتم بها حساب الانحراف المتوسط في هذه الحالة من :-

نعلم أن $\text{ح}'_{\text{ر}} = \text{س}_{\text{ر}} - \text{م}$ (١)

، ومنها $|\text{ح}'_{\text{ر}}| = |\text{س}_{\text{ر}} - \text{م}|$ (٢)

$$\therefore \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} |\text{ح}'_{\text{ر}}| = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} |\text{س}_{\text{ر}} - \text{م}| \quad (٣)$$

فاذا افترضنا ان الوسط الحسابي يسبقه "ل" من الفئات ، اذن تصبح العلاقة (٣) فى الصورة :-

$$\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} |\text{ح}'_{\text{ر}}| = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}} (\text{م} - \text{س}_{\text{ر}}) + \sum_{\text{ر}=\text{ل}+1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} (\text{س}_{\text{ر}} - \text{م})$$

(٤)

(الخاصية للمجموع)

ويمكن وضع العلاقة (٤) فى الصورة :-

$$\sum_{\text{ر}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} |\text{ح}'_{\text{ر}}| = \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}} (\text{آ} + (\text{م} - \text{آ}) - \text{س}_{\text{ر}}) + \sum_{\text{ر}=\text{ل}+1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} (\text{س}_{\text{ر}} - \text{آ} + (\text{آ} - \text{م}))$$

$$= \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} \text{ك}_{\text{ر}} (\text{آ} - \text{س}_{\text{ر}}) + \sum_{\text{ر}=1}^{\text{ل}} (\text{م} - \text{آ}) \text{ك}_{\text{ر}} + \sum_{\text{ر}=\text{ل}+1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ر}} (\text{س}_{\text{ر}} - \text{آ})$$

$$+ \sum_{\text{ر}=\text{ل}+1}^{\text{ن}} (\text{آ} - \text{م}) \text{ك}_{\text{ر}} \cdot$$

$$= \left(\sum_{ر=1}^{ل} ك_ر (أ - س_ر) + \sum_{ر=ل+1}^{ن} ك_ر (س_ر - أ) \right) + (م - أ) \times$$

$$\left(\sum_{ر=1}^{ن} ك_ر - \sum_{ر=ل+1} ك_ر \right)$$

(الخاصية الثالثة للمجموع)

ويوضع العلاقة السابقة فى الصورة :-

$$\sum_{ر=1}^{ن} ك_ر |ح'_ر| = \sum_{ر=1}^{ن} ك_ر |س_ر - أ| + (م - أ) \times \left(\sum_{ر=1}^{ن} ك_ر \right.$$

$$\left. - \sum_{ر=ل+1}^{ن} ك_ر \right)$$

وبالقسمة على مجموع التكرارات " ن' " فان العلاقـــة السابقة تصبح فى الصورة :-

الانحراف المتوســـط =

$$\frac{\sum_{ر=1}^{ن} ك_ر |ح'_ر|}{ن} = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} ك_ر |ح_ر| + \left(\sum_{ر=1}^{ل} ك_ر - \sum_{ر=ل+1}^{ن} ك_ر \right)(م - أ)}{ن'}$$

(٣-٢١)

وفى حالة قسمة الانحرافات على سعة الفئة (ف) .. اى أن $ح''_ر = \frac{ح_ر}{ف}$ فان العلاقة الســـابقة تصبح :-

$$\text{الانحراف المتوسط} = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} ك_{ر} \left| ح''_{ر} \right| + \left(\sum_{ر=1}^{ل} ك_{ر} - \sum_{ر=ل+1}^{ن} ك_{ر} \right) \frac{م - آ}{ف}}{ن} \times ف$$

مثال

اوجد الانحراف المتوسط للدرجات المدونه بالجدول (٢ – ١)٠

الحل :ـ

من الجدول المذكور :ـ

م = ٢٦ر٣ ، ف = ٥

آ = ٢٧ر٥ ، ن = ٨٣

، $\sum_{ر=1}^{ل} ك_{ر}$ = ٥٨ ، $\sum_{ر=ل+1}^{ن} ك_{ر}$ = ٢٥

، $\sum_{ر=1}^{ن} ك_{ر} \left| ح''_{ر} \right|$ = ١٠٠

$\therefore$ الانحراف المتوسط = $\dfrac{١٠٠ + (٥٨ - ٢٥) \times \dfrac{٢٦ر٣ - ٢٧ر٥}{٥}}{٨٣} \times ٥$

= $\dfrac{١٠٠ + ٣٣ \times \dfrac{-١ر٢}{٥}}{٨٣} \times ٥$ = ٥ر٦

وفي الحقيقة ان الانحراف المتوسط يعتبر مقياسا عاما للتشتت ، ويفضل في الاستخدام عن استخدام المدى ، وذلك لأنه أكثر ثباتا من المدى ، فهو لا يحوي القيم المتطرفة فحسب بل يتعامل مع قيم الظاهرة ككل منظورا اليها في ضوء نزعتها المركزية ، هذا بالاضافة الى أنه لا يقودنا الى نتائج رياضية مشكوك فيها ، ويمكن حسابه بسهولة ، والصعوبة الوحيدة التي تواجه مستخدمه هي مشكلة الاشارات الجبرية .

(٣ – ٨ – ٦) التباين والانحراف المعياري :–

للتغلب على مشكلة الاشارات التي تواجه مستخدم الانحراف النسبي والانحراف المتوسط يستخدم التباين والانحراف المعياري . ويقاس التباين بمتوسط مربعات الانحرافات عن الوسط الحسابي . أي أن التباين يعطي بالعلاقة :–

$$\text{التباين} = \frac{(س_1 - م)^2 + (س_2 - م)^2 + \cdots + (س_ن - م)^2}{ن}$$

$$= \frac{\sum_{ر=1}^{ن} (س_ر - م)^2}{ن} = \frac{\sum_{ر=1}^{ن} ح_ر^2}{ن} \qquad (٣ - ٣٢)$$

وتصبح العلاقة السابقة بالنسبة للتوزيعات التكرارية في الصورة :–

$$\text{التباين} = \frac{\sum_{ر=1}^{ق} ك_ر (س_ر - م)^2}{\sum ك_ر} = \frac{\sum ك_ر ح_ر^2}{\sum ك_ر} \qquad (٣ - ٣٣)$$

ويمكن تصور التباين على انه يساوى متوسط مجـــــموع المساحات الممثلة للفرق ($س_ر$ – م) مضروبا فى الارتفاع $ك_ر$ ، وبناء عليه فان الانحراف المعيارى "ع" يمكن التعبير عنه بطول ضلع هذه المساحة المتوسطة (٥٧ ، ٧٤ – ٧٦) أى أن :-

$$\text{التباين} = ع^2 \qquad (٣-٣٤)$$

ولتسهيل الاجراءات الحسابيه عند ايجاد التبايـــن أى الانحراف المعيارى يفضل استخدام وسط فرضى (أ) ، وحيـــث انه يمكن وضع ($س_ر$ – م)^2 فى الصورة :-

$$(س_ر - م)^2 = [(س_ر - أ) - (م - أ)]^2$$

$$= (س_ر - أ)^2 - ٢(م - أ)(س_ر - أ) + (م - أ)^2$$

ويأخذ مجموع الطرفين مع الضرب فى $ك_ر$:-

$$\sum ك_ر (س_ر - م)^2 = \sum ك_ر (س_ر - أ)^2 - ٢(م - أ) \sum ك_ر \times (س_ر - أ) + (م - أ)^2 \sum ك_ر$$

(الخاصية ٢ ، ٣)

$$\therefore \sum ك_ر(س_ر - م)^2 = \sum ك_ر(س_ر - أ)^2 - \frac{1}{ن}\left(\sum ك_ر(س_ر - أ)\right)^2$$

وذلك لأن $م - أ = \frac{\sum ك_ر(س_ر - أ)}{ن}$

$$\therefore \text{التباين}^{(1)} = \frac{\sum_{ر} ك_{ر} (س_{ر} - م)^{٢}}{ن} = \frac{\sum ك_{ر} (س_{ر} - أ)^{٢}}{ن} - \left[\frac{\sum ك_{ر} (س_{ر} - أ)}{ن} \right]^{٢} \qquad (٣ - ٣٥)$$

وبوضع $ح'_{ر} = س_{ر} - أ$

فان العلاقة (٣ – ٣٥) تأخذ الصورة :ـ

$$\text{التباين} = \frac{1}{ن} \sum ك_{ر} ح'^{٢}_{ر} - \left(\frac{\sum ك_{ر} ح'_{ر}}{ن} \right)^{٢} \qquad (٣ - ٣٦)$$

مثال :ـ

اوجد التباين والانحراف المعيارى لدرجات اصول التربية المذكورة فى الجدول (٣ – ١) .

---

(١) ملحوظة :ـ يمكن حساب التباين والانحراف المعيارى من نفس القيم دون الحاجة للمتوسط الحسابى أو المتوسط الفرضى .

فحيث ان $\sum ك_{ر} (س_{ر} - م)^{٢} = \sum ك_{ر} س^{٢}_{ر} - ٢م \sum ك_{ر} س_{ر} + م^{٢} \sum ك_{ر}$

$$= \sum ك_{ر} س^{٢}_{ر} - \frac{1}{ن} \left(\sum ك_{ر} س_{ر} \right)^{٢}$$

$$\therefore \text{التباين} = \frac{1}{ن} \sum ك_{ر} س^{٢}_{ر} - \left(\frac{\sum ك_{ر} س_{ر}}{ن} \right)^{٢}$$

الحل :-

من الجدول المذكور بأخذ الاعمدة الخمسة الاولى واضافة عموداً سادساً يحوى القيم $ك_ر ح'^{٢}_ر$ يمكن الحصول على الجدول الاتي :-

الفئات	$س_ر$	$ك_ر$	$ح'_ر$	$ك_ر ح'_ر$	$ك_ر ح'^{٢}_ر$	$ح''_ر$	$ك_ر ح''_ر$	$ك_ر ح''^{٢}_ر$
صفر –	٢ $\frac{١}{٢}$	١	٢٥ –	٢٥ –	٦٢٥	٥ –	٥ –	٢٥
٥ –	٧ $\frac{١}{٢}$	٢	٢٠ –	٤٠ –	٨٠٠	٤ –	٨ –	٣٢
١٠ –	١٢ $\frac{١}{٢}$	٥	١٥ –	٧٥ –	١١٢٥	٣ –	١٥ –	٤٥
١٥ –	١٧ $\frac{١}{٢}$	٨	١٠ –	٨٠ –	٨٠٠	٢ –	١٦ –	٣٢
٢٠ –	٢٢ $\frac{١}{٢}$	١٦	٥ –	٨٠ –	٤٠٠	١ –	١٦ –	١٦
٢٥ –	٢٧ $\frac{١}{٢}$	٢٦	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
٣٠ –	٣٢ $\frac{١}{٢}$	١٤	٥	٧٠	٣٥٠	١	١٤	١٤
٣٥ –	٣٧ $\frac{١}{٢}$	٧	١٠	٧٠	٧٠٠	٢	١٤	٢٨
٤٠ –	٤٢ $\frac{١}{٢}$	٤	١٥	٦٠	٩٠٠	٣	١٢	٣٦
المجموع		٨٣		١٠٠ –	٥٧٠٠		٢٠ –	٢٢٨

من الجدول السابق :-

$$\text{التباين} = \frac{\text{مج ك}_{ر} \text{ح}_{ر}'^{2}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج ك}_{ر} \text{ح}_{ر}'}{\text{ن}} \right)^{2}$$

$$= \frac{٥٧٠٠}{٨٣} - \left(\frac{-١٠٠}{٨٣} \right)^{2} = ٦٧ر٢٢$$

$$\therefore \quad ع = \sqrt{\text{التباين}} = ٨ر٢$$

ويمكن من الجدول السابق حساب التباين والانحراف المعياري باستخدام $\text{ح}''$ حيث يتحدد التباين فى هذه الحالة بالعلاقة :-

$$\text{التباين} = \left[\frac{\text{مج ك}_{ر} \text{ح}_{ر}''^{2}}{\text{ن}} - \left(\frac{\text{مج ك}_{ر} \text{ح}_{ر}''}{\text{ن}} \right)^{2} \right] \times \text{ف}^{2}$$

(٣ - ٣٧)

$$\therefore \text{التباين} = \left[\frac{٢٢٨}{٨٣} - \left(\frac{-٢٠}{٨٣} \right)^{2} \right] \times ٢٥ = ٦٧ر٢٢$$

$$\therefore \quad ع = \sqrt{٦٧ر٢٢} = ٨ر٢$$

وهما نفس النتيجتين السابقتان .

ويرى الكثير من الاحصائيين أن التباين والانحراف المعياري المحددان بالعلاقات السابقة يمكن استخدامهما فى حالة اخذ المجتمع الاصلى ككل أو فى العينات الكبيرة ، أما فى حالة العينات الصغيرة فانهم يرون استبدال هذه

العلاقات بعلاقات أخرى [1] هى :-

$$\text{التباين} = \frac{\text{مج}\ \text{ك}_{\text{ر}}\ \text{ح}_{\text{ر}}^{٢}}{\text{ن} - ١} \qquad (٢-٣٨)$$

فاذا استخدمنا وسطا فرضيا فان العلاقة السابقة تأخذ الصورة :-

$$\text{التباين} = \frac{١}{\text{ن}-١} \left(\text{مج}\ \text{ك}_{\text{ر}}\ \text{ح}''^{٢}_{\text{ر}} - \frac{(\text{مج}\ \text{ك}_{\text{ر}}\ \text{ح}''_{\text{ر}})^{٢}}{\text{ن}} \right) \text{ف}^{٢} \qquad (٣ - ٣٩)$$

أى انه بالنسبة المثال السابق يصبح :-

$$\text{التباين} = \left(\frac{٢٢٨}{٨٣-١} - \frac{(-٢٠)^{٢}}{٨٣(٨٣-١)} \right) \times ٢٥$$

$$= \left(\frac{٢٢٨}{٨٢} - \frac{٤٠٠}{٨٣ \times ٨٢} \right) \times ٢٥ = ٦٨ر٠٤$$

$$\therefore \text{الانحراف المعيارى} = \text{ع} = \sqrt{٦٨ر٠٤} = ٨ر٢٥$$

(٣ - ٨ - ٧) أهمية ومقاومة مقاييس التشتت :-

فى نهاية عرض مقاييس التشتت يمكن القول بأن مقاييس التشتت مهمة جدا للوقوف على شكل توزيع قيم العينة ومدى تباعدها - أو تقاربها فى مجملها - عن نزعتها المركزية، فعندما نقول ان متوسط دخل الفرد السنوى فى ولاية انديانا ٩٠٠٠ دولارا بحد أدنى ٤٨٠٠ دولارا للخريج الجديد و٢٥٠٠٠ للأستاذ الجامعى واستاذ المحاسبة والطبيب، أفضل من القول بأن متوسط الدخل السنوى للفرد ٩٠٠٠ دولارا .

(١) نذكر على سبيل المثال (٢٦:١٣٩ - ٨٢)، (٦٥:٥٩ - ٦٩) .

ويعتمد تفضيل استخدام أحد هذه المقاييس عن الباقى على مدى ثباتها ، ونوع النتيجة المراد التوصل اليها . فالمدى المطلق يستخدم فى اعطاء بعض المعلومات عن السمات الانسانية وانشطتهم كالذكاء والعمر وقوة الانتباه والغنى أو الدخل السنوى - كما فى المثال السابق - ... الخ .. هذا بالاضافة الى امكانية الاستعانه به فى تحديد حجم التوزيع الى فئات أو التمثيل فى صورة منحنيات ، فى مقابل هذا لا يصلح المدى - كما ذكرنا سابقا - فى تحديد حجم التكرار عند النقاط المختلفة .

ويعتبر استخدام المدى الاوسط والمدى الربيعى أفضل بكثير من استخدام المدى المطلق لسهولة حسابها باستخدام المائينيات (مثلا) أو بيانيا ، وامكانية الاستفادة منهما فى الوقوف على شكل التوزيع التكرارى - الى حد ما ، هذا بالاضافة الى تميزهما بالثبات لعدم اعتمادهما على القيمتين المتطرفتين فقط كما فى المدى المطلق .

وبالرغم من أن المدى الربيعى يتم حسابه منسوبا للنزعة المركزية (الوسيط) ، الا انه يفضل استخدام الانحراف المتوسط والانحراف المعيارى لاعتمادهما على مقارنة قيم الظاهرة فى ضوء وسطها الحسابى ، ومدى الثبات الذى يتسم به كل منهما ، وسهولة حسابهما باستخدام الآلات الحاسبة .

ومن الناحية الرياضية ، يفضل استخدام الانحراف المعيارى عن الانحراف المتوسط ، بل ان الاحصائيين يعتبرونه المقياس العام للتشتت ، فهو يجمع خصائص ومميزات كل مقاييس التشتت بالاضافة الى مزاياه .

(٣ – ٩) معامل التشتت :-

فى الواقع ان مقاييس النزعة المركزية ومقاييس التشتت تعطى نتائج مطلقة وليست نسبية ، لذا يكون من الأفضل ان تنسب تشتت القيم الخاصة بالظاهرة الى نزعتها المركزية . كأن تنسب الانحراف المعيارى للوسط الحسابى مثلا . ويطلق على هذا الاجراء معامل التشتت . أى أن معامل التشتت يعطى بالعلاقة :-

$$\text{معامل التشتت} = \frac{\text{الانحراف المعيارى}}{\text{الوسط الحسابى}} = \frac{ع}{م} \quad (٣ - ٤٠)$$

ويفضل استبدال هذه النسبة بنسبة مئوية ، حيث تصبح العلاقة السابقة فى الصورة :-

$$\text{معامل التشتت } (ش_ع) = \frac{ع}{م} \times ١٠٠ \quad (٣ - ٤١)$$

ولا يقتصر ايجاد معامل التشتت على الانحراف المعيارى والوسط الحسابى ، ولكن يمكن ايجاده باستخدام أى مقياس من مقاييس التشتت التى سبق ذكرها .

فبالنسبة للمدى الاوسط يعطى معامل التشتت بالعلاقة :-

$$\text{معامل التشتت } (ش_{ط}) = \frac{ى_{٩٠} - ى_{١٠}}{ى_{٩٠} + ى_{١٠}} \times ١٠٠ \quad (٣-٤٢)$$

أما بالنسبة للمدى الربيعى فان معامل التشتت يعطى بالعلاقة :-

$$\text{معامل التشتت (ش}_{ى}\text{)} = \frac{\text{المدى الربيعي}}{\text{الوسيط}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{\text{الرباعي الأعلى – الرباعي الأدنى}}{\text{مجموع الرباعيين الاعلى والادنى}} \times ١٠٠$$

$$= \frac{ى_{٧٥} - ى_{٢٥}}{ى_{٧٥} + ى_{٢٥}} \times ١٠٠ \quad (٣-٤٣)$$

ويحدد معامل التشتت عند استخدام الانحراف المتوسط بالعلاقـــة :ـ

$$\text{معامل التشتت (ش}_{ن.م}\text{)} = \frac{\text{الانحراف المتوسط}}{\text{المتوسط الحسابى}} \times ١٠٠$$

(٣ – ٤٤)

ويبين معامل التشتت معدل تشتت قيم الظاهرة عن نزعتها المركزية ، ويمكن به مقارنه التشتت فى أكثر من ظاهرة لها نفس النزعة المركزية ، أو مختلفة فى النزعة المركزية ، فيقال – مثلا – أن مفردات الظاهرة أ أكثر تشتتا من مفردات الظاهرة ب ... الخ .

فعلى سبيل المثال اذا قلنا ان دخل الفرد يرتبط بالتعليم الذى حصل عليه ، ووجدنا مجتمعين متساويين فى متوسط دخل الفرد ولكن معامل التشتت فى احدهما أكبر من معامل التشتت فى الآخر ، فاننا نحكم على المجتمع الاول بانه يحوى أفراد أقل حظا من التعليم مقابل مجموعة نالت قسطا أوفر من التعليم وذلك

بالمقارنة بالمجتمع الثاني الذي يتقارب فيه مستوى التعليم . وسنتناول في الفصل التالي مقاييس العلاقة بين المتغيرات بشيء من المناقشة والتحليل .

الفصل الرابع

مقاييس العلاقة بين اكثر من متغير

تناولنا فى الفصلين السابقين بعض الاجراءات الاحصائية لوصف المعلومات الخاصة بالظاهرة المدروسة ؛ سواء أكانت هذه المعلومات فى صورة قيم متصله ام منفصلة ، وسواء أكانت فى صورة عينات صغيرة أم فى صورة توزيعات تكراريه ، وقد ركزنا ـ بصفة خاصة ـ على مقاييس النزعة المركزية والتشتت والعلاقة بينهما . ونحاول فى هذا الفصل مناقشة بعض المقاييس التى يمكن استخدامها فى دراسة وتحليل العلاقة بين متغيرين أو أكثر .

فالظواهر الطبيعية والاقتصادية والانسانية والتربوية تتضمن الكثير من المتغيرات التى قد ترتبط ببعضها ارتباطا كاملا أو جزئيا ، وقد يحدث التغير فى ظاهرة نتيجة التغير فى ظاهرة اخرى ، وقد تأخذ العلاقة بين التغير فى الظاهرتين شكلا خطيا . فعلى سبيل المثال .. نعلم ان المسافة المقطوعة بواسطة جسم يتحرك بسرعة منتظمة ترتبط بالزمن ، ويمكن التعبير عن هذه العلاقة فى الصورة :-

المسافة = السرعة × الزمن

أى انه زاد الزمن ازدادت معه المسافة المقطوعة ، وهذه العلاقة تأخذ شكل خط مستقيم بحيث اذا عرفنا الزمن أمكن الحصول على المسافة المقطوعة والعكس صحيح .

وليست كل الظواهر من هذا النوع فقد يزداد الشىء يتناقص المتعلق به كما فى العلاقة بين الضغط والحجم ، وقد لا توجد علاقة على الاطلاق .

$\therefore \quad أ + ب\, م_{س} = م_{ص}$

$\therefore \quad أ = م_{ص} - ب\, م_{س} \qquad (٢)$

$$\frac{\partial \sum (ص - ص')^{2}}{\partial ب} = ٢\, ب \sum س^{2} - ٢ \sum س\, ص + ٢\, أ \sum س = \text{صفر}$$

أى أن $أ \sum س + ب \sum س^{2} = \sum س\, ص \qquad (٣)$

وبالتعويض عن قيمة أ من المعادلة (٢)

$\therefore \quad (م_{ص} - ب\, م_{س}) \sum س + ب \sum س^{2} = \sum س\, ص$

$ن\, م_{س}\, م_{ص} - ب\, ن\, (م_{س})^{2} + ب \sum س^{2} = \sum س\, ص$

ومنها $ب = \dfrac{\sum س\, ص - ن\, م_{س}\, م_{ص}}{\sum س^{2} - ن\, (م_{س})^{2}} \qquad (٤)$

وبالتعويض فى (٢)

$\therefore \quad أ = \dfrac{م_{ص} \sum س^{2} - م_{س} \sum س\, ص}{\sum س^{2} - ن\, (م_{س})^{2}} \qquad (٥)$

من الفصل السابق نعلم انه بالنسبة للعينات الكبيرة او المجتمع ككل يكون

$$ع_{ص'} = \sqrt{\frac{\sum ح^{2}_{ص'}}{ن}}$$

حيث $ح_{ص'} = ص' - م_{ص'}$

أي أن $ح_{ص'} = (أ + ب س) - (\frac{مج أ}{ن} + \frac{مج ب س}{ن})$

$$= (أ + ب س) - (\frac{ن أ}{ن} + \frac{ب مج س}{ن})$$

$$= ب (س - \frac{مج س}{ن})$$

$$= ب (س - م_س) = ب ح_س$$

$$= \frac{مج س ص - ن م_س م_ص}{مج س^٢ - ن (م_س)^٢} \cdot ح_س$$

$$= \frac{مج ح_س \cdot ح_ص}{مج ح_س^٢} \cdot ح_س$$

وبأخذ مجموع مربع الطرفين والقسمة على ن

$$\therefore \frac{مج ح_{ص'}^٢}{ن} = \left[\frac{مج ح_س \cdot ح_ص}{مج ح_س^٢} \right]^٢ \cdot \frac{مج ح_ص^٢}{ن}$$

$$\therefore ع_{ص'}^٢ = \frac{(مج ح_س \cdot ح_ص)^٢}{ن مج ح_س^٢} \qquad (٦)$$

وبالتعويض من المعادلة (٦) فى العلاقة (٤-٣) نحصل على

$$ر^٢ = \frac{(مج ح_س \cdot ح_ص)^٢}{ن مج ح_س^٢} \div ع_ص^٢$$

$$= \frac{(\text{مج } ح_{س}\, ح_{ص})^{٢}}{\text{ن } ع_{ص}^{٢}\ \text{مج } ح_{س}^{٢}} = \frac{(\text{مج } ح_{س} \cdot ح_{ص})^{٢}}{\text{ن}^{٢}\ ع_{س}^{٢} \cdot ع_{ص}^{٢}}$$

ومنها :-

$$ر = \frac{\text{مج } ح_{س} \cdot ح_{ص}}{\text{ن } ع_{س} \cdot ع_{ص}} \qquad (٤ - ٤)$$

وتتراوح قيم معامل الارتباط ما بين " - ١ " ، " + ١ " ويطلق على الحالة التى يكون فيها معامل الارتباط مساويا للواحد الصحيح الموجب " ارتباط كامل موجب " ، كما يطلق على الحالة التى يكون فيها معامل الارتباط مساويا للواحد الصحيح السالب " ارتباط كامل سالب " . اما اذا كان معامل الارتباط مساويا للصفر ، ففى هذه الحالة يقال انه لا يوجد ارتباط ، أى لا توجد علاقة بين قيم الظاهرتين. (٥٧ : ٩٢)

وبالاضافة للقيم الثلاثة السابقة توجد مئات القيم الاخرى لمعامل الارتباط كلها تحقق العلاقة :-

$$-١ \leq ر \leq ١$$

ولكن ما معنى ان معامل الارتباط ر = ± ١ ، أو أن ر = صفر ؟

والاجابة على هذا التساؤل سهلة ، وان كان الارتباط الكامل من الحالات النادرة فى الظواهر التربوية والنفسية والاجتماعية ، ولا يوجد الا فى بعض الظواهر الطبيعيه . فالارتباط فى الظواهر الانسانية يكون – فى العادة – ارتباطا جزئيا .

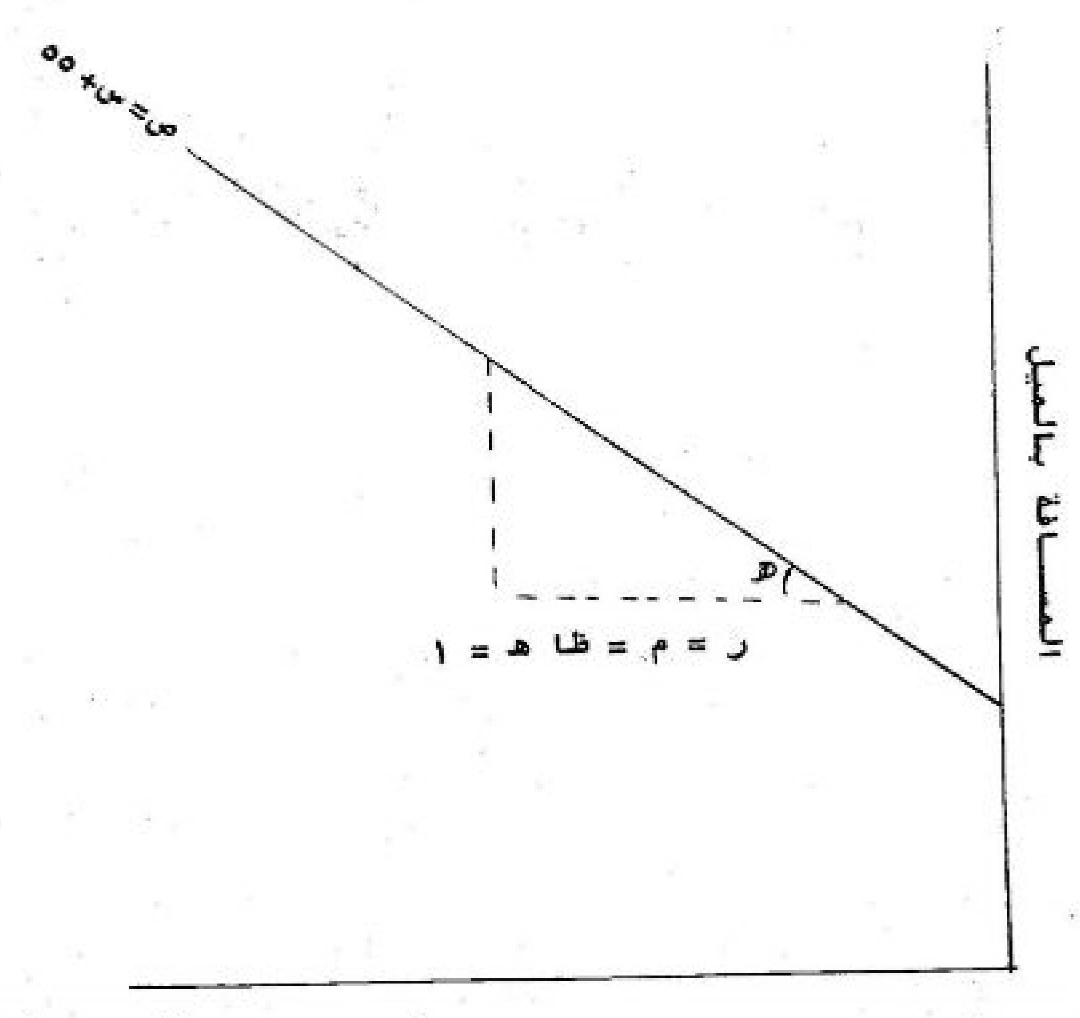
ويمكن التعبير عن الارتباط الموجب الكامل بالمثال المذكور سابقا " علاقة المسافة بالزمن " فى هذه الحالة تكون كل قيم المسافة " ص " مرتبطة ارتباطا كاملا بالقيم المناظرة للزمن " س " . أى أن ص = ص َ = أ + ب س

فعلى سبيل المثال اذا تحرك جسم بسرعة منتظمة قدرها ٦٠ ميل / ساعة ، من نقطة تبعد عن الراصد بمسافة ٥٥ ميلا، فان العلاقة بين المسافة بالميل والزمن بالدقائق يمكن التعبير عنها كما هو موضح بالجدول الاتى :-

الزمن بالدقائق	٤٥	٧٥	١٠٠	١٦٥	٢٠٥	٢٨٠	٣٤٥
المسافة بالميل	١٠٠	١٣٠	١٥٥	٢٢٠	٢٦٠	٣٣٥	٤٠٠

فاذا استخدامنا العلاقة (٤ – ٤) فى حساب معامل الارتباط وجدنا انه يساوى "+ ١" أى أنه ارتباط موجب كامل كما ذكرنا .

واضح فى هذا المثال أن أ = ٥٥ ، ب = ١ وهو ما يقابل ميل الخط المستقيم المعبر عن العلاقة ص = ب س + أ كما فى الشكل التخطيطى (٤ – ١)



الشكل التخطيطى (٤ – ١) العلاقة بين المسافة والزمن

أما بالنسبة للارتباط الكامل السالب فيفسر على أساس أن الزيادة فى قيم ظاهرة ما يترتب عليها تناقص قيم ظاهرة أخرى ترتبط بها ، كما فى الضغط والحجم لغاز من الغازات الطبيعية ، أو يمكن تفسير هذا النوع من الارتباط بالمثال الاتى :-

من المعروف ان معدل الزيادة الطبيعية للسكان تكافىء معدل المواليد مطروحا منه معدل الوفيات ، ويوضح بالجدول

التالي العلاقة بين معدل الزيادة الطبيعية ومعدل الوفيات لكل ١٠٠ ألف نسمة فى الولايات المتحدة الامريكية لكل ٥٠ عاما ابتداء من سنة " ١٥٠٠ " . (١)

معدل الزيادة الطبيعية	٧٨١	٩٦٧	١١٣٤	١٢٨٤	١٤٢٠	١٥٤١	١٦٥١	١٧٥٠	١٨٢٩	١٩١٩
معدل الوفيات	١٨٥٧	١٦٧١	١٥٠٤	١٣٥٤	١٢١٨	١٠٩٧	٩٨٧	٨٨٨	٧٩٩	٧١٩

فاذا حسبنا معامل الارتباط بالعلاقة (٤ — ٤) نجد انه يساوى (— ١) أى آرتباط كامل سالب ، وهى علاقة خطية فى الصورة :—

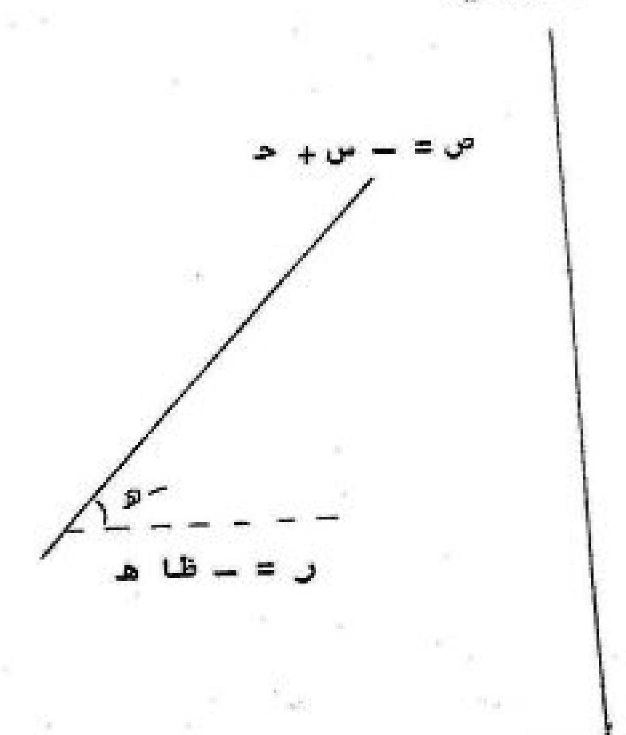
ص = — س + ج

حيث ج فى هذه الحالة هى معدل المواليد ، س معدل الوفيات ، ص معدل الزيادة الطبيعية .

فاذا أمكن تمثيل هذه العلاقة بالرسم كما فى المثال السابق فان وضع الخط المستقيم سوف يختلف فى هذه الحالة السابقة ، حيث يميل على الخط الافقى بزاوية ١٣٥° بدلا من ٤٥° ، ويوضح الشكل التخطيطى (٤ — ٢) هذه العلاقة :—

(I) Census Bureau.

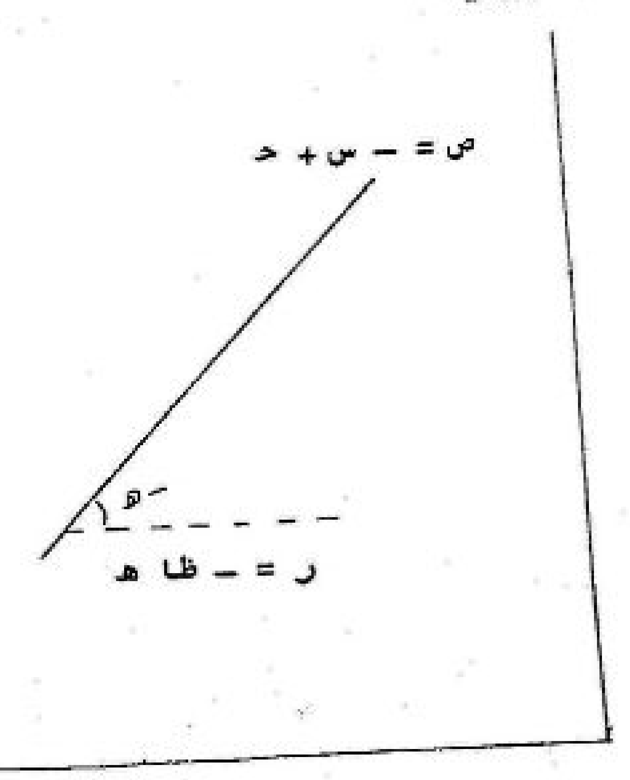




معدل الوفيات

الشكل التخطيطى (٤ ـ ٢) العلاقة بين معدل الوفيات ومعدل الزيادة السكانية

ويوجد فى منتصف المسافة بين الارتباطين الكامل الموجب والكامل السالب مركز الارتباط الصفرى ، ويعبر عن عدم وجود أى علاقة بين الظاهرتين . فاذا افترضنا ان امتحان الحساب بالمرحلة الابتدائية لا يتأثير بامتحان القراءة فانه لا يوجد ارتباط . ويوضح الجدول التالى درجات ١٤ طالبا فى مادتى القرئة والحساب . (١٢٧ : ١٨٣ ـ ١٨٥)



الشكل التخطيطى (٤ - ٢) العلاقة بين معدل الوفيات ومعدل الزيادة السكانية

ويوجد فى منتصف المسافة بين الارتباطين الكامل الموجب والكامل السالب مركز الارتباط الصفرى ، ويعبر عن عدم وجود أى علاقة بين الظاهرتين . فاذا افترضنا ان امتحان الحساب بالمرحلة الابتدائية لا يتأثر بامتحان القراءة فانه لا يوجد ارتباط . ويوضح الجدول التالى درجات ١٤ طالبا فى مادتى القراءة والحساب . (١٢٧ : ١٨٣ - ١٨٥)

القراءة	٤٢	٥٦	٤٥	٥٣	٣٦	٥٨	٥٥	٦١	٤٦	٦٤	٤٦	٦٢	٥٠	٥٦
الحساب	٣٤	٢٥	٢٨	٣١	٢٢	٢٥	٢٢	٢٠	٢٠	٣٠	٢١	٢٨	٢٤	٢٨

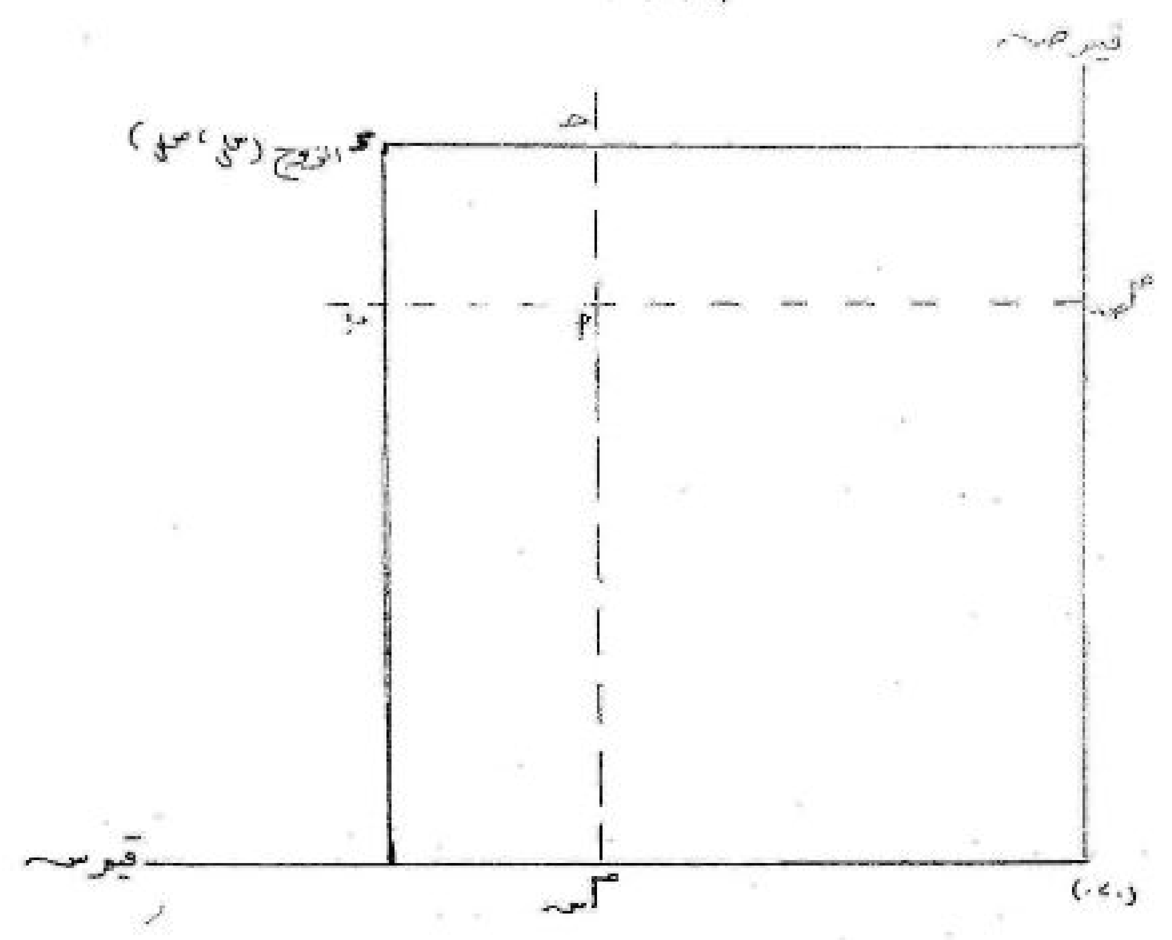
فاذا أوجدنا معامل الارتباط بنفس العلاقة (٤ ـ ٤) وجدنا انه يساوى " صفر " تقريبا ، أى ليس لاحدى الظاهرتين تأثيرا فى الاخرى .

(٤ ـ ٢) الفكرة الهندسية للارتباط :ـ

تؤسس الفكرة الهندسية لمعامل الارتباط على نسبة متوسط المساحة المشتركة بين قيم س وقيم ص الى المساحة الناتجه من حاصل ضرب الانحرافين المعياريين $ع_{س}$ ، $ع_{ص}$. وبالتالى فان معامل الارتباط لا يميز .* (١٣٩: ٣٨٣-٣٨٦)

فاذا افترضنا اننا مثلنا قيم الظاهرتين كأزواج تمثيلا بيانيا آخذين فى الاعتبار المحور الافقى لقيم س والمحور الرأسى لقيم ص كما فى الشكل التخطيطى (٤ ـ ٣) .

(*) انظر التباين والانحراف المعيارى بالفصل الثالث .



الشكل التخطيطى (٤ ـ ٣)

ويتضح من الشكل السابق ان الزوج ($س_ل$ ، $ص_ل$) يبعد عن نقطة التقاء المتوسطين $م_س$ ، $م_ص$ بالمسافتين ك جـ = ($س_ل$ − $م_س$) ، كب = ($ص_ل$ − $م_ص$) وهاتين المسافتين تكونان مستطيل آ ب جـ د مساحته = ($س_ل$ − $م_س$) X ($ص_ل$ − $م_ص$) .

فاذا قمنا بتجميع مساحات المستطيلات الناتجه عن المحل الهندسى لأوضاع النقطة " د " ثم أخذنا المتوسط ، فاننا نحصل على متوسط المساحة المستركة بين قيم س وقيم ص .

ويتضح من الشكل التخطيطى (٤ ـ ٣) آن النقطة " ك " لها أربعة أوضاع مما يترتب عليه اختلاف اشارة مساحة المستطيل

الناتج فى كل حالة من هذه الحالات ، ويوضح الشكل (٤ - ٤) اشارة هذه المساحات وذلك بفرض اننا نقلنا المحاور الى نقطة تقاطع المتوسطين $م_س$ ، $م_ص$

(س - $م_س$)(ص - $م_ص$) = -	(س - $م_س$)(ص - $م_ص$) = +
(س - $م_س$)(ص - $م_ص$) = +	(س - $م_س$)(ص - $م_ص$) = -

($م_س$ ، $م_ص$)

الشكل التخطيطى (٤ - ٤)

(٤ - ٣) حساب معامل الارتباط بطريقة بيرسون لحاصل ضرب الفروق :-

تعتبر طريقة بيرسون لحاصل ضرب الفروق أفضل طريقة لحساب معامل الارتباط ، وأكثر الطرق شيوعا وسهولة ، كما انها أكثر هذه الطرق استخداما فى العلوم الانسانية والتربوية .

وتعتمد طريقة بيرسون لحساب معامل الارتباط على كل من الوسط الحسابى " م " والانحراف المعيارى " ع " لكل من قيم الظاهرتين ، فاذا امكن حساب م ، ع استطعنا حساب معامل الارتباط بالنسبة للمجتمع الاصلى أو العينات الكبيرة من العلاقة (٤ - ٤) ، أما اذا كانت العينة صغيرة فان معامل الارتباط يحسب من العلاقة :-

$$ر = \frac{\sum_{ل=1}^{ن} ح_{س}\, ح_{ص}}{(ن-1)\, ع_{س}\, ع_{ص}}$$

$$= \frac{\sum_{ل=1}^{ن} (س_{ل} - م_{س})(ص_{ل} - م_{ص})}{\sqrt{\sum_{ل=1}^{ن}(س_{ل} - م_{س})^{2} \sum_{ل=1}^{ن}(ص_{ل} - م_{ص})^{2}}}$$

(٤ - ٦)

مثال : فى تقارير المكاسب التعليمية للفرد فى الولايات المتحدة الامريكية (١٩) وجد أن العلاقة بين عدد سنوات التعليم ومتوسط دخل الفرد لمن هم فى سن ٢٥ سنة فأكبر كما فى الجدول الاتى والمراد حساب معامل الارتباط .

عدد السنوات الدراسية	لم يكمل السنوات الدراسية	التعليم الاساسى			الثانوى		الجامعى				
		١-٤	٥-٧	٨	١-٣	٤	١-٢	٣	٤	٥	٦-
متوسط دخل الفرد	٢٥٦٠	٢٨٧٣	٣٧١٧	٤٣٩٧	٥٥١٦	٦٥٥٠	٧٨٠٥	٨٣٧١	١٠٧٩١	١٠٩١٩	١٥٦٧٤

الحل :

لحساب معامل الارتباط نوجد المتوسط الحسابى لعدد سنوات الدراسة وكذلك متوسط دخل الفرد بالنسبة للمجتمع ككل (من النتائج الاساسية) .

المتوسط المرجح لعدد سنوات الدراسة $م_{س}$ = ١٢ر٣ سنة
المتوسط المرجح لدخل الفرد السنوى $م_{ص}$ = ٧٤٢٠ دولارا
ثم تكون الجدول (٤ – ١)

الجدول (٤ – ١)
العلاقة بين عدد سنوات التعليم والدخل السنوى للفرد

المستويات الدراسية	متوسط عدد السنوات الدراسية س	متوسط الدخل السنوى للفرد ص	$ح_{س}$ = س − $م_{س}$	$ح_{ص}$ = ص − $م_{ص}$	$ح_{س} \times ح_{ص}$	$ح_{س}^{2}$	$ح_{ص}^{2}$
صفر	صفر	٢٥٦٠	−١٢ر٣	−٤٨٦٠	٥٩٧٧٨	١٥١ر٢٩	٢٣٦١٩٦٠٠
ابتدائى ١ – ٤	٢ ½	٢٨٧٣	−٩ر٨	−٤٥٤٧	٤٤٥٦٠ر٦	٩٦ر٠٤	٢٠٦٧٥٢٠٩
٥ – ٧	٦	٣٧١٧	−٦ر٣	−٣٧٠٣	٢٣٣٢٨ر٩	٣٩ر٦٩	١٣٧١٢٢٠٩
٨	٨	٤٣٩٧	−٤ر٣	−٣٠٢٣	١٢٩٩٨ر٩	١٨ر٤٩	٩١٣٨٥٢٩
ثانوى ١ – ٣	١٠	٥٥١٦	−٢ر٣	−١٩٠٤	٤٣٧٩ر٢	٥ر٢٩	٣٦٢٥٢١٦
٤	١٢	٦٥٥٠	−٠ر٣	−٨٧٠	٢٦١ر٠	٠ر٠٩	٧٥٦٩٠٠
جامعى ١ – ٢	١٣ ½	٧٨٠٥	١ر٢	٣٨٥	٤٦٢ر٠	١ر٤٤	١٤٨٢٢٥
٣	١٥	٨٣٧١	٢ر٧	٩٥١	٢٥٦٧ر٧	٧ر٢٩	٩٠٤٤٠١
٤	١٦	١٠٧٩١	٣ر٧	٣٣٧١	١٢٤٧٢ر٧	١٣ر٦٩	١١٣٦٣٦٤١
٥	١٧	١٠٩١٩	٤ر٧	٣٤٩٩	١٦٤٤٥ر٣	٢٢ر٠٩	١٢٢٤٣٠٠١
٦ –	١٩	١٥٦٧٤	٦ر٧	٨٢٥٤	٥٥٣٠١ر٨	٤٤ر٨٩	٦٨١٢٨٥١٦
المجموع					٢٣٢٥٥٦ر١	٤٠٠ر٢٩	١٦٤٣١٥٤٤٧

ومن الجدول السابق :ـ

$$ع_س = \sqrt{\frac{مج ح_س^2}{ن - 1}} = \sqrt{\frac{٤٠٠ر٢٩}{١١ - ١}} = \sqrt{٤٠ر٠٢٩}$$

$$= ٦ر٣٢٧$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{مج ح_ص^2}{ن - 1}} = \sqrt{\frac{١٦٤٣١٥٤٤٧}{١١ - ١}} = \sqrt{١٦٤٣١٥٤٤ر٧}$$

$$= ٤٠٥٣ر٥٨٤$$

$$\because ر = \frac{مج ح_س \times ح_ص}{(ن - ١)\ ع_س \times ع_ص}$$

$$\therefore ر = \frac{١ر٢٣٢٥٥٦}{(١١ - ١) \times ٦ر٣٢٧ \times ٤٠٥٣ر٥٨٤} = ٠ر٩٠٧$$

أى أن متوسط دخل الفرد يرتبط ارتباطا قويا بعدد السنوات التى يقضيها هذا الشخص فى التعليم .

(٤ ـ ٤) طريقه بيرسون لحساب معامل الارتباط باستخدام الدرجات الخام :ـ

بالرغم من سهولة طريقة بيرسون لحاصل ضرب الفروق ، الا انه يمكن حساب معامل الارتباط بدون استخدام الوسط الحسابى أو الانحراف المعيارى . وللتوصل الى العلاقة التى

يمكن استخدامها فى هذه الحالة :

نعلم ان $ر = \dfrac{مج\,(س - م_س)(ص - م_ص)}{(ن - ١)\,ع_س \cdot ع_ص}$

وان $مج\,(س - م_س)(ص - م_ص) = مج\,(س ص - م_س ص - م_ص س + م_س م_ص)$

$= مج\,س ص - م_س\,مج\,ص - م_ص\,مج\,س + ن\,م_س\,م_ص$

$= مج\,س ص - \dfrac{١}{ن}\,مج\,س\,مج\,ص - \dfrac{١}{ن}\,مج\,ص\,مج\,س + \dfrac{مج\,س\,مج\,ص}{ن}$

ومنها $مج\,(س - م_س)(ص - م_ص) = مج\,س ص - \dfrac{١}{ن}\,مج\,س\,مج\,ص \quad (١)$

وكذلك

$\because ع_س = \sqrt{\dfrac{مج\,(س - م_س)^٢}{ن - ١}} = \sqrt{\dfrac{مج\,س^٢ - ٢م_س\,مج\,س + م_س^٢}{ن - ١}}$

$= \sqrt{\dfrac{مج\,س^٢ - \dfrac{٢}{ن}\,(مج\,س)^٢ + \dfrac{١}{ن}\,(مج\,س)^٢}{ن - ١}}$

$= \sqrt{\dfrac{مج\,س^٢ - \dfrac{١}{ن}\,(مج\,س)^٢}{ن - ١}}$

$= \sqrt{\dfrac{ن\,مج\,س^٢ - (مج\,س)^٢}{ن\,(ن - ١)}} \quad (٢)$

أيضا

$$ع_ص = \sqrt{\frac{ن\ مج\ ص^٢ - (مج\ ص)^٢}{ن\ (ن - ١)}} \qquad (٣)$$

وبالتعويض من العلاقات ١ ، ٢ ، ٣ فى العلاقة الخاصة بقيمة " ر " نحصل على :-

$$ر = \frac{مج\ س\ ص - \frac{١}{ن}\ مج\ س\ مج\ ص}{(ن - ١)\sqrt{\frac{ن\ مج\ س^٢ - (مج\ س)^٢}{ن\ (ن - ١)}}\sqrt{\frac{ن\ مج\ ص^٢ - (مج\ ص)^٢}{ن\ (ن - ١)}}}$$

$$= \frac{ن\ مج\ س\ ص - مج\ س \cdot مج\ ص}{\sqrt{ن\ مج\ س^٢ - (مج\ س)^٢}\sqrt{ن\ مج\ ص^٢ - (مج\ ص)^٢}}$$

(٤ — ٧)

مثال : أوجد معامل الارتباط باستخدام الدرجات الخام المذكورة فى المثال الخاص بعدد سنوات التعليم ومتوسط دخل الفرد بالالف دولار فى الولايات المتحدة الامريكية .

الحل :

لحساب معامل الارتباط باستخدام طريقة بيرسون للدرجات الخام نكون الجدول (٤ — ٢) .

الجدول (٤ — ٢)

العلاقة بين متوسط عدد سنوات التعليم ومتوسط الدخل السنوي للفرد بالألف دولار

متوسط عدد سنوات الدراسة س	متوسط الدخل السنوي للفرد بالألف دولار ص	س ص	س^2	ص^2
صفر	٢ر٦	صفر	صفر	٦,٧٦
٥ر٥	٢ر٩	٧ر٢٥	٦ر٢٥	٨,٤١
٦	٣ر٧	٢٢ر٢٠	٣٦ر٠٠	١٣,٦٩
٨	٤ر٤	٣٥ر٢٠	٨٤ر٠٠	١٩,٣٦
١٠	٥ر٥	٥٥ر٠٠	١٠٠ر٠٠	٣٠,٢٥
١٢	٦ر٦	٧٩ر٢٠	١٤٤ر٠٠	٤٣,٥٦
٥ر١٣	٧ر٨	١٠٥ر٣٠	١٨٢ر٢٥	٦٠,٨٤
١٥	٨ر٤	١٢٦ر٠٠	٢٢٥ر٠٠	٧٠,٥٦
١٦	١٠ر٨	١٧٢ر٨٠	٢٥٦ر٠٠	١١٦,٦٤
١٧	١٠ر٩	١٨٥ر٣٠	٢٨٩ر٠٠	١١٨,٨١
١٩	١٥ر٧	٢٩٨ر٣٠	٣٦١ر٠٠	٢٤٦,٤٩
مـ س	مـ ص	مـ س ص	مـ س^2	مـ ص^2
= ١١٩	= ٧٩ر٣٠	= ١٠٨٦ر٥٥	= ١٦٦٣ر٥٠	= ٧٣٥ر٣٧

$$\frac{\text{ن مج س ص} - \text{مج س} \cdot \text{مج ص}}{\sqrt{\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2}} \cdot \sqrt{\text{ن مج ص}^{2} - (\text{مج ص})^{2}}}$$

$$= \frac{١١ \times ١٠٨٦٫٥٥ - ١١٩ \times ٧٩٫٣٠}{\sqrt{١١ \times ١٦٦٣٫٥٠ - (١١٩)^{2}} \sqrt{١١ \times ٧٣٥٫٣٧ - (٧٩٫٣٠)^{2}}}$$

$$= ٫٢٢٩$$

ويتضح من المثال السابق أنه من الصعب استخدام هذه الطريقة في الاعداد الضخمة ، وذلك لان كثرة الارقام تحتاج الى جهد كبير ووقت فى العمليات الحسابية ، هذا بالاضافة الى التعرض للخطأ اثناء العمليات الحسابية ، ولذلك يفضل استخدام وسط فرضى .

(٤ – ٥) حساب معامل الارتباط باستخدام وسط فرضى :-

لتسهيل العمليات الحسابيه وعدم التعرض للخطأ الذى قد يترتب على استخدام البند السابق ، وللتخلص من التقريب اذا استخدمنا وسطا حسابيا ، يمكن حساب معامل الارتباط باستخدام وسط فرضى " $و_{١}$" بالنسبة لقيم س ، ووسط فرضى "$و_{٢}$" بالنسبة لقيم ص . ونحاول فى هذا البند اشتقاق العلاقة التى يمكن استخدامها فى هذه الحالة .

مثال ٦ أوجد معامل الارتباط باستخدام وسط فرضى للمثال المذكور فى البند السابق .

الحـل :ـ

من الجدول (٤ ـ ٢) يمكن تكوين الجدول (٤ ـ ٣) وذلـــك بـأخذ $و_١$ = ١٢ ، $و_٢$ = ٧ر٨ مثلا .

الجدول (٤ ـ ٣) العلاقة بين التعليم ودخل الفرد

متوسط المستويات الدراسية س	متوسط الدخل للفرد بالألف دولار ص	$ع_١ = س - و_١$	$ع_٢ = ص - و_٢$	$ع_١ \times ع_٢$	$ع_١^٢$	$ع_٢^٢$
صفر	٦ر٢	− ١٢	− ٢ر٥	٤٠ر٦٢	٠٠ر١٤٤	٠٤ر٢٧
٥ر٢	٩ر٢	−٥ر٩	− ٩ر٤	٥٥ر٤٦	٢٥ر٩٠	٠١ر٢٤
٦	٧ر٣	− ٦	− ١ر٤	٦٠ر٢٤	٠٠ر٣٦	٨١ر١٦
٨	٤ر٤	− ٤	− ٤ر٣	٦٠ر١٣	٠٠ر١٦	٥٦ر١١
١٠	٥ر٥	− ٢	− ٣ر٢	٦٠ر٤	٠٠ر٤	٢٩ر٥
$و_١$=١٢	٦ر٦	صفر	− ٢ر١	صفر	صفر	٤٤ر١
٥ر١٣	$و_٢$=٨ر٧	٥ر١	صفر	صفر	٢٥ر٢	صفر
١٥	٤ر٨	٣	٦ر٠	٨٠ر١	٠٠ر٩	٣٦ر٠
١٦	٨ر١٠	٤	٠ر٣	٠٠ر١٢	٠٠ر١٦	٠٠ر٩
١٧	٩ر١٠	٥	١ر٣	٥٠ر١٥	٠٠ر٢٥	٦١ر ٩
١٩	٧ر١٥	٧	٩ر٧	٣٠ر٥٥	٠٠ر٤٩	٤١ر٦٢
المجموع		− ١٣	− ٥ر٦	٣٥ر٢٣٦	٥ر٣٩١	٠٣ر١٦٧

$$ر = \frac{ن\ مج\ ح_1 ح_2 - مج\ ح_1 \times مج\ ح_2}{\sqrt{ن\ مج\ ح_1^2 - (مج\ ح_1)^2}\ \sqrt{ن\ مج\ ح_2^2 - (مج\ ح_2)^2}}$$

= [illegible]

$$= \frac{٢٥١٥٫٣٥}{٤٢٫٤٢٣٢٤٢ \times ٦٤٫٣٢٣٤٠٢} = ٠٫٩٢٢$$

وهى نفس النتيجة السابقة ، ولكن مع اقتصاد فى الوقت والجهد .

(٤ - ٦) ايجاد معامل الارتباط للتوزيعات التكرارية :-

قد تواجه الباحث فى الظواهر الانسانية صعوبة اخرى لا تتعلق بفخامة القيم الخاصة بالظاهرتين المراد ايجاد معامل ارتباطها ، ولكنها تتعلق بعدد أفراد الظاهرة .. ففى البحث التربوى يستخدم الباحث - عادة - عينات كبيرة قد تزداد عن المائة ، لذا يكون من الأفضل إيجاد معامل الارتباط باستخدام جداول تكرارية تجمع قيم الظاهرتين .

ولايجاد معامل الارتباط فى هذه الحالة ينبغى اتباع الخطوات التاليه :- (٨٧ : ٢٤٣ - ٢٤٨)

١ - نكون مصفوفة ارتباط بحيث تمثل صفوفها توزيع تكرارات قيم ص ، بينما تمثل أعمدتها توزيع تكرارات قيم س . أى أن فئات ص تكون رآسية بينما تكون فئات س أفقية .

٢ - نختار أحد المتغيرين س أو ص ثم نقوم بتوزيع التكرار المقابل لكل فئة من فئاته على فئات المتغير الآخر ، وبحيث اذا نظرنا فى المصفوفة (جدول الارتباط) استطعنا معرفة مدى تمثيل التكرار الموجود للمتغيرين (كما فى التمثيل البيانى تماما) .

٣ - نحدد مجموع وتكرارات كل فئة من فئات المتغيرين ونضعة فى الصف (تكرار س) أو فى العمود (تكرار ص) .

٤ - نأخذ وسط فرضى لكل من س ، ص وليكن $و_1$ ، $و_2$ على الترتيب ثم نحسب الانحرافات عن الوسط الفرضى فى الحالتين من العلاقات :-

$$ح'_1 = \frac{س - و_1}{ف_1}$$

$$ح'_2 = \frac{ص - و_2}{ف_2}$$

حيث $ف_1$ ، $ف_2$ سعتى فئات س ، ص على الترتيب .

٥ - نحسب حاصل ضرب تكرار كل فئة فى الانحراف عن وسط فرضى بالنسبة لقيم كل من س ، ص .

٦ - نوجد اما مج $ح'_1$ أو مج $ح'_2$ المقابل لكل فئة من فئات ص أو س على الترتيب ، ومنها يمكن حساب مج $ح'_1 ح'_2$ أو مج $ح'_2 ح'_1$.

٧ ـ لايجاد معامل الارتباط " ر " نوجد $ح'_1$ ، $ح'_2$ ونعوض في العلاقة :ـ

$$ر = \frac{ن \sum ح'_1 ح'_2 - \sum ح'_1 \cdot \sum ح'_2}{\sqrt{ن \sum ح'^2_1 - (\sum ح'_1)^2} \sqrt{ن \sum ح'^2_2 - (\sum ح'_2)^2}}$$

(٤ ـ ٩َ)

مثال : لايجاد مدى ارتباط التربية العمليه بطــــرق التدريس اختيرت عينه عشوائية لدرجات طلاب الفرقة الرابعة بكلية التربيه بأسيوط في العام الجامعي ١٩٨١/٨٠ عددها ٣٥٠ مفردة ، وقد رصدت الدرجات لمادتي طــرق التدريس والتربية العمليه طبقا لتزايد درجــــات مادة طـرق التدريس كما في الجدول (٤ ـ ٤)٠

الجدول (٤ ــ ٤)

درجات مادة طرق التدريس ومادة التربيه العمليه

عدد الطلاب ك	طرق التدريس س	التربية العملية ص	ك	س	ص	ك	س	ص
١	٧	٦٣	١	٢٠	٦٧	٤	٢٥	٧٠
١	١٠	٦٢	١	٢٠	٦٨	٣٤	٢٥	٧٥
١	١١	٦٢	١	٢٠	٦٩	١	٢٥	٨٢
١	١١	٦٣	٢٢	٢٠	٧٠	١	٢٥	٨٥
١	١١	٦٦	٥	٢٠	٧١	١	٢٦	٦٩
١	١٢	٦٠	٤	٢٠	٧٢	٣	٢٦	٧٠
١	١٣	٧١	٣	٢٠	٧٣	٢	٢٦	٧١
١	١٤	٦٩	٤	٢٠	٧٤	١	٢٦	٧٢
١	١٥	٦٠	٣	٢١	٧٠	١٦	٢٦	٧٥
١	١٥	٦٥	٢	٢١	٧١	٣	٢٦	٧٦
١	١٦	٧٠	٦	٢١	٧٢	٩	٢٦	٧٧
١	١٧	٦٤	٤	٢١	٧٣	٥	٢٦	٧٨
١	١٧	٦٦	٣	٢١	٧٤	١	٢٦	٧٩
١	١٧	٦٨	١	٢٢	٧١	١	٢٦	٨٠
١	١٨	٦٩	١	٢٢	٧٤	٢	٢٧	٧٠
١	١٨	٧٦	١	٢٢	٧٥	١	٢٧	٧١
١	١٩	٦٥	١	٢٢	٧٦	٢	٢٧	٧٢
١	١٩	٦٧	١	٢٢	٧٨	٢	٢٧	٧٤
١	١٩	٦٩	١	٢٢	٨٠	١٠	٢٧	٧٥
١	٢٠	٦٤	١	٢٢	٨٥	٣	٢٧	٧٦
١	٢٠	٦٥	١	٢٥	٨١	٢	٢٧	٧٧
٢	٢٠	٦٦	١	٢٥	٦٦	٥	٢٧	٧٨

تابع الجدول (٤ ــ ٤)

ك	س	ص
١	٢٧	٧٩
١	٢٧	٨٤
١	٢٨	٧٠
٢	٢٨	٧٢
١	٢٨	٧٥
٢	٢٨	٧٦
٣	٢٨	٧٧
٢	٢٨	٧٨
١	٢٨	٧٩
١	٢٨	٨٣
١	٢٩	٧٤
١	٢٩	٧٨
١	٢٩	٨٢
١	٢٩	٨٥
١	٣٠	٧٠
١	٣٠	٧٢
٢	٣٠	٧٥
٣	٣٠	٧٨
١٠	٣٠	٨٠
٧	٣٠	٨١
٥	٣٠	٨٢
٥	٣٠	٨٣

ك	س	ص
٣	٣٠	٨٤
١	٣٠	٩٠
١	٣١	٧١
٢	٣١	٧٥
٤	٣١	٨٠
٧	٣١	٨١
٣	٣١	٨٣
٢	٣١	٨٦
١	٣١	٩٣
٣	٣٢	٧٣
٢	٣٢	٧٩
٥	٣٢	٨٠
٤	٣٢	٨١
٣	٣٢	٨٥
١	٣٢	٩٠
٢	٣٢٫٥	٨٨
١	٣٢٫٥	٨٩
٣	٣٣	٧٢
٢	٣٣	٨٣
٣	٣٣	٨٧
٢	٣٤	٧٨
٢	٣٤	٩١

ك	س	ص
٢	٣٥	٧٠
١	٣٥	٧١
١	٣٥	٧٣
٢	٣٦	٧٦
٢	٣٦	٨٥
٤	٣٧	٨٠
٣	٣٧	٨١
٦	٣٧	٨٣
٢	٣٨	٩٠
٤	٣٩	٨٧
١	٣٩	٩٢
١	٤٠	٧٠
١	٤٠	٧٥
١	٤٠	٧٦
١	٤١	٧٧
١	٤١	٨٠
١	٤٢	٧٩
١	٤٣	٨٣
١	٤٣	٨٤
١	٤٣	٨٧
١	٤٤	٩٠
١	٤٥	٩٥

الحـل :

لايجاد معامل الارتباط نكون مصفوفة الارتباط " جـدول الارتباط لبيرسون " كما هو موضح بالجدول (٤ ـ ٥) مع أخـذ $و_{١} = \frac{١}{٢}٢٧$ ، $و_{٢} = \frac{١}{٢}٧٧$ كوسطين فرضيين وايجـاد الانحراف عنهما .

الجدول (٤ ـ ٥)

مصفوفة الارتباط لدرجات طرق التدريس والتربية العملية

ص \ س	٦٠ ـ	٦٥ ـ	٧٠ ـ	٧٥ ـ	٨٠ ـ	٨٥ ـ	٩٠ ـ	٩٥ ـ	$ك_{س}$	$ح'_{١}$	$ك ح'_{١}$	$ك ح'^{٢}_{١}$
٥ ـ	١								١	ـ٤	ـ٤	١٦
١٠ ـ	٤	٢	١						٧	ـ٣	ـ٢١	٦٣
١٥ ـ	٢	٧	١	١					١١	ـ٢	ـ٢٢	٤٤
٢٠ ـ	١	٦	٥٨	٣	٢	١			٧١	ـ١	ـ٧١	٧١
٢٥ ـ		٢	٢١	١٠٠	٥	٢			١٣٠	صفر	صفر	صفر
٣٠ ـ			٩	١١	٥٥	١١	٥		٩١	١	٩١	٩١
٣٥ ـ			٤	٢	١٣	٦	٣		٢٨	٢	٥٦	١١٢
٤٠ ـ			١	٤	٣	١	١		١٠	٣	٣٠	٩٠
٤٥ ـ								١	١	٤	٤	١٦
$ك_{ص}$	٨	١٧	٩٥	١٢١	٧٨	٢١	٩	١	٣٥٠		٦٣	٥٠٣
$ح'_{٢}$	ـ ٣	ـ٢	ـ١	صفر	١	٢	٣	٤				
$ك_{ص} ح'_{٢}$	ـ ٢٤	ـ٣٤	ـ٩٥	صفر	٧٨	٤٢	٢٧	٤	ـ٢			
مج $ح'_{١}$	ـ ٢١	ـ٢٦	ـ٤٣	٢٢	٨٨	٢٥	١٤	٤	٦٣			
مج $ح'_{١} ح'_{٢}$	٦٣	٥٢	٤٣	صفر	٨٨	٥٠	٤٢	١٦	٣٥٤			
مج $ك_{ص} ح'^{٢}_{٢}$	٧٢	٦٨	٩٩	صفر	٧٨	٨٤	٨١	١٦	٤٩٨			

$$\therefore \text{ر} = \frac{\text{ن مج ح}_1\text{ح}_2 - \text{مج ح}_1 \cdot \text{مج ح}_2}{\sqrt{\left(\text{ن مج ح}_1^2 - (\text{مج ح}_1)^2\right)\left(\text{ن مج ح}_2^2 - (\text{مج ح}_2)^2\right)}}$$

$$\therefore \text{ر} = \frac{٢٥٠ \times ٣٥٤ - ٢٣ \times (-٢)}{\sqrt{\left(٢٥٠ \times ٥٠٣ - (٢٣)^2\right)\left(٢٥٠ \times ٤٩٨ - (-٢)^2\right)}}$$

$$= ٠٫٧١٦$$

(٤-٧) معامل ارتباط الرتب لسبيرمان :-

يتضح لنا مما سبق ان معامل الارتباط الذى يمكن حسابة باستخدام طرق بيرسون يعتبر دليلا معياريا لمدى الارتباط الموجود بين متغيرين ، كما يتضح انة من الممكن تحديد وحساب هذا المعامل باستخدام هذه الطرق اذا كانت المعلومات المعطاه عن الظاهرتين أو المتغيرين فى اى صورة من الصور التى استخدمناها سابقا ، اما اذا كانت المعلومات المعطاه عن المتغيرين فى صورة كيفية أو اسمية أو فى صورة تقديرات ، فانة يصعب فى مثل هذه الحالات تحديد معامل الارتباط باستخدام هذه الطرق .

وقبل البدء فى تقديم طريقة جديدة لعلاج مثل هذه الحالات نفترض ان المعلومات التى جمعت عن الظاهرتين أو المتغيرين كانت تختلف باختلاف طبيعتهما ، كأن تكون المعلومات الخاصة باحداهما فى صورة كمية ، بينما تكون المعلومات الخاصة بالاخرى فى صورة كيفية أو تقديرات .

فعلى سبيل المثال اذا اردنا ايجاد العلاقة بين مستوى تعليم الفرد ودخله السنوى ،فى هذه الحالة يمكن تقدير الدخل باعداد كمية ، اما المعلومات المتعلقة بمستوى التعليم فهى

معلومات كيفية أو اسمية ، وقد يكون من الافضل وضع تقديرات أو ترتيب هذه المعلومات طبقا لاولويتها ترتيبا تصاعديا او تنازليا ، ووضع هذه التقديرات فى صورة رقمية لايعنى ان المسافات بين المستويات المختلفة اصبحت متساوية ، فعلى سبيل المثال لايعنى هذا ان المفردة التى حصلت على المستوى الخامس تكافىء خمس امثال المفردة الموجودة فى المستوى الاول بالنسبة للترتيب التصاعدى . ومع ذلك يمكن ايجاد الارتباط وان كانت درجة صدقه اقل من معامل الارتباط الذى يتم ايجاده بالنسبة للمعلومات الكمية .

مثال : الجدول الآتى يبين العلاقة بين مستوى التعليم فى مصر ومتوسط الدخل السنوى للفرد ، والمراد ايجاد معامل الارتباط (مثال افتراضى)

مستوى تعليم الفرد	لا يعرف القراءة والكتابة	يعرف يقرأ ويكتب	حاصل على الابتدائية	حاصل على الاعدادية	حاصل على الثانوية أو ما يعادلها	معهد متوسط ودراسات تكميلية	كلية جامعية	دبلوم دراسات عليا	ماجستير	دكتوراة
متوسط الدخل السنوى	٢٤٠	٣٠٠	٣٣٠	٣٦٠	٤٢٠	٤٨٠	٥٤٠	٦٠٠	٦٦٠	٨٠٠

الحل :

لايجاد معامل الارتباط فى مثل هذه الحالات نبدأ بترجمة هذه التقديرات الكيفية الى ترتيبات . أى نرتب مستويات التعليم ترتيبا تصاعديا (مثلا) بحيث يحصل الفرد الذى لايعرف القراءة والكتابة على المستوى الاول ، وهكذا ، ومن ثم يكون مستوى الفرد الحاصل على درجة الدكتوراة هو المستوى العاشر .

نكون جدول يمثل العمود الاول فيه قيم س "المستويات التعليمية" ، اما العمود الثانى فيمثل قيم الدخل ، ويمثل العمود الثالث الانحراف عن وسط فرضى لقيم س ، والرابع يمثل الانحراف عن وسط فرضى لقيم ص والخامس يمثل حاصل ضرب قيم العمودين الثالث والرابع ، اما السادس والسابع على الترتيب فيمثلان مربعات قيم العمودين الثالث والرابع على الترتيب .

الجدول (٤-٦) العلاقة بين مستوى التعليم والدخل فى مصر

مستوى التعليم	مستوى التعليم س	الدخل ص	ح س = س − ٥	ح ص = ص − ص̄	ح س ح ص	ح² س	ح² ص
لايقرأ ولايكتب	١	٢٤٠	−٤	−١٨٠	٧٢٠	١٦	٣٢٤٠٠
يقرأ ويكتب	٢	٣٠٠	−٣	−١٢٠	٣٦٠	٩	١٤٤٠٠
حاصل على الابتدائية	٣	٣٣٠	−٢	−٩٠	١٨٠	٤	٨١٠٠
حاصل على الاعدادية	٤	٣٦٠	−١	−٦٠	٦٠	١	٣٦٠٠
حاصل على الثانوية و•	٥	٤٢٠	صفر	صفر	صفر	صفر	صفر
معهد متوسط أو دراسات	٦	٤٨٠	١	٦٠	٦٠	١	٣٦٠٠
كلية جامعية	٧	٥٤٠	٢	١٢٠	٢٤٠	٤	١٤٤٠٠
دبلوم دراسات عليا	٨	٦٠٠	٣	١٨٠	٥٤٠	٩	٣٢٤٠٠
ماجستير	٩	٦٦٠	٤	٢٤٠	٩٦٠	١٦	٥٧٦٠٠
دكتوراه	١٠	٩٠٠	٥	٤٨٠	٢٤٠٠	٢٥	٢٣٠٤٠٠
المجموع			٥	٦٣٠	٥٥٢٠	٨٥	٣٩٦٩٠٠

وحيث أن :

$$ر = \frac{ن \text{ مج } س ص - \text{مج } س \text{ مج } ص}{\sqrt{ن \text{ مج } س^{٢} - (\text{مج } س)^{٢}} \sqrt{ن \text{ مج } ص^{٢} - (\text{مج } ص)^{٢}}}$$

$$ر = \frac{١٠ \times ٥٥٦٠ - ٥ \times ٤٣٠}{\sqrt{١٠ \times ٨٥ - (٥)^{٢}} \sqrt{١٠ \times ٣٩٦٩٠٠ - (٩٣٠)^{٢}}}$$

= ٩٥٩ر٠

واضح ان هذه الطريقة لايجاد معامل الارتباط من الطرق السهلة على الأقل من الناحية الحسابية ، كما انها تعالج النواحى الأسمية أو الكيفيه وكأنها مقادير كمية ، إلا أنه كما ذكر سابقا - يعوزها الدقة الكافية ، وبناء عليه فإننا نتوقع أن ايجاد الارتباط بطريقة سبيرمان للرتب والتى سنتناولها فيما بعد ، هى الأخرى أقل دقة من طرق بيرسون السابقة ذكرها ، كما انها أقل دقة من الاجراءات التى استخدمناها فى الأمثال السابقة .

وبالرغم من ذلك فان استخدام طريقة سبيرمان لايجاد معامل الارتباط من الطرق الهامة فى دراسة الظواهر التربوية وبخاصه اذا كانت قيم الظاهرتين أو المتغيرين مقدرة بطريقة كيفية أو أسمية ، أو أن الظاهرتين أو احداهما تتضمن قيما كبيرة يصعب حساب معامل الارتباط منها .. فى مثل هذه الحالات نقوم بترتيب تقديرات المتغيرين ثم نوجد معامل ارتباط الرتب لسبيرمان من العلاقة :

$$ر_م = ١ - \frac{٦ \text{ مجـ } د^٢}{ن (ن^٢ - ١)} \qquad (٤-١٠)$$

حيث د هى فرقرتبتى كل زوج من ازواج الظاهرتين أو المتغيرين ، ن عدد الازواج

مثال ١: اختيرت درجات عشره طلاب من شعبة الرياضيات بالكلية فى مادتى الرياضيات البحته والرياضيات التطبيقيه ،والموضحه بالجدول الآتي والمراد ايجاد معامل الارتباط بطريقة الرتب وبيان مدى دقة هذه النتيجة .

الرياضه البحته	٥٥	٧٣	١٠١	١١٥	١١٧	١٢٣	١٤٠	١٥٠	١٧٤	١٨٠
الرياضة التطبيقية	٧٩	٦٦	١٢١	١١٠	١٣٣	١١٩	١٣٠	١٧٠	١٦٠	١٧٨

الحل

الجدول (٤-٧)

البحته س	التطبيقية ص	$د_س$	$د_ص$	$د = د_ص - د_س$	$د^٢$
٥٥	٧٩	١	٢	١	١
٧٣	٦٦	٢	١	١ -	١
١٠١	١٢١	٣	٥	٢	٤
١١٥	١١٠	٤	٣	١ -	١
١١٧	١٣٣	٥	٧	٢	٤
١٢٣	١١٩	٦	٤	٢ -	٤
١٤٠	١٣٠	٧	٦	١ -	١
١٥٠	١٧٠	٨	٩	١	١
١٧٤	١٦٠	٩	٨	١ -	١
١٨٠	١٧٨	١٠	١٠	صفر	صفر

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } ف^٢}{ن(ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ١٨}{١٠ \times ٩٩} = ٨٩١ \%$$

ويتضح من هذه النتيجة [illegible] وسط [illegible] [illegible]
[illegible] وجود معامل الارتباط .

الجدول (٤ – ٨)

ح‌َص²	ح‌َس²	ح‌َس ح‌َص	ح‌َص = ص − [illegible]	ح‌َس = س − ١١	ص	س
٤٤١	٣٦٠٠	١٢٦٠	− ٢١	− ٦٠	[illegible]	[illegible]
١٩٣٦	١٧٦٤	١٨٤٨	− ٤٤	− ٤٢	[illegible]	[illegible]
٤٨٤	١٩٦	٣٠٨	٢٢	− ١٤	[illegible]	[illegible]
صفر	صفر	صفر	صفر	صفر	[illegible]	[illegible]
٥٢٩	١	٢٣	٢٣	١	[illegible]	[illegible]
٨١	٦٤	٧٢	٩	٨	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]
٣٦٠٠	٢٢٠٩	٢٨٢٠	٦٠	٤٧	[illegible]	[illegible]
٤٩٠٠	٣٣٦٤	٤٠٦٠	٧٠	٥٨	[illegible]	[illegible]
٤٣٥٦	٤٢٢٥	٤٢٩٠	٦٦	٦٥	[illegible]	[illegible]
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	

من المعادلة (٤ – ٢) :

$$ر = \frac{ن \text{ مج } ح‌َس ح‌َص - \text{مج } ح‌َس \times \text{مج } ح‌َص}{\sqrt{ن \text{ مج } ح‌َس^٢ - (\text{مج } ح‌َس)^٢} \sqrt{ن \text{ مج } ح‌َص^٢ - (\text{مج } ح‌َص)^٢}}$$

$$= \frac{١٠ \times ١٣٦٤٢ - ٧٨ \times ١٤٢}{\sqrt{١٠ \times ١٥١٨٤ - (٧٨)^٢} \; \sqrt{١٠ \times ١٤٧٥٢ - (١٤٢)^٢}} = ٠٫٩٢$$

وبمقارنة النتيجتين نلاحظ أن الفرق بينهما ٢٩ر٠ أو ٠٣ر٠ ، وهذا الفرق قد لايؤثر على النتائج فى بعض الحالات .

مثال ٢ : فى مثال العلاقة بين مادتى طرق التدريس والتربية العملية المذكور فى الجدول (٤-٤) ، أختيرت عينة من الجدول المذكور تضمنت تقديرات ١٧ طالبا فى المادتين ، والمراد ايجاد معامل الارتباط بين المادتين ، علما بأن التقديرات المطلوبة مبينه بالجدول الاتى :

طرق التدريس س	ض حـ	ض حـ	ض	ض	ض	ض	ل	ل	ل	حـ	حـ	حـ	حد	حد	حد	م	م
التربية العملية ص	ل	جـ	ل	مـ	حد	م	مـ	حد	م	حـ	حد	م	حـ	حد	م	حد	م

الحل

نلاحظ من الجدول المذكور ان "ضعيف جدا" او ادنى تقدير لمادة طرق التدريس تكررت مرتان ، وحيث ان ترتيبهما ١، ٢ ، ففى هذه الحالة نعطى لكل منهم $(١ \frac{١}{٢})$ ، وكذلك الضعيف الذى ترتيبه ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ يمكن ان يعطى لكل منهم رتبه متوسطه " $٤ \frac{١}{٢}$ " ، والتقدير "مقبول" ترتيبه ٧ ، ٨ ، ٩ ، ومن ثم تصبح رتبه كل منهم "٨" ، وكذلك التقدير "جيد" رتبه كل منهم "١١" ، والتقدير "جيدجدا" رتبه كل منهم "١٤" وأخير التقدير ممتاز يحصل على الرتبه " $١٦ \frac{١}{٢}$ " .

أما بالنسبة لمادة التربية العملية ، فإننا نلاحظ أن التقدير "مقبول" تكرر مرتين ، ومن ثم تصبح رتبة التسلسل مترتبة $\frac{١+٢}{٢}$ = ١½ . أما التقدير "جيد" فترتيبه ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ومن ثم تصبح رتبة كل منهم "٥" وكذلك التقدير "جيد جداً" رتبة كل منهم "١٠" وأخيرا التقدير "ممتاز" رتبة كل منهم "١٥" .

نكون الجدول (٤ — ٩) بنفس الجدول (٤ — ٧) ، ثم نوجد من ذلك معامل ارتباط الرتب لسبيرمان .

الجدول (٤ — ٩)

س	ص	ر س	ر ص	ف = ر ص − ر س	ف²
ضعيف جداً	مقبول	١½	١½	صفر	صفر
ضعيف جداً	جيد	١½	٥	٣½	١٢ر٢٥
ضعيف	مقبول	٤½	١½	٣ −	٩ر٠٠
ضعيف	جيد	٤½	٥	½	٠ر٢٥
ضعيف	جيد جداً	٤½	١٠	٥½	٣٠ر٢٥
ضعيف	ممتاز	٤½	١٥	١٠½	١١٠ر٢٥
مقبول	جيد	٨	٥	٣ −	٩ر٠٠
مقبول	جيد جداً	٨	١٠	٢	٤ر٠٠
مقبول	ممتاز	٨	١٥	٧	٤٩ر٠٠
جيد	جيد	١١	٥	٦ −	٣٦ر٠٠
جيد	جيد جداً	١١	١٠	١ −	١ر٠٠
جيد	ممتاز	١١	١٥	٤	١٦ر٠٠
جيد جداً	جيد	١٤	٥	٩ −	٨١ر٠٠
جيد جداً	جيد جداً	١٤	١٠	٤ −	١٦ر٠٠
جيد جداً	ممتاز	١٤	١٥	١	١ر٠٠
ممتاز	جيد جداً	١٦½	١٠	٦½ −	٤٢ر٢٥
ممتاز	ممتاز	١٦½	١٥	١½ −	٢ر٢٥
				مج ف² =	٤١٩ر٥٠

$$ر = ١ - \frac{٦ \text{ مج } د^٢}{ن (ن^٢ - ١)} = ١ - \frac{٦ \times ٤١٩٫٥٠}{١٧ (١٧^٢ - ١)} = ٠٫٤٨٦$$

ونستخلص مما سبق ان معامل ارتباط الرتب لسبيرمان يستخدم لعلاج المعلومات الكيفية أو الأسمية ، ويمكن استخدامه بنجاح وبسرعة فى العينات الصغيرة ، وهذا بخلاف معامل ارتباط بيرسون الذى يمكن استخدامه فى التوزيعات التكرارية .

هذا بالاضافة الى أننا اذا نظرنا للعلاقة المستخدمه لايجاد معامل الارتباط بطريقة الرتب فاننا نلاحظ انها علاقة من الدرجة الثانية فى "د" أى أن قيم المتغير بين قدلاتاخذ شكل الخط المستقيم الذى تأخذه - نسبيا - القيم المعالجة بطرق بيرسون ، كما انه يوجد فارق بين نتائج معامل الارتباط المستخرج بالطريقتين لنفس القيم يساوى تقريبا (٠٫٠٢) اذا كان معامل الارتباط الناتج من كل منهما يقترب من ٠٫٥ (٥٧ : ٣٠٧ - ٣٠٨) لذا يفضل استخدام طريقة بيرسون فى الحالات التى يمكن علاجها بهذه الطريقة .. وبالرغم من ذلك فان معامل ارتباط الرتب لسبيرمان لايقل أهمية عن معامل ارتباط بيرسون .

(٤ - ٨) معامل ارتباط كاندل : (٨٣)

تعتبر طريقة كاندل لتحديد معامل الارتباط من الطرق المعدة لايجاد معامل ارتباط الرتب ، حيث قام كاندل بتطوير طريقة سبيرمان القائمة على إعطاء رتب افتراضية لقيم المتغيرين الى طريقه جديدة لاتعتمد على هذه الافتراضات الخاصه .. وبالرغم من أن ايجاد الارتباط بطريقة سبيرمان يستخدم على مجال واسع الا أن استخدام طريقة كاندل لها مميزاتها العامة فى ايجاد معامل الارتباط .

وتتطلب طريقة كاندل ضعف الجهد المبذول فى طريقة سبير مان ، وذلك لان ايجاد معامل الارتباط يتطلب الاتى :

١ - ترتيب قيم المتغيرين ترتيبا تنازليا بنفس الاتجاه المتبع فى طريقة سبيرمان .

٢ - ترتيب "رتب" احد المتغيرين ترتيبا تصاعديا ثم تدوين "رتب" المتغير الثانى المقابلة .

٣ - نقوم بحساب اكبر تالى عدد من الرتب ونضع هذا العدد فى الصف المقابل لكل رتبة من العمود الثانى بشرط ان تكون هذه الرتب أكبر من الرتبة الموجوده فى هذا الصف ؛ و فى الحالة التىتساوى فيها الرتبه المحصاه الرتبة المراد ايجاد عدد الرتب التاليه والأكبر منها نضع الرتبة المحصاه بين قوسين (   ) ونعتبرها "$\frac{1}{2}$" .

٤ - نوجد معامل ارتباط كاندل "$ر_{\tau}$" من العلاقة :

$$ر_{\tau} = \frac{ب}{\sqrt{ن(ن-1) - مجـ ك_{س}(ك_{س}-1)}\ \sqrt{ن(ن-1) - مجـ ك_{ص}(ك_{ص}-1)}} \quad \cdots (٤-١١)$$

حيث $ك_{س}$ ، $ك_{ص}$ هى تكرارات الرتب التى تكررت اكثر من مرة بالنسبه لرتب س ، رتب ص .

ن هى عدد أفراد العينه .

ب تحدد من العلاقتين الاتيتين .

إما $ب = ٤ \text{ مجـ } ث - ن(ن-1)$.   (٤-١٢)

حيث ث هى أكبر عدد من الرتب يقابل كل رتبة والمحددة بالخطوة الثالثة .

وإما $ب = ن(ن-1) - ٤ \text{ مجـ } ط - \text{مجـ } ك_{ص}(ك_{ص}-1)$ (٤-١٣)

حيث مجـ ط هى مجموع التقاطعات الناتجة من تقاطع

المستقيمات الواصلة بين كل رتبه من رتب س ونفس الرتبة فى ص .

مثال ١: اوجد معامل ارتباط ـ مستخدما طريقة كاندل ـ درجات الرياضيات البحتة والرياضيات التطبيقية المذكورة بالجدول (٤-٧) .

الحل :

من الجدول (٤-٧) بقلب وضع العمودين الثالث والرابع يمكن تكوين الجدول (٤-١٠) فى الصورة الاتية :

الجدول (٤ - ١٠)

رتب س	رتب ص	اكبر عدد من رتب ص يكون اكبر من رتب ص	ت
١	١	٣،٢،٥،٧،٤،٨،٦،١٠،٩	٩
٢	٣	٥،٧،٤،٨،٦،١٠،٩	٧
٣	٢	٥،٧،٤،٨،٦،١٠،٩	٧
٤	٥	٧،٨،٦،١٠،٩	٥
٥	٧	٨،١٠،٩	٣
٦	٤	٨،٦،١٠،٩	٤
٧	٨	١٠،٩	٢
٨	٦	١٠،٩	٢
٩	١٠	ـــ	صفر
١٠	٩	ـــ	صفر
			٣٩

ويتضح من الجدول السابق انه لايوجد رتب تكررت اكثر من مرة سواء بالنسبه لرتب س أو لترتيبه ص ومن ثم فان :

$مجـ ك_{س} (ك_{س} - ١) = صفر$ ، وكذلك $مجـ ك_{ص} (ك_{ص} - ١) = صفر$

ومن العلاقة (٤-١٢) :-

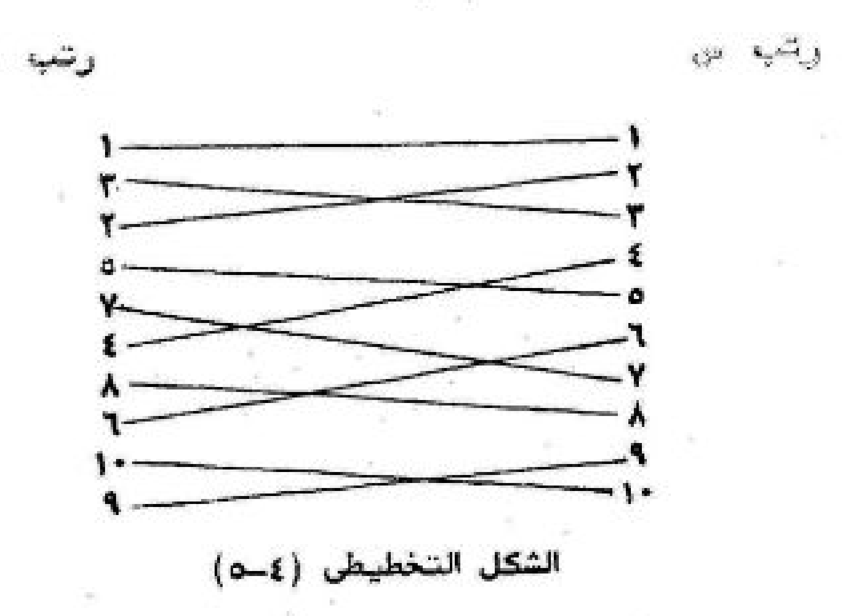
$$ب = ٤ \, مجـ \, ث - ن(ن - ١) = ٤ \times ٣٩ - ١٠ \, (٩) = ١٥٦ - ٩٠ = ٦٦$$

$$\therefore \quad ح_{ر} = \frac{ب}{\sqrt{ن(ن-١) - مجـ ك_{س}(ك_{س} - ١)} \; \sqrt{ن(ن-١) - مجـ ك_{ص}(ك_{ص} - ١)}}$$

$$= \frac{٦٦}{\sqrt{١٠(٩) - صفر} \; \sqrt{١٠(٩) - صفر}} = \frac{٦٦}{\sqrt{٩٠} \; \sqrt{٩٠}}$$

$$= \frac{٦٦}{٩٠} = ٠,٧٣$$

ولايجاد ب من العلاقة (٤-١٣) يمكن ايجاد التقاطعات من الرسم التخطيطي (٤-٥)



الشكل التخطيطي (٤-٥)

من الرسم واضح ان عدد التقاطعات "مج ط = ٦" .

∴ ب = ن(ن-١) - ٤ مج ط - مج ك ص (ك ص - ١) .

= ١٠(٩) - ٤ × ٦ - صفر

= ٩٠ - ٢٤ = ٦٦

وهى نفس النتيجة التى توصلنا اليها بالعلاقة (٤-١٢).

مثال ٢ : اوجد معامل ارتباط مادة طرق التدريس بمادة التربية العملية من الجدول (٤ - ٩) .. وذلك باستخدام طريقة كاشدل .

الحل :

من الجدول المذكور باعادة ترتيب تقديرات س ، ص ، ترتيبا تنازليا مع الاخذ فى الاعتبار ترتيب رتب س ترتيبا تصاعديا يمكن تكوين الجدول (٤-١١).

الجدول (٤-١١)

رتب س	رتب ص	اكبر عدد من رتب ص يكون اكبر من رتبة ص ل	ث
١½	٣	٨، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½	١٤
١½	٨	(٨)، ١٣، (٨)، ١٣، (٨)، ١٣، (٨)، ١٣، ½١٦، ١٣، ١٦½	٩
٤	٣	٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½ .	١٢½
٤	٨	١٣، (٨)، ١٣، (٨)، ١٣، (٨)، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½	٨½
٤	١٣	(١٣)، (١٣)، ١٦½، (١٣)، ١٦½،	٤
٧	٣	٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½	١٠
٧	٨	١٣، (٨)، ١٣، (٨)، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½،	٧
٧	١٣	(١٣)، (١٣)، ١٦½، (١٣)، ١٦½،	٣½
١٠	٣	٨، ١٣، (٣)، ٨، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½	٧½
١٠	٨	١٣، (٨)، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½	٥½
١٠	١٣	(١٣)، ١٦½، (١٣)، ١٦½ ،	٣
١٣½	٣	٨، ١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½،	٥
١٣½	٨	١٣، ١٦½، ١٣، ١٦½	٤
١٣½	١٣	١٦½، (١٣)، ١٦½	٢½
١٣½	١٦½	(١٦½)	½
١٦½	١٣	١٦½	١
١٦½	١٦½	—	صفر

مج ث = ٩٧،٥

من الجدول السابق نلاحظ أن الرتبه $\frac{1}{2}$ ١ تكررت مرتين، ٤ تكررت ٣ مرات ، و٧ تكررت ٣ مرات ، و١٠ تكررت ٣ مرات، و $\frac{1}{2}$ ١٣ تكررت ٤ مرات ، وأخير $\frac{1}{2}$ ١٦ تكررت مرتين ..

∴ مجـ ك$_س$(ك$_س$ - ١) = ٢(٢-١) + ٣(٣-١) + ٣(٣-١) + ٣(٣-١) + ٤(٤-١)
+ ٢(٢-١)
= ٢ × ١ + ٣ × ٢ + ٣ × ٢ + ٣ × ٢ + ٤ × ٣
+ ٢ × ١ = ٣٤

بنفس الطريقة نجد أن

مجـ ك$_ص$(ك$_ص$ - ١) = ٥(٥-١) + ٥(٥-١) + ٥(٥-١) + ٢(٢-١)
= ٥ × ٤ + ٥ × ٤ + ٥ × ٤ + ٢ × ١ = ٦٢
ب = ٤ مجـ ث - ن (ن - ١)
= ٤ × $\frac{1}{2}$ ٩٧ - ١٧(١٧-١) = ١١٨

$$\therefore ر_ح = \frac{ب}{\sqrt{ن(ن-1) - مجـ ك_س(ك_س - 1)}\ \sqrt{ن(ن-1) - مجـ ك_ص(ك_ص - 1)}}$$

$$= \frac{118}{\sqrt{17 \times 16 - 34}\ \sqrt{17 \times 16 - 62}}$$

= ٠٫٥٢٨ ..

ولكن السؤال الذى يتبادر الى الذهن .. من المؤثر ومن المتأثر ؟ فعلى سبيل المثال ، هل طرق التدريس تؤثر فى التربية العملية ، أو هل التربية العملية تؤثر فى طرق التدريس ، أم أن كل منهما يؤثر فى الاخر ؟ وما حجم تأثير كل منهما فى الاخر بالنسبه للحالة الاخيرة ؟

في الواقع ان الطرق السابقة لم تجب على هذا التساؤل الا أن طريقة كاندل تتميز ببيان مدى التأثير لكل متغير على الاخر ، وبناء على الفارق في معامل الارتباط يمكن القول بأن المتغير س يؤثر في المتغير ص أو العكس .

مثال ٢: استخدم طريقة كاندل في بيان مدى تأثير كل من طرق التدريس والتربية العملية في الاخر .

الحل :

من المثال السابق يمكن ترتيب رتب ص تصاعديا بنفس الطريقة التي اتبعناها في ترتيب رتب س ، ومن ثم يمكن تكوين الجدول (٤-١٢) .

الجدول (٤-١٢)

رتب ص	رتب س	اكبر عدد من رتب س يكون اكبر من رتبة س ل	ث′
٣	١½	٤، ٧، ١٠، ١٣½، (١½)، ٤، ٧، ١٠، ١٣½، ٤، ٧، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½،	١٥½
٣	٤	٧، ١٠، ١٣½، (٤)، ٧، ١٠، ١٣½، (٤)، ٧، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½،	١٣
٣	٧	١٠، ١٣½، (٧)، ١٠، ١٣½، (٧)، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	١٠
٣	١٠	١٣½، (١٠)، ١٣½، (١٠)، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	٧
٣	١٣½	(١٣½)، ١٦½، (١٣½)، ١٦½،	٣½
٨	١½	٤، ٧، ١٠، ١٣½، ٤، ٧، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	١١
٨	٤	٧، ١٠، ١٣½، (٤)، ٧، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	٩½
٨	٧	١٠، ١٣½، (٧)، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	٧½
٨	١٠	١٣½، (١٠)، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	٥½
٨	١٣½	(١٣½)، ١٦½، (١٣½)، ١٦½،	٣
١٣	٤	٧، ١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½	٦
١٣	٧	١٠، ١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½،	٥
١٣	١٠	١٣½، ١٦½، ١٣½، ١٦½،	٤
١٣	١٣½	١٦½، (١٣½)، ١٦½	٢½
١٣	١٦½	(١٦½)	½
١٦½	١٣½	١٦½	١
١٦½	١٦½	——	صفر
		مج ث′ =	١٠٤½

$$\text{ب}' = ٤\ \text{مج ث}' - \text{ن}(\text{ن} - ١)$$

$$= ٤ \times ١٠٤\tfrac{١}{٢} - ١٧ \times ١٦ = ١٤٦$$

$$\text{ر}'_{\text{ح}} = \frac{\text{ب}'}{\sqrt{\text{ن}(\text{ن}-١) - \text{مجك}_{\text{س}}(\text{ك}_{\text{س}}-١)}\ \sqrt{\text{ن}(\text{ن}-١) - \text{مجك}_{\text{ص}}(\text{ك}_{\text{ص}}-١)}}$$

$$= \frac{١٤٦}{\sqrt{١٧ \times ١٦ - ٣٤}\ \sqrt{١٧ \times ١٦ - ٦٢}} = ٠{,}٦٥٣$$

من النتيجتين السابقتين نجد ان $\text{ر}'_{\text{ح}} > \text{ر}_{\text{ح}}$

اى ان مادة طرق التدريس ومادة التربية العملية تتبادلان التأثير بدرجة عالية ، فالطالب يستفيد مما درسه فى مادة طرق التدريس فى القيام بالتدريس ، كما انه يستفيد من مواقف التدريس فى التربية العملية فى فهم النظريات وموضوعات طرق التدريس . الا ان تأثير التربية العملية على فهم طرق التدريس أقوى .

(٤-٩) معامل ارتباط النسب :

يتضح من البند السابق أن طريقة كاندل تساعدنا فى الوقوف على مدى الارتباط بين متغيرين لايمكن تمثيل قيمهما تمثيلا خطيا ، فقيم المتغيرين أو احدهما على الاقل يكون فى صورة منحنى غير خطى ، ولذلك نقوم باجراء العديد من الاجراءات التى تساهم فى جعل رتب أحد المتغيرين فى صورة خطيه ثم نوجد حجم الارتباط بينه وبين رتب المتغير الاخر .

كما يتضح ان طريقة كاندل تساهم فى علاج المتغيرات ذات التقديرات الاسمية والكيفية ، ومن ثم يصعب استخدامها فى علاج الظواهر المتعددة المفردات ، ولذلك يمكن اللجوء الى طرق اخرى منها طريقة ارتباط النسب .

وتشبه طريقة ارتباط النسب - الى حد كبير - طريقة ارتباط كاندل من حيث اختلاف معاملى الارتباط بين س ، ص ، أى ان $\eta_{\text{س ص}} \neq \eta_{\text{ص س}}$ ، ومن حيث امكانية استخدامها فى علاج المتغيرات غير الخطيه والقريبة من الخطية أو الخطية .

ولايجاد معامل ارتباط النسب نتبع الخطوات التالية[1] :-

١ - نحدد المتوسط الحسابى لكل قيم ص أو قيم س ، وكذلك الانحراف المعيارى .

٢ - نحدد متوسطات الصفوف ($\bar{\text{ص}}$) أو الاعمدة ($\bar{\text{س}}$) .

٣ - نحدد انحرافات قيم $\bar{\text{ص}}$ عن $\text{م}_{\text{ص}}$ أى ($\bar{\text{ص}} - \text{م}_{\text{ص}}$) ، أو نحدد انحرافات قيم $\bar{\text{س}}$ عن $\text{م}_{\text{س}}$ أى ($\bar{\text{س}} - \text{م}_{\text{س}}$) .

٤ - نربع نواتج الخطوة السابقة ونضرب الناتج فى تكرار عدد الحالات .

٥ - نجمع نواتج الخطوة السابقة ونقسم الناتج على ن ينتج $\text{ع}'^{2}_{\text{ص}}$ أو $\text{ع}'^{2}_{\text{س}}$ ومنها يمكن الحصول على الانحراف المعيارى $\text{ع}'_{\text{ص}}$ أو $\text{ع}'_{\text{س}}$.

٦ - نوجد معامل ارتباط النسب من العلاقة :

$$\eta_{\text{ص س}} = \frac{\text{ع}'_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{ص}}} \qquad \text{أو} \qquad \eta_{\text{س ص}} = \frac{\text{ع}'_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \qquad (١٤-٤)$$

---

(١) اتبع نفس الخطوات كل من (١٢٧: ٢٤١-٢٤٣) ، (٥٧: ٣١٠-٣١٢) .

مثال : أوجد مدى ارتباط ماده طرق التدريس بمادة التربية العملية وحجم تأثير كل منهما فى الآخر ـ وذلك من الجدول (٤ـ٥) ٠

الحل :

من الجدول المذكور

$$م_س = أ_١ + ف_١ \cdot \frac{مجـ\ ك_س ح'_١}{ن}$$

$$= ٢٧\frac{١}{٢} + \frac{٥ \times ٦٣}{٣٥٠} = ٢٨ر٤$$

$$ع_س = \sqrt{\frac{مجـ\ ك_س ح'^٢_١}{ن} - \left(\frac{مجـ\ ك_س ح'_١}{ن}\right)^٢} \times ف_١$$

$$= \sqrt{\frac{٥٠٣}{٣٥٠} - \left(\frac{٦٣}{٣٥٠}\right)^٢} \times ٥$$

$$= ٥ر٩$$

$$م_ص = أ_٢ + ف_٢ \cdot \frac{مجـ\ ك_ص ح'_٢}{ن} = ٧٧\frac{١}{٢} + \frac{(-٢)}{٣٥٠} = ٧٧ر٥$$

$$ع_ص = \sqrt{\frac{مجـ\ ك_ص ح'^٢_٢}{ن} - \left(\frac{مجـ\ ك_ص ح'_٢}{ن}\right)^٢} \times ف_٢$$

$$= \sqrt{\frac{٤٩٨}{٣٥٠} - \left(\frac{-٢}{٣٥٠}\right)^٢} \times ٥ = ٦$$

ثم نكون الجدولين (٤ـ١٣) لقيم ص′ ، (٤ـ١٤) لقيم س′ كما هو موضح ٠٠

الجدول (٤-١٣)

متوسط الصف ص = م ص س	قيم س المرتبطه به	ص - م ص	(ص - م ص)^2	التكرار ك١	ك١ (ص - م ص)^2
٦٢ر٥	٧ر٥	- ١٥ر٠	٢٢٥ر٠٠	١	٢٢٥ر٠٠
٦٥ر٤	١٢ر٥	- ١٢ر١	١٤٦ر٤١	٧	١٠٢٤ر٨٧
٦٨ر٠	١٧ر٥	- ٩ر٥	٩٠ر٢٥	١١	٩٩٢ر٧٥
٧٢ر٦	٢٢ر٥	- ٤ر٩	٢٤ر٠١	٧١	١٧٠٤ر٧١
٧٦ر٩	٢٧ر٥	- ٠ر٦	٠ر٣٦	١٣٠	٤٦ر٨٠
٨٢ر١	٣٢ر٥	٤ر٦	٢١ر١٦	٩١	١٩٢٥ر٥٦
٨٢ر٩	٣٧ر٥	٥ر٤	٢٩ر١٦	٢٨	٨١٦ر٤٨
٨١ر٠	٤٢ر٥	٣ر٥	١٢ر٢٥	١٠	١٢٢ر٥٠
٩٧ر٥	٤٧ر٥	٢٠ر٠	٤٠٠ر٠٠	١	٤٠٠ر٠٠
المجموع				٣٥٠	٧٢٥٨ر٦٧

الجدول (٤-١٤)

متوسط العمود س = م س ص	قيم ص المرتبطه به	س - م س	(س - م س)^2	التكرار ك٢	ك٢ (س - م س)^2
١٤ر٤	٦٢ر٥	- ١٤ر٠	١٩٦ر٠٠	٨	١٥٦٨ر٠٠
١٩ر٩	٦٧ر٥	- ٨ر٥	٧٢ر٢٥	١٧	١٢٢٨ر٢٥
٢٥ر٢	٧٢ر٥	- ٣ر٢	١٠ر٢٤	٩٥	٩٧٢ر ٨
٢٨ر٤	٧٧ر٥	صفر	صفر	١٢١	صفر
٣٣ر١	٨٢ر٥	٤ر٧	٢٢ر٠٩	٧٨	١٧٢٣ر٠٢
٣٣ر٥	٨٧ر٥	٥ر١	٢٦ر٠١	٢١	٥٤٦ر٢١
٣٥ر٣	٩٢ر٥	٦ر٩	٤٧ر٦١	٩	٤٢٨ر٤٩
٤٧ر٥	٩٧ر٥	١٩ر١	٣٦٤ر٨١	١	٣٦٤ر٨١
المجموع				٣٥٠	٦٨٣١ر٥٨

$$\text{ع}'_{\text{ص}} = \sqrt{\frac{\text{مج ك}_{١}\,(\text{ص}' - \text{م}_{\text{ص}})^{٢}}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{\text{٧٢٥٨ر٦٧}}{\text{٣٥٠}}} = \text{٤ر٦}$$

$$\therefore\ \text{ر}_{\text{ص س}} = \frac{\text{ع}'_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{ص}}} = \frac{\text{٤ر٦}}{\text{ع}_{\text{ص}}} = \frac{\text{٤ر٦}}{\text{٦}} = \text{٠ر٧٦}$$

$$\text{ع}'_{\text{س}} = \sqrt{\frac{\text{مج ك}_{٢}\,(\text{س}' - \text{م}_{\text{س}})^{٢}}{\text{ن}}} = \sqrt{\frac{\text{٦٨٣١ر٥٨}}{\text{٣٥٠}}} = \text{٤ر٤}$$

$$\text{ر}_{\text{س ص}} = \frac{\text{ع}'_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{س}}} = \text{٠ر٧٥}$$

أى أن

$$\text{ر}_{\text{ص س}} > \text{ر}_{\text{س ص}}$$

وهذه نفس النتيجة التى توصلنا اليها باستخدام طريقة كاندل ، والتى اظهرت ان تأثير ماده التربية العملية على مادة طرق التدريس أقوى من تأثير طرق التدريس على التربية العملية .

(٤-١٠) خطوط ومعاملات الانحدار :

يعتبر الانحدار محاولة لفهم خصائص العلاقة الموجوده بين متغيرين أو أكثر ، فعن طريق خطوط الانحدار ومعاملاته يمكن الوقوف على مدى وحجم التغير الحادث فى متغير نتيجة التغير فى متغير أو عدة متغيرات أخرى مصاحبه له . فعلى سبيل المثال اذا عرفنا حجم الارتباط بين التعليم والدخل استطعنا باستخدام معادله أو خط الانحدار التنبوء بدخل الفرد وذلك عند معرفة مستوى تعليمة ، كما يمكن معرفة مستوى تعليمة أو التنبؤ به عند معرفة دخله السنوى .

أى أن الهدف الاساس لخطوط الانحدار ومعادلاته يمكن أن التنبؤ بقيم المتغيرات المرتبطة بمتغير آخر وعزلها عن القيم الأخرى غير المرتبطة .. فخط الانحدار الذى يقيس أو ما يحدد العلاقة النسبية الموجودة بينهما ، وبناء على هذا الخط يمكن التنبؤ بقيمة ص لأى مفردة تقع عليه اذا كان معلوم قيمة س لها .

ولاتقتصر أهمية الانحدار على الهدف السابق ، ولكن يمكن باستخدامه قياس الخطأ المعيارى الموجود فى قيم المتغيرات المرتبطة أو المعتمدة على بعضها والتنبؤ به ، وتصحيح هذا الخطأ بصورة لا تغير من درجة القرب أو الارتباط الموجود بين المتغيرات موضوع الدراسة .

وبصفة عامة ، يمكن التعبير عن خط الانحدار بالنسبة لعدة متغيرات ص ، $س_1$ ، $س_2$ ، .... ، $س_ن$ بالعلاقة .

$$ص' = د(س_1، س_2، ....، س_ن) \qquad .... \qquad (٤-١٥)$$

فاذا كان عدد المتغيرات المرتبطة متغيرين فقط فان العلاقة السابقة تصبح فى الصورة .

$$ص' = ب س + أ$$

وهى نفس العلاقة التى استخدمناها فى ايجاد معامل الارتباط والتى استخدمنا فيها طريقة المربعات الصغرى فى تحديد قيم أ ، ب بالعلاقتين :

$$أ = م_ص - ب م_س \qquad . \qquad (٤-١٦)$$

$$ب = \frac{مج\ س\ ص - ن\ م_س\ م_ص}{مج\ س^2 - ن\ (م_س)^2} = \frac{ن\ مج\ س\ ص - مج\ س\ مج\ ص}{ن\ مج\ س^2 - (مج\ س)^2}$$

$$(٤-١٧)$$

أى $\text{ب} = \text{ر} \cdot \dfrac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}}$ (٤-١٨)

فاذا عوضنا فى العلاقة المذكورة عن قيمتى أ ، ب نحصل على العلاقة :

$$\text{ص}' - \text{م}_{\text{ص}} = \text{ر} \, \frac{\text{ع}_{\text{ص}}}{\text{ع}_{\text{س}}} \, (\text{س} - \text{م}_{\text{س}}) \qquad (\text{٤-١٩})$$

وفى ضوء هذه العلاقة يمكن استنتاج العلاقة الاتيـــــة :

$$\text{س}' - \text{م}_{\text{س}} = \text{ر} \, \frac{\text{ع}_{\text{س}}}{\text{ع}_{\text{ص}}} \, (\text{ص} - \text{م}_{\text{ص}}) \qquad (\text{٤-٢٠})$$

مثال : أوجد خط الانحدار الذى يوضح العلاقة بين عدد سنوات التعليم فى الولايات المتحدة ومتوسط الدخل السنوى للفـــرد بالالف دولار .

الحل :

من المثال المذكور فى صـ ١٠٩ نجد أن :

$\text{م}_{\text{س}} = \text{١٢ر٣}$ سنه ، $\text{م}_{\text{ص}} = \text{٧ر٤٢}$ الف دولارا

$\text{ع}_{\text{س}} = \text{٦ر٣٣}$ سنه ، $\text{ع}_{\text{ص}} = \text{٤ر٠٥}$ الف دولارا

$\text{ر} = \text{٠ر٩٢٢}$

بالتعريض فى العلاقة (٤-١٩) نحصل عـــــلى :

$$\text{ص}' - \text{٧ر٤٢} = \text{٠ر٩٢٢} \times \frac{\text{٤ر٠٥}}{\text{٦ر٣٣}} \, (\text{س} - \text{١٢ر٣}) = \text{٠ر٥٩} (\text{س} - \text{١٢ر٣})$$

$$\therefore \text{ص}' = \text{٠ر٥٩} \, \text{س} + \text{٠ر١٦} \qquad (\text{١})$$

وبالتعويض فى العلاقة (٤-٢٠) نحصل عـــــلى :

$$س' - ١٢ر٣ \;=\; ٠ر٩٢٢ \times \frac{٦ر٣٢}{٤ر٠٥} \;(ص - ٧ر٤٢)$$

$$س' = ١ر٤٤ \; ص + ١ر٦١ \qquad (٢)$$

فاذا أردنا تمثيل المعادلتين ١٠٢ تمثيلا بيانيا ، فاننا نستطيع باستخدام العمود الاول والثانى من الجدول (٤-٢) تكوين الجدولين الاتيين :

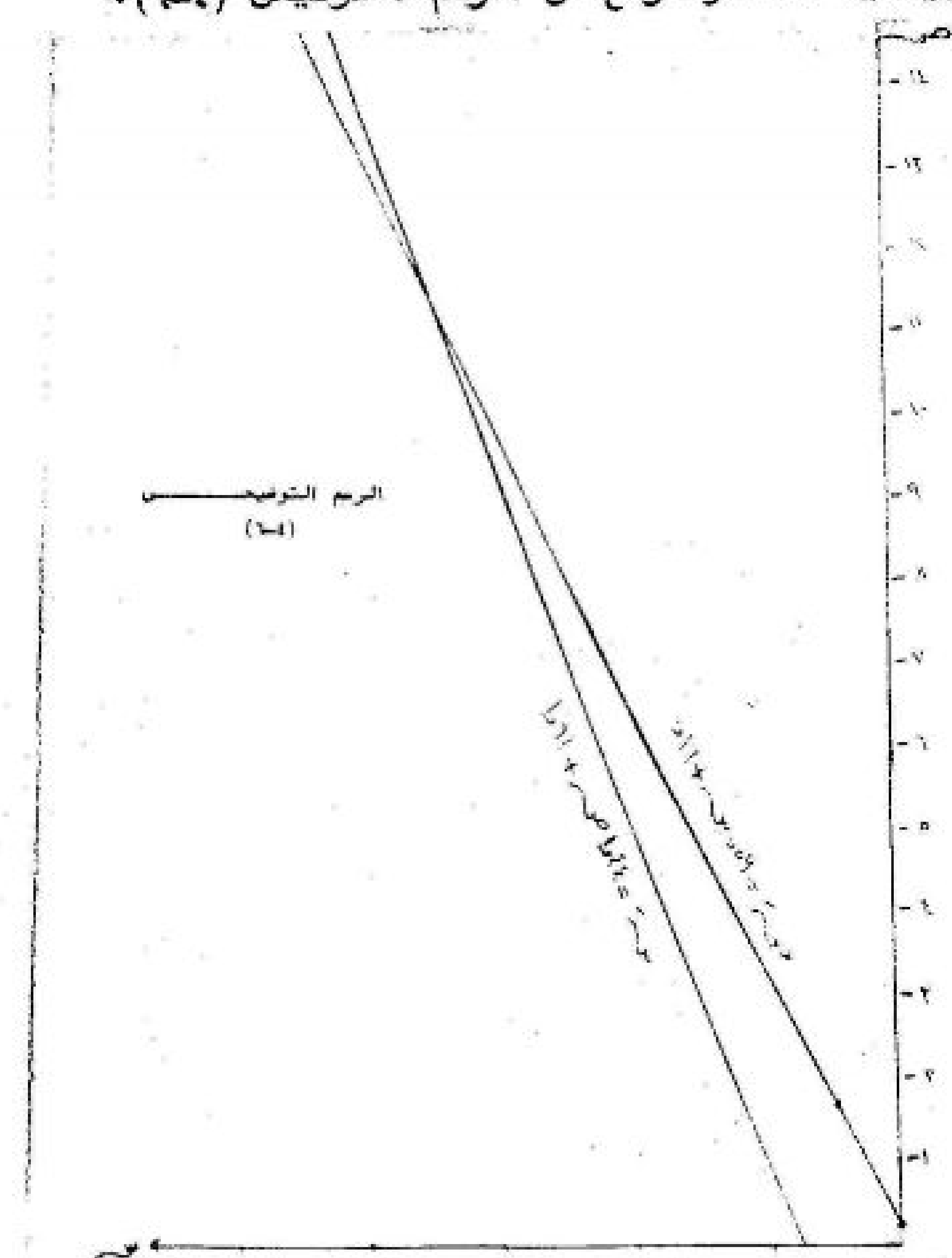
اولا : العلاقة ص' = ٠ر٥٩ س + ٠ر١٦

س	صفر	٢ر٥	٦	٨	١٠	١٢	١٣ر٥	١٥	١٦	١٧	١٩
ص'	٠ر١٦	١ر٦٤	٣ر٧	٤ر٨٨	٦ر٠٦	٧ر٢٤	٨ر١٣	٩ر٠١	٩ر٦	١٠ر١٩	١١ر٣٧

ثانيا : العلاقة س' = ١ر٤٤ ص + ١ر٦١

ص	٢ر٦	٢ر٩	٣ر٧	٤ر٤	٥ر٥	٦ر٦	٧ر٨	٨ر٤	١٠ر٨	١٠ر٩	١٥ر٧
س'	٥ر٣٥	٥ر٧٩	٦ر٩٤	٧ر٩٥	٩ر٥٣	١١ر١١	١٢ر٨٤	١٣ر٧١	١٧ر١٦	١٧ر٣١	٢٤ر١٣

من الجدولين السابقين يمكن تمثيل العلاقتين المذكورتين تمثيلا بيانيا كما هو موضح فى الرسم التوضيحى (٤-٦).



ويطلق على معامل س فى العلاقة (٤-١٩) ومعامل ص فى العلاقة (٤-٢٠) لفظ معامل الانحدار ، أى أن معامل الانحدار هو ميل خط الانحدار .

$$\therefore \; ب_{سص} = ر_{سص} \times \frac{ع_{س}}{ع_{ص}}$$ (ميل خط انحدار س على ص) .. (٤-٢١)

$$ب_{صس} = ر_{صس} \times \frac{ع_{ص}}{ع_{س}}$$ (ميل خط انحدار ص على س) .. (٤-٢٢)

ويطلق على معامل س فى العلاقة (٤-١٩) ومعامل ص فى العلاقة (٤-٢٠) لفظ معامل الانحدار ، أى أن معامل الانحدار هو ميل خط الانحدار .

$$\therefore \quad ب_{س ص} = ر_{س ص} \times \frac{ع_س}{ع_ص}$$

(ميل خط انحدار س على ص) (٤-٢١)

$$ب_{ص س} = ر_{ص س} \times \frac{ع_ص}{ع_س}$$

(ميل خط انحدار ص على س) (٤-٢٢)

أى أنه يوجد لكل قيم متغيرين خطى انحدار ، ومن ثم معاملى انحدار.. ويمكن من العلاقتين السابقتين ايجاد العلاقة بين معامل الانحدار ومعامل الارتباط ، فاذا ضربنا العلاقتين (٤-٢١) ، (٤-٢٢) فى بعضهما فإننا نحصل على

$$ب_{س ص} \cdot ب_{ص س} = ر_{س ص} \times ر_{ص س}$$

وحيث انه بصفه عامه يكون $ر_{س ص} = ر_{ص س} = ر$

$$\therefore \quad ر^2 = ب_{س ص} \times ب_{ص س}$$

$$\therefore \quad ر = \sqrt{ب_{س ص} \times ب_{ص س}} \qquad (٤-٢٣)$$

(٤-١١) الارتباط الجزئى والارتباط المتعدد :

ركزنا فى البنود السابقة على مناقشة العلاقة الموجودة بين متغيرين سواء باستخدام معاملات الارتباط أو خطوط ومعاملات الانحدار .. ونحاول فى هذا البند مناقشة العلاقة التى قد توجد بين أكثر من متغيرين سواء أكانت هذه العلاقة جزئية أم متعددة الابعاد ، وسنركز على مناقشة الارتباط الجزئى والارتباط المتعدد كوسيلة للوقوف على هذه العلاقة .

ويعالج الارتباط الجزئى على أساس الاثار المتبقية للعلاقة بين متغيرين عندما يتم استبعاد أثر المتغير الثالث أو مجموعة المتغيرات الاخرى .. اما الارتباط المتعدد فيعالج على أساس مجموع الاوزان التى تنتج أعلى ارتباط ممكن بين أى متغير معيارى ومجموع اوزان المتغيرين أو المتغيرات الاخرى المتوقعة .. (٤١ : ٣٩٠) .

ولتوضيح الارتباط الجزئى ، نفترض اننا نريد دراسة العلاقة بين الانفاق على التعليم وثراء الدولة .. فمن المعروف ان هذا الانفاق يزداد بمرور الزمن بسبب زيادة الاسعار ، وكذلك الامر بالنسبة لثراء الدول .. هنا يمكن استخدام الارتباط الجزئى مع هذه المعلومات لقياس الارتباط بين الانفاق التعليمى وثراء الدولة مع ابعاد العامل الزمنى (العامل المؤثر الثالث) .

فاذا افترضنا اننا رمزنا لمعامل الارتباط بين الانفاق التعليمى وثراء الدولة بالرمز "$ر_{٢١}$" وأننا رمزنا لمعامل الارتباط بين الانفاق التعليمى والزمن بالرمز "$ر_{٣١}$" واخيرا رمزنا لمعامل الارتباط بين ثراء الدولة والزمن بالرمز "$ر_{٣٢}$"

فان معامل الارتباط بين الانفاق التعليمي وشراء الدولة مع استبعاد عامل الزمن "$ر_{٢١/٣}$" يتحدد بالعلاقة: (١٢٧: ٢٥٣).

$$ر_{٢١/٣} = \frac{ر_{٢١} - ر_{٣١} \cdot ر_{٣٢}}{\sqrt{(١ - ر^{٢}_{٣١})(١ - ر^{٢}_{٣٢})}} \qquad (٤-٢٤)$$

مثال: اذا كان معامل الارتباط بين طول الطفل ووزنه $ر_{٢١}$= ٨٣ر٠ ومعامل ارتباط الطول بالعمر الزمنى للطفل $ر_{٣١}$= ٧٠ر٠ ، ومعامل ارتباط وزن الطفل بعمرة الزمنى $ر_{٣٢}$= ٩٠ر٠ فما هو الارتباط بين الطول والوزن عند استبعاد عامل الزمن ؟

الحل:

$$\because ر_{٢١/٣} = \frac{ر_{٢١} - ر_{٣١} \cdot ر_{٣٢}}{\sqrt{(١ - ر^{٢}_{٣١})(١ - ر^{٢}_{٣٢})}}$$

$$= \frac{٠,٨٣ - (٠,٧٠)(٠,٩٠)}{\sqrt{(١-(٠,٧٠)^{٢})(١-(٠,٩٠)^{٢})}}$$

$$= \frac{٠,٨٣ - ٠,٦٣}{\sqrt{٠,٥١ \times ٠,١٩}}$$

$$= ٠,٦٤$$

واذا كان المراد استبعاد اكثر من عامل مؤثر فان $ر_{٢١/٤٣}$ - معامل الارتباط بين المتغير الاول والثانى مع استبعاد اثر المتغيرين الثالث والرابع - يتحدد بالعلاقة (٩٨ : ١٦٦):-

$$\text{ر}_{\text{٢١/٤٣}} = \frac{\text{ر}_{\text{٢١/٣}} - \text{ر}_{\text{٤١/٣}} \cdot \text{ر}_{\text{٤٢/٣}}}{\sqrt{(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٤١/٣}})(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٤٢/٣}})}} \quad (\text{٤-٢٥})$$

وبصفة عامة فان $\text{ر}_{\text{٢١/٤٣ ....ن}}$ = معامل الارتباط بين المتغيرين الاول والثاني مع استبعاد باقي المتغيرات يتحدد بالعلاقة : (١٢٧ : ٢٥٧) .

$$\text{ر}_{\text{٢١/٤٣ ...ن}} = \frac{\text{ر}_{\text{٢١/٤٣ ...(ن-١)}} - (\text{ر}_{\text{١ن/٤٣...(ن-١)}})(\text{ر}_{\text{٢ن/٤٣...(ن-١)}})}{\sqrt{(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{١ن/٤٣...(ن-١)}})(\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٢ن/٤٣...(ن-١)}})}}$$

(٤-٢٦)

اما اذا اردنا عزل المتغير الثالث عن احد المتغيرين فقط فان معامل الارتباط $\text{ر}_{\text{١(٢/٣)}}$ = معامل ارتباط المتغيرين الاول والثاني مع استبعاد اثر المتغير الثالث عن المتغير الثاني - يتحدد من العلاقة : (٩٨ : ١٦٧-١٦٨) .

$$\text{ر}_{\text{١(٢/٣)}} = \frac{\text{ر}_{\text{٢١}} - \text{ر}_{\text{٣١}}\ \text{ر}_{\text{٣٢}}}{\sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٣٢}}}} = \frac{\text{ر}_{\text{٢١/٣}}}{\sqrt{\text{١} - \text{ر}^{\text{٢}}_{\text{٣١}}}} \quad (\text{٤-٢٧})$$

ويختلف الارتباط المتعدد عن الارتباط الجزئي من حيث ان الارتباط المتعدد يعطى نفس العلاقة التي يمكن التوصل اليها باستخدام الارتباط الخطى البسيط ، والاختلاف الوحيد بين الارتباط المتعدد والارتباط البسيط هو العلاقة بين عدد المتغيرات ، فالارتباط البسيط يتعامل مع متغيرين فقط ، اما الارتباط المتعدد فيتعامل مع أكثر من متغيرين .

ويتحدد الارتباط المتعدد بين ثلاثة متغيرات ص ، س١ ، س٢ عندما تكون هذه المتغيرات مرتبطة ببعضها ارتباطا ثنائيا بالعلاقة :

$$\text{ر}_{\text{ص.س١س٢}} = \sqrt{\frac{\text{ر}^2_{\text{ص س١}} + \text{ر}^2_{\text{ص س٢}} - 2\,\text{ر}_{\text{ص س١}}\,\text{ر}_{\text{ص س٢}}\,\text{ر}_{\text{س١ س٢}}}{1 - \text{ر}^2_{\text{س١ س٢}}}} \qquad (٣-٢٨)$$

حيث $\text{ر}_{\text{ص.س١س٢}}$ تعني معامل الارتباط المتعدد بين ص واتحاد س١ ، س٢ معا .

مثال :

اوجد معامل الارتباط المتعدد $\text{ر}_{١،٢٣}$ للمثال السابق

$\because$ $\text{ر}_{١٢} = \text{٠٫٨٣}$ ، $\text{ر}_{١٣} = \text{٠٫٧٠}$ ، $\text{ر}_{٢٣} = \text{٠٫٩٠}$

وحيث ان

$$\text{ر}_{١،٢٣} = \sqrt{\frac{\text{ر}^2_{١٢} + \text{ر}^2_{١٣} - 2\,\text{ر}_{١٢}\,\text{ر}_{١٣}\,\text{ر}_{٢٣}}{1 - \text{ر}^2_{٢٣}}}$$

$$\therefore \text{ر}_{١،٢٣} = \sqrt{\frac{(\text{٠٫٨٣})^2 + (\text{٠٫٧٠})^2 - 2 \times \text{٠٫٨٣} \times \text{٠٫٧٠} \times \text{٠٫٩٠}}{1 - (\text{٠٫٩٠})^2}}$$

$$= \sqrt{\frac{\text{٠٫٦٨٨٩} + \text{٠٫٤٩} - \text{١٫٠٤٥٨}}{1 - \text{٠٫٨١}}}$$

$$= \sqrt{\text{٠٫٧٠٠٥٢}} = \text{٠٫٨٣٧}$$

وعندما لايوجد ارتباط بين المتغيرين س١ ، س٢ ($ر_{س_١ س_٢}$ = صفر) فان العلاقة (٤-٢٨) تأخذ الصورة :

$$ر_{ص.س_١س_٢} = \sqrt{ر^٢_{ص س_١} + ر^٢_{ص س_٢}} \qquad (٤-٢٩)$$

مثال : طبق اختبار للمعلومات العامة على ١٢ طالبا فى اعمار زمنية مختلفة ، فاذا كان الجدول (٤-١٥) يبين العلاقة بين طول كل طالب وعمره الزمنى والدرجة التى حصل عليها فى هذا الاختبار (نهاية العظمى ٣٠ درجة) فأوجد معامل الارتباط المتعدد بين درجات الاختبار فى حالة وجود كل من العمر الزمنى وطول كل منهم . "مثال افتراضى"

الجدول (٤-١٥)

رقم الحالة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢
الطول بالسنتيمتر $س_١$	١٠٠	١٥٠	١٠٠	٥٠	١٠٠	١٢٠	١٠٠	٨٠	١٠٠	٩٠	١٠٠	١١٠
العمر الزمنى $س_٢$	١١	١٥	١٩	١٥	٢٠	١٥	١٠	١٥	١٦	١٥	١٤	١٥
درجة الاختبار ص	١٢	١٨	٢٦	١٨	٢٨	١٨	١٠	١٨	٢٤	١٨	١٦	١٥

الحل :

توجد معامل الارتباط بين كل زوج على حده بأى طريقه من الطرق السابقة لايجاد معامل الارتباط .. فنلاحظ أن :

$$ر_{س_١ س_٢} = صفر$$

$$ر_{ص س_١} = -٠ر٢٢٩$$

$$ر_{ص س_٢} = ٠ر٩٧٤٨$$

وحيث أن $ر_{س_١ س_٢} = صفر$

∴ من العلاقة (٤-٢٩).

$$ر_{ص.س_١ س_٢} = \sqrt{ر^٢_{ص س_١} + ر^٢_{ص س_٢}}$$

$$ر_{ص.س_١ س_٢} = \sqrt{(-٠ر٢٢٩)^٢ + (٠ر٩٧٤٨)^٢}$$

$$= \sqrt{٠ر٩٥٠٧} = ٠ر٩٧٥$$

وأخيرا اذا زاد عدد المتغيرات عن ثلاثة فان معامل الارتباط المتعدد $ر_{١.٢٣...ن}$ يتحدد من العلاقة العامة الآتية :(1)

$$ر^٢_{١.٢٣...ن} = ب_{٢١} ر_{٢١} + ب_{٣١} ر_{٣١} + ... + ب_{ن١} ر_{ن١} \quad (٤-٣٠)$$

حيث :

$ب_{٢١}$ ، $ب_{٣١}$ ، ... ، $ب_{ن١}$ عددها (ن - ١) من العوامل ، وهذه العوامل تتحدد قيمها من حل مجموعة العلاقات الآتية حلا آنيا :

---

(١) انظر كل من : (٩٨ : ١٧٧-١٨٤) ، (٥٧ : ٤٠٨ - ٤١٤).

$$\text{ب}_{٢١} + \text{ب}_{٣١}\,\text{س}_{٣٢} + \text{ب}_{٤١}\,\text{س}_{٤٢} + \cdots + \text{ب}_{١ن}\,\text{س}_{٢ن} = \text{س}_{٢١}$$

$$\text{ب}_{٢١}\,\text{س}_{٢٣} + \text{ب}_{٣١} + \text{ب}_{٤١}\,\text{س}_{٤٣} + \cdots + \text{ب}_{١ن}\,\text{س}_{٣ن} = \text{س}_{٣١}$$

$$\vdots \qquad (٤-٣١)$$

$$\text{ب}_{٢١}\,\text{س}_{٢ن} + \text{ب}_{٣١}\,\text{س}_{٣ن} + \cdots + \text{ب}_{١ن} = \text{س}_{١ن}$$

ويمكن وضع هذه العلاقات فى صورة مصفوفات كما هو موضح فيما يلى[1] :

$$\begin{Vmatrix} ١ & \text{س}_{٣٢} & \text{س}_{٤٢} & \cdots & \text{س}_{٢ن} \\ \text{س}_{٢٣} & ١ & \text{س}_{٤٣} & \cdots & \text{س}_{٣ن} \\ \vdots & & & & \\ \text{س}_{ن٢} & \cdots & \text{س}_{ن-١} & \cdots & ١ \end{Vmatrix} \times \begin{Vmatrix} \text{ب}_{٢١} \\ \text{ب}_{٣١} \\ \vdots \\ \text{ب}_{١ن} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \text{س}_{٢١} \\ \text{س}_{٣١} \\ \vdots \\ \text{س}_{١ن} \end{Vmatrix} \quad \cdots\cdots \quad (٤-٣٢)$$

وسنرمز لمحدد المصفوفة المربعة التى رتبتها (ن – ١) × (ن – ١) بالرمز ($\Delta_{١١}$) ، اما المصفوفة المكبرة المكونة من المصفوفة المربعة السابقة بعد اضافة مصفوفة الحدالمطلق بعد تعديلها باضافة مقدار الوحدة فى بدايتها كصف أولوعمود

---

(١) انظر الفصل السابع من هذا الكتاب .

أول فاننا سنرمز لها بالرمز (Δ) . وفي حالة حذف الصف الذي يتضمن الدليل الخاص بالرقم (١) والعمود الذي يتضمن الدليل الخاص بالرقم (٢) فسنرمز لمحدد المصفوفة الناتجة بالرمز ($\Delta_{٢١}$) ، وهكذا ...

وفي هذه الحالة تتحدد قيم العوامل $ب_{٢١}$ ، ... ، $ب_{١ن}$ من العلاقات الاتية :

$$ب_{١ك} = (-١)^{ك} \frac{\Delta_{١ك}}{\Delta_{١١}} \qquad (٤-٣٣)$$

حيث ك = ٢ ، ٣ ، ... ، ن

وبالتعويض من العلاقة (٤-٣٣) في العلاقة (٤-٣٠) والتجميع نحصل على العلاقة :

$$ر^{٢}_{١.٢٣...ن} = ١ - \frac{\Delta}{\Delta_{١١}} \qquad (٤-٣٤)$$

مثال : احرزت بعض الدول تقدما في شتى المجالات التعليمية والصناعية والتجارية والزراعية والصحية خلال السنوات العشر الاخيرة ، فاذا كانت الدرجات الدالة على هذا التقدم معطاة بالجدول (٤-١٦) فما مدى الارتباط بين التقدم في مجال التعليم والتقدم في المجالات الاخرى مجتمعة ؟ .

الجدول (٤-١٦)

البيان	(١) التعليم	(٢) الصناعة	(٣) التجارة	(٤) الزراعة	(٥) الصحة
١٩٧٣	٨	٧	١٦	٥	٦
١٩٧٤	١٢	٢١	٩	٨	٦٠
١٩٧٥	١٧	٢٦	١٤	٦٢	٩٥
١٩٧٦	٢٤	٥٢	١٢٠	١١٧	١٢١
١٩٧٧	٣٤	١٣٠	٥٦	١٢٥	١٢٨
١٩٧٨	٤٦	١٤٠	٣٨	٣٧	١٣٨
١٩٧٩	٥٩	١٥٥	٥٢	٤٩	١٥٠
١٩٨٠	٧٠	٧٩	٧٠	٩٠	١٦٥
١٩٨١	٨٥	٨٦	٨٥	٨٠	١٦٩
١٩٨٢	١٠٠	١٩٠	٩٨	٩٥	١٨٢

الحل :

توجد معاملات الارتباط بين الازواج المختلفة الممكنه بأى طريقة من الطرق السابقة .

فاذا قمنا بترتيب هذه المعاملات طبقا لترتيب المجالات المختلفة الموجودة فى الجدول السابق فاننا نحصل على :

$ر_{١٢}$ = معامل الارتباط بين مجال التعليم ومجال الصناعة

وهكذا ....

$ر_{١٥}$ = معامل الارتباط بين مجال التعليم ومجال الصحة

أى أن

$ر_{٢١} = ٠ر٧$ $ر_{٣١} = ٠ر٦$

$ر_{٤١} = ٠ر٤$ $ر_{٥١} = ٠ر٩$

$ر_{٣٢} = ٠ر٤$ $ر_{٤٢} = ٠ر٤$

$ر_{٥٢} = ٠ر٨$ $ر_{٤٣} = ٠ر٨$

$ر_{٥٣} = ٠ر٧$ $ر_{٥٤} = ٠ر٧$

ويصبح محدد المصفوفة المكبرة في الصـــــورة .

$$\Delta = \left| \begin{bmatrix} ١ & ر٧ & ر٦ & ر٤ & ر٩ \\ ر٧ & ١ & ر٤ & ر٤ & ر٨ \\ ر٦ & ر٤ & ١ & ر٨ & ر٧ \\ ر٤ & ر٤ & ر٨ & ١ & ر٧ \\ ر٩ & ر٨ & ر٧ & ر٧ & ١ \end{bmatrix} \right|$$

فاذا فكينا هذا المحدد[١] فاننا نحصل على قيمـــــة (Δ) حيث :

$$\Delta = ٠ر٠٠١٤$$

اما إذا حذفنا الصف الأول وكذلك العمود الأول من المحـــــدد السابق فاننا نحصل على المحدد الأصغر (محدد المعلاملات) Δ_{11} ، وبفك هذا المحدد ونحصل على :ـ

$$\Delta_{11} = ٠ر٠٤٨٨$$

وبالتعويض فى العلاقة (٤-٣٤) نحصل عـــــلى :

$$ر^{٢}_{١٫٢٣٤٥} = ١ - \frac{\Delta}{\Delta_{11}} \simeq ١ - \frac{٠ر٠٠١٤}{٠ر٠٤٨٨} = ٠ر٩٧١٣$$

---

(١) سنوضح فى الجزء الثانى كيفيه فك المحدد .

∴ معامل الارتباط $ر_{٥٤٣٢٠١}$ = ٩٨٥ر٠

حل آخـــر* :

لحل هذا المثال نتبع الخطوات التالية :

أولا : ندون معاملات الارتباط التى حصلنا عليها طبقالمجموعة العلاقات (٤-٣١) وذلك بعد نقل الحد المطلق الى الطرف الايمن، وذلك كما هو موضح بالجدول (٤-١٧).

ثانيا : (١) نعيد كتابه الصـــف الاول .

(٢) ثم نطرح نفس القيم مرة اخرى .

ثالثا : (٣) نعيد كتابه الصف الثانـــى .

(٤) نضرب القيم الموجوده فى الخطوة (١) باستثناء معامل "$ب_{٢١}$" فى معامل "$ب_{٣١}$" المحـــــدد بالخطوه (٢) .

(٥) نجمع الخطوتين (٣) ، (٤) .

(٦) للتخلص من "$ب_{٢١}$" نضرب الخطوة (٥) × $\frac{-١}{معامل\ ب_{٣١}}$ المحدد بالخطـــوة السابقة .

رابعا : (٧) نعيد كتابة الصف الثالـــث .

(٨) نضرب القيم الموجودة فى الخطوة (١) باستثناء معاملى $ب_{٢١}$ ، $ب_{٣١}$ فى معامل $ب_{٤١}$ الموجودة فى الخطوة (٢) .

(٩) نضرب القيم الموجودة فى الخطوة (٥) فى معامل $ب_{٤١}$ الموجودة فى الخطوة (٦) .

(١٠) نجمع نواتج الخطوات (٧) ،(٨) ، (٩) .

---

* استخدمهذه الطريقة (طريقة اختزال المجاهيل) : (٧/ : ٤٠٩ - ٤١٢) .

(١١) نضرب نواتج الخطوة (١٠) في $\left(\frac{-١}{معامل\ ب_{٤١}}\right)$ المحدد بالخطوة السابقة فنتخلص من $ب_{٣١}$.

خامسا : (١٢) نعيد كتابه الصف الرابع .

(١٣) نضرب قيم الخطوة (١) باستثناء المعاملات $ب_{٢١}$ ، $ب_{٣١}$ ، $ب_{٤١}$ في معامل $ب_{٥١}$ المحدد بالخطوة (٢) .

(١٤) نضرب قيم الخطوة (٥) بنفس الطريقة السابقة في معامل $ب_{٥١}$ المحدد بالخطوة (٦) .

(١٥) نضرب قيم الخطوة (١٠) بنفس الطريقتين السابقتين في معامل $ب_{٥١}$ المحدد بالخطوة (١١) .

(١٦) نجمع نواتج الخطوات الاربع السابقة .

(١٧) للتخلص من $ب_{٤١}$ نضرب بالخطوة السابقة في $\left(\frac{-١}{معامل\ ب_{٥١}}\right)$ .. ومن هذه الخطوه يمكن انحصول على قيمة "$ب_{٥١}$" فاذا عوضنا لهذه القيمة في الخطوة (١١) فاننا نحصل على "$ب_{٤١}$" واذا عوضنا بهاتين القيمتين في الخطوه (٦) فاننا نحصل على قيمة ($ب_{٣١}$).. واخيرا اذا عوضنا بهذه القيم في الخطوة (٢) فاننا نحصل على قيمة ($ب_{٢١}$) .

ويمكن استخدام هذه الطريقة في حالة الارتباط المتعدد الذى لايزيد متغيراته عن خمسة متغيرات ، اما اذا زاد عدد المتغيرات عن ذلك فاننا نلجأ للحاسبات الآلية "العقول الاليكترونية" .

الجدول (٤ – ١٧)

حساب معامل الارتباط المـ...ـدد (ر١٠٢٣٤٥)

البيـــان	س٢	س٣	س٤	س٥	س٦	المجموع
(أ)	١	٤ر	٤ر٠	٥ر	– ٧ر٠	٩ر١
(ب)		١	٨ر٠	٧ر	– ٦ر٠	٣ر٢
(جـ)			١	٧ر	– ٤ر	٥ر٢
(د)				١	– ٩ر	٣ر٢
(١) الصـف أ	١	٤ر	٤ر٠	٨ر٠	– ٧ر٠	٩ر١
(٢)	– ١	– ٤ر	– ٤ر٠	– ٨ر٠	+٧ر٠	– ٩ر١
(٣) الصـف (ب)		١	٨ر٠	٧ر٠	– ٦ر٠	٣ر٢
(٤) حاصل ضرب (١)×(–٤ر٠)		– ١٦ر٠	– ١٦ر٠	– ٣٢ر٠	٢٨ر٠	– ٧٦ر٠
(٥) مجموع (٣) + (٤)		٨٤ر	٦٤ر٠	٣٨ر٠	– ٣٢ر٠	٥٤ر١ تحقق
(٦) حاصل ضرب (٥) × $(\frac{-1}{٠ر٨٤})$		– ١ر٠٠	– ٧٦١٩ر٠	– ٤٥٢٤ر٠	٣٨١ر٠	– ٨٣ر١
(٧) الصـف (جـ)			٠٠٠٠ر١	٧ر٠	– ٤ر٠	٥ر٢
(٨) حاصل ضرب (١) × (–٤ر٠)			– ١٦ر٠	– ٣٢ر٠	٢٨ر٠	– ٧٦ر٠
(٩) حاصل ضرب (٥) × (–٧٦١٩ر٠)			– ٤٨٧٦ر٠	– ٢٨٩٥ر٠	٢٤٣٨ر٠	– ١٧٣٣ر١
(١٠) مجموع (٧) + (٨) + (٩)			٣٥٢٤ر٠	٠٩٠٥ر٠	١٢٣٨ر٠	٦٦٧ر٠ تأكد
(١١) حاصل ضرب (١٠)×$(\frac{-1}{٠ر٣٥٢٤})$			– ٠٠٠٠ر١	– ٢٥٦٨ر٠	– ٣٥١٣ر٠	– ٠٨١ر١ تأكد
(١٢) الصـف (د)				٠٠٠٠ر١	– ٩ر٠	٣ر٢
(١٣) حاصل ضرب (١) × (–٨ر٠)				– ٦٤ر٠	٥٦ر٠	– ٥٢ر١
(١٤) حاصل ضرب (٥) × (–٤٥٢٤ر٠)				– ١٧١٩ر٠	١٤٤٨ر٠	– ٦٩٦٧ر٠
(١٥) حاصل ضرب (١٠)×(–٢٥٦٨ر٠)				– ٠٢٣٢ر٠	– ٠٣١٨ر٠	– ١٤٥٥ر٠
(١٦) مجموع (١٢)+(١٣)+(١٤)+(١٥)				١٦٤٩ر٠	– ٢٢٧ر٠	– ٠٦٢٢ر٠
(١٧) حاصل ضرب (١٦)×$(\frac{-1}{٠ر١٦٤٩})$ ٠				– ٠٠٠٠ر١	٣٧٧ر١	٣٧٧ر٠ تأكد

من الخطوة (١٧) نلاحظ أن :

$- ب_{١٥} + ١ر٣٧٧ = صفر$

∴ $ب_{١٥} = ١ر٣٧٧$

من الخطوة (١١) :

حيث أن $- ب_{١٤} - ٠ر٢٥٦٨ ب_{١٥} - ٠ر٣٥١٣ = صفر$

∴ $ب_{١٤} = - ٠ر٢٥٦٨ × ١ر٣٧٧ - ٠ر٣٥١٣$

$= - ٠ر٧٠٤٩$

من الخطوة (٦) نحصل على :

$- ب_{١٣} - ٠ر٧٦١٩ ب_{١٤} - ٠ر٤٥٢٤ ب_{١٥} + ٠ر٣٨١ = صفر$

∴ $ب_{١٣} = ٠ر٣٨١ - ٠ر٧٦١٩(-٠ر٧٠٤٩) - ٠ر٤٥٢٤(١ر٣٧٧)$

$= ٠ر٢٩٥١$

وأخيرا من الخطوة (٢) نحصل على :

$- ب_{١٢} - ٠ر٤ ب_{١٣} - ٠ر٤ ب_{١٤} - ر٨ ب_{١٥} + ٠ر٧ = صفر$

∴ $ب_{١٢} = ر٧ - ر٤(ر٢٩٥١) - ر٤(-٠ر٧٠٤٩) - ر٨(١ر٣٧٧)$

$= - ٠ر٢٣٧٦٨$

وبالتعويض فى العلاقة (٤-٣٠) نحصل على

$ر^{٢}_{١٠٢٣٤٥} = ب_{١٢} ر_{١٢} + ب_{١٣} ر_{١٣} + ب_{١٤} ر_{١٤} + ب_{١٥} ر_{١٥}$

$= (-٠ر٢٣٧٦٨)(٠ر٧) + (٠ر٢٩٥١)(ر٦) + (-٠ر٧٠٤٩)(٠ر٤)$
$+ (١ر٣٧٧)(٠ر٩)$
$= ٠ر٩٦٨٠٢٤$

٥٤٣٣٠١ر = ٩٨٤ر٠

(٤-١٢) تعقيـــــــب :

تناولنا فى البنود السابقة خطوط ومعاملات الانحـــــدار وكذلك العديد من طرق ايجاد معامل الارتباط ـ سواء أكـــان هذا الارتباط فى صورة بسيطه بين متغيرين ، أم فى صــورة مركبة جزئية كانت أو متعددة ـ كمحاولة للوقوف على العلاقة الموجودة بين المتغيرات[1] .. واتضح لنا من العرض السابق أنه بالرغم من أن هذه الطرق تخدم غرضا واحدا .. وهو حجم العلاقة الموجودة بين المتغيرات ، إلا أنها تختلف فيمـــا بينها من حيث الافتراضات والأسس التى تقوم عليها ، وذلــك باختلاف نوعية المعلومات المتوفرة .

فعلى سبيل المثال اذا كانت المعلومات التى حصلنـــا عليها معلومات كميه وعدد مفرداتها صغير أمكن استخـــدام هذه المعلومات كما هى فـى ايجاد العلاقة بينها . أمـــا إذا كان من السهل الحصول على متوسطها الحسابى والانحـــراف المعيارى لقيم المتغيرات عن هذا المتوسط استطعنا استخـدام هذا المتوسط والانحراف المعيارى فى ايجاد العلاقة بينهـــا . فاذا كان من الصعب الحصول على هذا المتوسط استخدمنـــــا وسطا فرضيا وتوصلنا لنفس النتائج .

وفى حالة زيادة مفردات المتغيرات او استخدامنـــــا لمجتمع الظاهرة المدروسة ككل فاننا نلجأ ـ فى هذه الحالـــة الى التوزيعات التكرارية وجداول الارتباط للوقوف عــــلى العلاقة الموجودة بين هذه المتغيرات .

(١) سنتناول فى الفصل القادم بعض الطرق الاخرى لقياس العلاقة بين المتغيرات .

ولما كانت المتغيرات تختلف فى طبيعتها ـ فقد يصعب الحصول على تقديرات كميه لقيم المتغيرين أو أحدهما ـ لذا نلجأ الى الترتيب ، وقد يعطى هذا الترتيب صورة خطيه ظاهرية ، الا اننا نستطيع به اخضاع القيم الاسمية أوالكيفية لدراسة العلاقة بينها ، وبالرغم من الخطأ الذى تتعرض له الطرق السابقة لايجاد معامل الارتباط ، الا انها تساعدنا فى الوقوف على حجم العلاقة الموجودة بين المتغيرات[1] .

ولاتقتصر الطرق السابقة على ايجاد العلاقة بين قيم المتغيرات ، بل اننا نستطيع باستخدام هذه الطرق تفسير مدى الارتباط الموجود بين المتغيرات ، وهل هذا الارتباط قوى أم ضعيف[2] .

كما اننا نستطيع باستخدام طريقة معامل ارتباط الرتب لكاندل ، وطريقة معامل ارتباط النسب الوقوف على مدى تأثير كل متغير على الآخر .. صحيح أن ما نتوصل اليه من نتائج قد لا يكون هو الفيصل فى التفسير بسبب الاختلاف حول درجات قوى الارتباط ، إلا أن هذه النتائج تعتبر الدعامة أو الأساس الذى فى ضوئة نستطيع التنبؤ بسلوك المتغيرات فى حالة عدم تأثير أو ثبات العوامل الاخرى .

---

(١) انظر : طرق ايجاد وتحديد الخطأ المعيارى .
(٢) انظر : كيفية ايجاد دلالة معامل الارتباط .

الفصل الخامس

ـــــ

التوزيعات الاعتدالية ونظرية الاحتمالات

تناولنا في الفصول السابقة من هذا الجزء بعض المقاييس التي يمكن استخدامها للوقوف على شكل الظاهرة المدروسة ، ومحاولة التعرف على سلوكها او طبيعتها ، وعلاقتها بغيرها من الظواهر ، او علاقة متغيراتها ببعضها البعض .. وقد بنينا تصورنا لنتائج هذه المقاييس على اساس ان المعلومات التي لدينا تمثل الظاهرة المدروسة تمثيلا تاما .

وفي هذا الفصل نحاول التعرف على طبيعة التوزيعات الاعتدالية والاحتمالات الممكنة للظواهر المدروسة ، بهدف الوقوف على حجم دقة النتائج التي توصلنا اليها باستخدام المقاييس السابقة من جهة ، ومناقشة بعض الطرق والمقاييس الاخرى التي يمكن استخدامها في مثل هذه التوزيعات من جهة أخرى .

(٥-١) مقدمة :

يتعرض الباحث في الظواهر الانسانية - دائما - للكثير من الصعوبات المتعلقة بامكانية اخضاع متغيرات هذه الظواهر للبحث والتجريب ، فالظواهر الانسانية تختلف كلية عن الظواهر الطبيعية والاقتصادية التي يمكن فيها تثبيت بعض

العوامل واحدات تغيير فى عوامل اخرى يراد التعرف على طبيعتها وعلاقتها بغيرها .

وللوصول الى نتائج اكثر دقة بالنسبة للظواهر الانسانية يحاول الباحث فى هذه الظواهر - جاهدا - الحصول على نتائج دقيقة الى حد ما وذلك باختيار عينة دراسته بصورة تمثل المجتمع الاصلى الحامل للظاهرة تمثيلا تاما ، ثم يقوم بجمع معلوماته من العينه المختارة بحرص وحذر ، ويلجأ الى تطبيق المقياس المناسب الذى يستطيع فى ضوئه الوصول الى نتيجة يستطيع سحبها او تعميمها على المجتمع ككل .

ومهما يبذل هذا الباحث من جهد فانه لن يصل الى كنه العلاقة التى تحكم الظواهر الانسانية التى يدرسها ، وقد يرجع السبب فى ذلك الى طبيعة ما يخفية بعض افراد العينة من مظاهر ، أو أن طرق جمع المعلومات المستخدمة غير صادقة صدقا كاملا ، ومن ثم فان النتائج التى يتوصل اليها ويحاول تعميمها هى نتائج احتمالية ، ومبنيه على أسس ودعائم محتمله .. فهو يفترض ان العينة ممثلة للمجتمع الاصلى ، وان افراد العينة المختارة سيسلكون بصدق وأمانه كما يسلك مجتمع الظاهرة ككل ، وان طرقه التى استخدمها صادقة وثابتة وأن ... وأن ، وكلها احتمالات . ولكن ما المقصود بالاحتمالات ؟ وما الاسس التى تقوم عليها نظرية الاحتمالات ؟

وتعتبر فكرة الاحتمالات من الافكار الحديثة الى حد ما لانها ظهرت على يد الرياضيين الفرنسيين اثناء القرن السابع عشر الذين بشروا بمولد نظرية جديدة أطلقوا عليها اسم "نظرية الاحتمالات" .. ويوجد فى الوقت الحالى العديد من الطرق المختلفة لقياس الاحتمالات ، وهذه الطرق تختلف من

حيث المفهوم ، وايضا من حيث الافكار الشائعة التي تدور حول اسس نظرية الاحتمالات . (٣ : ٢-٢) .

وليس الهدف من هذا الفصل هو شرح او مناقشة نظرية الاحتمالات كنظرية رياضية ، ولكننا نهدف في المقام الاول الى اعطاء فكرة مبسطة عن الاحتمالات ومدى الاستفادة منها في دراسة الظواهر الانسانية .

(٥-٢) مفهوم الاحتمالات ومبادئها الاساسية :

كثيرا مانستخدم الاحتمالات في الحياة اليومية . فنقول مثلا : ربما نوفق في العمل الذي نقوم به ، ومن المحتمل أن يكون هذا الطريق هو الطريق الصحيح ، كما ان الطالب في اختبارات الصواب والخطأ والاختيار من متعدد قد يضع العلامة المناسبة أو يختار الاختيار المناسب مخمنا ان هذه العلاقة أو هذا الاختيار هو الصحيح .

ويقصد بالاحتمال نسبة المحاولات الناجحة الى المحاولات المبذولة للوصول الى هدف أو غرض مطلوب . فاذا رمزنا لعدد المحاولات الناجحة في ن محاولة بالرمز س ، واذا كررنا هذه المحاولات الى اكبر عدد ممكن فان العلاقة :

$$ب = \lim_{ن \to \infty} \frac{س}{ن}$$ (وتقرأ نهاية $\frac{س}{ن}$ عندما ن تؤول الى مالانهاية)

تحدد احتمال النجاح في المحاولة الواحدة . (٣ : ٥١) .

أى أن الفكرة الاساسية للاحتمالات تعتمد على نسبة النجاح في المحاولات المبذولة للوصول الى الهدف أو الغرض المطلوب . فالشخص الذي يوجد امامة طريقين احدهما

يؤدى الى غرض معين يرغب فى الوصول اليه ، يحاول جاهدا لاختيار الطريق الصحيح ، واحتمال نجاحه فى تحديد هذا الطريق يساوى $\frac{١}{٢}$ ، واذا كان امامه ثلاثة طرق فان احتمال النجاح ينخفض الى الثلث ، وهكذا ... وبصفه عامه اذا كان امامه ن من الطرق احداها يؤدى الى الغرض المطلوب فان احتمال النجاح يساوى $\frac{١}{ن}$.

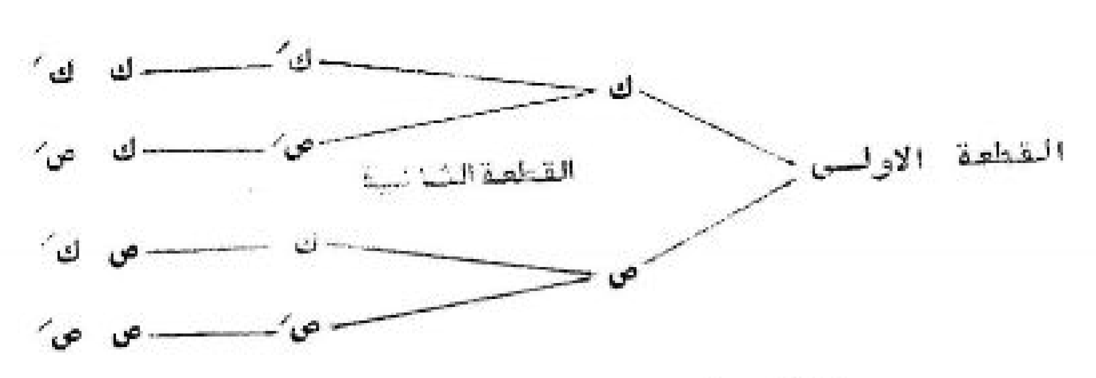
اما اذا كان عدد الطرق ثلاثة منهم طريقين يؤديان الى الغرض فان عدد المحاولات الناجحه فى هذه الحالة يساوى $\frac{٢}{٣}$ مجموع المحاولات ، فاذا زاد عدد الطرق الى ٧ مثلا منهم ٣ طرق يمكن استخدامها فى الوصول الى الغرض ، فان عدد المحاولات الناجحة المحتمله تمثل $\frac{٣}{٧}$ عدد المحاولات المبذولة .

وبصفه عامة اذا كانت س هى عدد الطرق الصحيحة التى يمكن استخدامها فى الوصول الى الغرض ، وان خ تمثل عدد الطرق الخاطئه أو التى لاتؤدى الى الغرض المطلوب؛ فان نسبه المحاولات الناجحة المحتملة (ب) تتحدد بالعلاقة (٣ : ٥٢) .

$$ب = \frac{س}{س + خ} \qquad (٥-١)$$

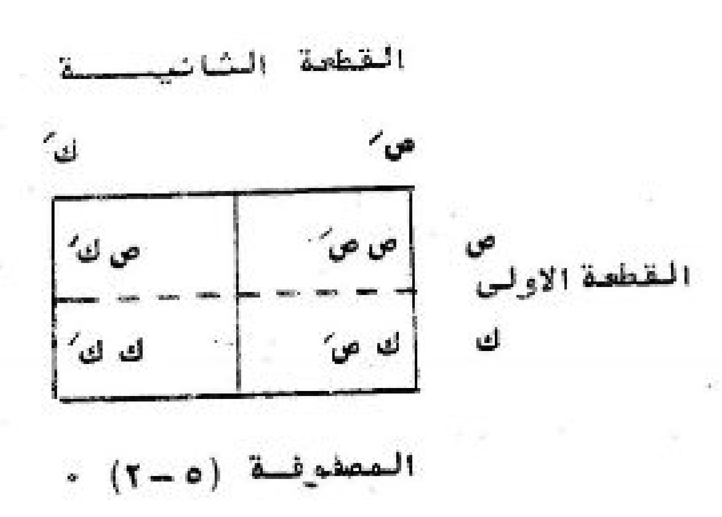
وهذا هو الاساس الكلاسيكى الذى تقوم عليه نظرية الاحتمالات... فاذا افترضنا اننا القينا قطعة من النقود فان احتمال ظهور الكتابة أو الصورة لنا يكافىء النصف ، اما اذا القينا قطعتين مختلفتين من النقود فانه يوجد اكثر من احتمال : فاما أن يظهر كتابة القطعتين (ك ، كَ) ، أو صورة القطعتين (ص ، صَ) ، أو صورة احدهما وكتابة الآخر (ص ، كَ) أو (ك ، صَ) .

وبالرغم من تعدد الاحتمالات السابقة الا أن هذا لايؤثر على احتمال كل منهما فى كل محاولة مبذولة ، ومن ثم يمكن تمثيل العلاقة بين النواتج بالشكل التوضيحى الاتى :



الشكل التوضيحى (٥-١)

ويفضل بعض الاحصائيين (١) استخدام المصفوفات فى تمثيل هذه العلاقات وبخاصة اذا تعددت الاحتمالات الممكنة ، فعلى سبيل المثال يمكن تمثيل العلاقة السابقة بالمصفوفة (٥-٢) .



المصفوفة (٥ - ٢) .

كما يمكن باستخدام هذه الطريقة تمثيل الاحتمالات الممكنه الناتجة من القاء زهرتى طاولة ، حيث تكون المصفوفة فى هذه الحالة مربعة من الرتبة ٦ × ٦ وبناء عليه اذاميزنا الزهرتين فانه يوجد ٣٦ احتمالامختلفايمكن تمثيلهابالمصفوفة (٥-٣) .

(١) انظر على سبيل المثال (٣٢: ٢٨٢-٢٨٧) ، (١٨: ١٤٤-١٤٧) .

اوجه
الزهرة الثانيــــــة

الزهرة الاولى	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(١،١)	(٢،١)	(٣،١)	(٤،١)	(٥،١)	(٦،١)
٢	(١،٢)	(٢،٢)	(٣،٢)	(٤،٢)	(٥،٢)	(٦،٢)
٣	(١،٣)	(٢،٣)	(٣،٣)	(٤،٣)	(٥،٣)	(٦،٣)
٤	(١،٤)	(٢،٤)	(٣،٤)	(٤،٤)	(٥،٤)	(٦،٤)
٥	(١،٥)	(٢،٥)	(٣،٥)	(٤،٥)	(٥،٥)	(٦،٥)
٦	(١،٦)	(٢،٦)	(٣،٦)	(٤،٦)	(٥،٦)	(٦،٦)

المصفوفــة (٥-٣)

وواضح من المصفوفة (٥-٣) ان احتمال ظهور الوجهيـــن متشابهين يكافىء $\frac{١}{٦}$ ، كما ان احتمال ظهور وجهى الزهرتـــين فى الوضع ($أ_١$ ، $أ_٢$) و ($أ_٢$ ، $أ_١$) يمثل $\frac{١}{١٨}$.

وبالاضافة للعلاقتة (٥-١) التى تمثل الاساس الكلاسيكــى للاحتمالات يوجد بعض المبادىء الاولية نذكر منها :

١ - اذا كانت $ب_١$ هى نسبة احتمال ظهور الحادث الاول ، $ب_٢$ هى نسبة احتمال ظهور الحادث الثانى و.... و $ب_ر$ احتمال ظهور الحادث الرائى فى مجموعة من الحوداث المستقـلة فان احتمال ظهور كل منهم فى محاولة واحدة يتحـــدد بالعلاقة : (٣ : ٥٤-٥٨) .

$$ب = ب_١ + ب_٢ + ... + ب_ر = \text{مجـ}_{ل=١}^{ر} ب_ل \qquad (٥-٢)$$

مثال : اوجد نسبة احتمال ظهور الآس أو الولد أو البنـــت عند سحب ورقة واحدة من ورق اللعب .

الحل :

بما أن ورق اللعب مقسم الى ١٣ مجموعة كل مجموعة تحوى أربعة افراد .

اذن نسبة احتمال ظهور كل من الاس أو الولد أو البنت ..

$$= \frac{٤}{٥٢} = \frac{١}{١٣}$$

نسبه احتمال أى من الثلاثة (ب) = $ب_١ + ب_٢ + ب_٣$

$$= \frac{١}{١٣} + \frac{١}{١٣} + \frac{١}{١٣} = \frac{٣}{١٣}$$

٢ - اذا كان $ب_١$ ، $ب_٢$ ، $ب_٣$ ،.... ، $ب_ر$ هى نسب احتمال ظهور مجموعة من الحوادث المستقلة ، فان نسبة احتمال ظهور هذه الحودات معا يعطى بالعلاقة (٣:٥٤-٥٨) .

$$ب = ب_١ \times ب_٢ \times .... \times ب_ر$$

$$= \prod_{ل=١}^{ر} ب_ل \qquad (٥-٣)$$

مثال : اوجد نسبة احتمال ظهور الاوجة الاربعة كتابة عند القاء أربع قطع من النقود .

الحل :

بما أن نسبه احتمال ظهور الوجه كتابة فى كل من القطع الاربع يمثل $\frac{١}{٢}$.

∴ نسبه احتمال ظهور الاوجة الاربعة كتابة

$$ب = \prod_{ل=١}^{٤} ب_ل = \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} \times \frac{١}{٢} = \frac{١}{١٦} .$$

٣ – اذا كانت $ب_١$ ، $ب_٢$ ، ...... ، $ب_ر$ هى نسبه احتمال ظهور مجموعة من الحوادث المتتابعة والغيرمستقلة فان نسبه احتمال ظهور هذه الحودات بالتتابع معا يتحدد من العلاقة : (٣ : ٥٨–٥٩) .

$$ب = ب_١ \times ب_٢ \times ....\times ب_ر$$

$$= \prod_{ل=١}^{ر} ب_ل \qquad (٥ – ٤)$$

مثال : صندوق يحوى ٥٠ كره نصفها لونه احمر والنصف الآخر لونه أبيض ، ما هو احتمال أن تكون الكرة الاولى حمراء والثانية بيضاء علما بأن الكرة التى تسحب لا ترد .
الحل :–
احتمال سحب كرة حمراء فى البداية $= \frac{٢٥}{٥٠} = \frac{١}{٢}$

احتمال سحب كره بيضاء فى المره الثانية $= \frac{٢٥}{٤٩}$

احتمال سحب الكرة الاولى حمراء والثانية بيضاء

$$ب = ب_١ \times ب_٢$$

$$= \frac{١}{٢} \times \frac{٢٥}{٤٩} = \frac{٢٥}{٩٨}$$

٤ – اذا كان الحدثان $أ_١$ ، $أ_٢$ مرتبطين فان نسبه احتمال ظهور الحدث $أ_١$ أو ظهور الحدث $أ_٢$ يتحدد بالعلاقة (٥٩ : ٨٤)

نسبه احتمال ظهور الحدث $أ_١$ أو ظهور الحدث $أ_٢$ تكافىء
نسبه احتمال ظهور الحدث $أ_١$ بمفرده مضافا اليها
نسبه احتمال ظهور الحدث $أ_٢$ بمفرده مطروحا منهما
نسبه احتمال ظهور الحدثين معا .
أى أن :

$$ب(أ_١ \text{ أو } أ_٢) = ب(أ_١) + ب(أ_٢) - ب(أ_١ \text{ و } أ_٢) \quad (٥-٥)$$

مثال / ما هى نسبة احتمال ظهور احد وجهى الزهرتين (٢) أو احتمال ظهور وجه الزهرة الاخرى (٥) .

الحل :

$$ب(٢ \text{ أو } ٥) = ب(٢) + ب(٥) - ب(٢ \text{ و } ٥)$$

$$= \frac{١}{٦} + \frac{١}{٦} - \frac{١}{٣٦} = \frac{١١}{٣٦}$$

٥ - اذا كان احتمال حدوث الحدث $أ_٢$ مشروطا بحتمال حدوث الحدث $أ_١$ فان نسبه احتمال ظهور الحدثين معا يتحدد بالعلاقة : (٥٩ : ٨٦-٨٧).

نسبه احتمال حدوث الحدث $أ_١$ مضروبا فى نسبه احتمال حدوث الحدث $أ_٢$ عندما يحدث $أ_١$ بالفعل .

أى أن

$$ب(أ_١ \text{ و } أ_٢) = ب(أ_١) \cdot ب(أ_٢/أ_١) \quad (٥-٦)$$

مثال : ما هى نسبه احتمال سحب ورقتين كل منهما "ولد" من ورق اللعب ..

الحل :

$$ب(أ_١) = \frac{٤}{٥٢} = \frac{١}{١٣}$$

$$ب(أ_٢/أ_١) = ب(أ_٢ \text{ عند حدوث } أ_١) = \frac{٣}{٥١} = \frac{١}{١٧}$$

$$ب(أ_١ و أ_٢) = ب(أ_١) \cdot ب(أ_٢/أ_١)$$

$$= \frac{١}{١٣} \times \frac{١}{١٧} = \frac{١}{٢٢١}$$

٦ – اذا كانت الاحداث $أ_١$ ، $أ_٢$ ، ... ، $أ_ر$ مشروط احتمال حدوث أى منها باحتمال حدوث الحوادث الاخرى ، فان نسبه احتمال ظهور هذه الحوادث معا يتحدد بالعلاقة (٢٥ : ١٣-١٦) .

$$ب(أ_١ و أ_٢ و ... و أ_ر) = \frac{ر(ر-١) ... × ٣ × ٢ × ١}{ن(ن-١) ... (ن-ر+١)}$$

$$= \frac{ر(ر-١) ... ١×٢×٣× \cdot (ن-ر) ... ١×٢×٣×}{ن(ن-١) ... (ن-ر+١)(ن-ر) ... ١×٢×٣×}$$

$$= \frac{ل ر \cdot ل ن-ر}{ل ن} = \frac{١}{^ن ق_ر} \qquad (٥-٧)$$

وذلك لان $^ن ق_ر = \frac{ل ن}{ل ر \; ل ن-ر}$

مثال : يحتوى صندوق على ٥٠ كرة متعددة الالوان منها ٢٠ كرة سوداء ، و١٠ كرات صفراء ، و٨ كرات حمراء ، ٥ كرات بيضاء ، ٤ كرات زرقاء ، ٣ كرات خضراء ، ما هى نسبه احتمال سحب الكرات البيضاء الخمس فى خمس محاولات متتالية .

الحل :

$ب_١$ = نسبه احتمال سحب الكرة الاولى بيضاء = $\frac{٥}{٥٠}$

$ب_٢$ = نسبه احتمال سحب الكرة الثانية بيضاء = $\frac{٤}{٤٩}$

$ب_٣$ = نسبه احتمال سحب الكرة الثالثة بيضاء = $\frac{٣}{٤٨}$

$ب_٤$ = نسبه احتمال سحب الكرة الرابعة بيضاء = $\frac{٢}{٤٧}$

$ب_٥$ = نسبه احتمال سحب الكرة الاخيرة بيضاء = $\frac{١}{٤٦}$

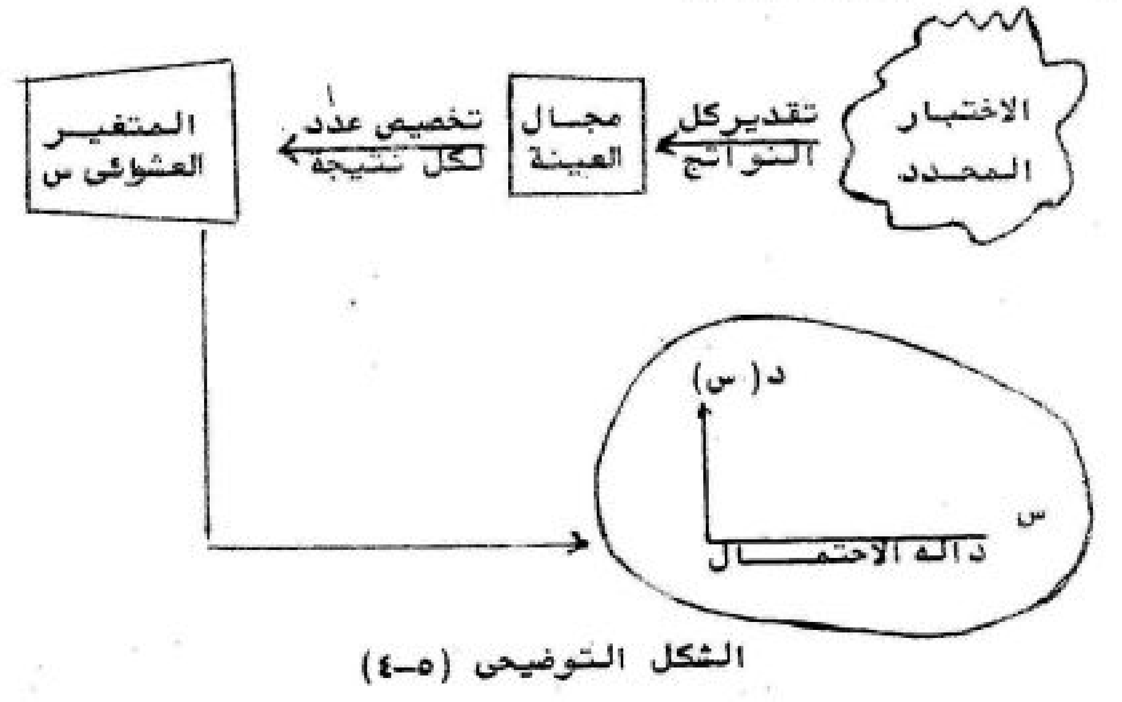
نسبه احتمال سحب الكرات الخمس بيضاء = ب = $\prod_{ل=١}^{ل=٥} ب_ل$

$$\therefore ب = \frac{٥}{٥٠} × \frac{٤}{٤٩} × \frac{٣}{٤٨} × \frac{٢}{٤٧} × \frac{١}{٤٦} = \frac{ل ٥ \cdot ل ٤٥}{ل ٥٠}$$

(٥-٣) التوزيعات الاحتمالية ومعاملات منحنى ذات الحدين :

فى ضوء مبادىء نظرية الاحتمالات - السابق ذكرها - يقوم الباحث فى الظواهر الانسانية باختيار المتغيرات المراد دراستها بهدف تحديدها تحديدا تاما ، وللحصول على تقديرات لكل النواتج المحتملة يحاول اختيار عينة ممثلة لسمات مجتمع الظاهرة ، ثم يطبق تجاربه واختباراته على هذه العينه ومن النواتج التقديرية التى حصل عليها من مجال العينه يستطيع تخصيص عدد لكل نتيجة س .

وللحصول على التوزيع الاحتمالى للظاهرة المدروسة يقوم بتحديد احتمال لكل قيمة من قيم المتغير العشوائى س ويمكن تحديد هذا النمط المتتابع من الاجراءات (٦٢ : ٥٠-٥٢) فى الشكل التوضيحى (٥-٤)



الشكل التوضيحى (٥-٤)

ولما كانت الظواهر الانسانية - فى معظمها تتسم بالتماثل ; اى تحمل نفس سمات التوزيعات الاحتمالية ، لذا يكن من الافضل التعرف على افضل نمط لتمثيل هذه الظواهر ،

ومحاولة الاستفادة من التوزيعات الاحتمالية فى دراسة خصائص هذه الظواهر .

ويوجد طريقتان يمكن بهما دراسة نمط تمثيل الظواهر الخاضعة للتوزيعات الاحتمالية .. أولاهما تتمثل فى امكانية التوصل الى شكل التوزيعات الاحتمالية ومدى اعتدالهما ، اما الثانية فتتمثل فى دراسة خصائص المعادلة الرياضية للمنحنى الاعتدالى نفسة .

وللتوصل الى شكل التوزيعات الاحتمالية ومدى اعتدالهما نعلم انه اذا كانت ب تمثل نسبة احتمال النجاح فى محاولة واحدة وأن ف تمثل احتمال الفشل فى نفس المحاولة ، فانه يمكن الحصول على نسب احتمال النجاح فى أى محاولة (١) اذا استخدمنا مفكوك نظرية ذات الحدين (٣ : ٧٦) للعلاقة $(ب+ف)^{ن}$.

$$د_{ن}(ب ،ف) = (ب+ف)^{ن} = ب^{ن} + {}^{ن}ق_{1}\, ب^{ن-1}ف + {}^{ن}ق_{2}\, ب^{ن-2}ف^{2}$$

$$+ \cdots + {}^{ن}ق_{ن-2}\, ب^{2}ف^{ن-2} + {}^{ن}ق_{ن-1}\, ب\, ف^{ن-1} + ف^{ن}$$

فعلى سبيل المثال اذا كانت ب تمثل ظهور الكتابة عند رمى قطعة من النقود ، وأن ف تمثل ظهور الصورة ،فاننا اذا استخدمنا ن قطعة — من الممكن استخدام قطعة واحدة ن مرة — فانه يمكننا الحصول على نسب احتمال ظهور الكتابة او الصورة فى أى محاولة ، بفك العلاقة $(ب + ف)^{ن}$ اذا افترضنا أن ن = ١ ، ٢ ، ٣ ، ...

فعندما تكون ن = ٢ مثلا

$$فان\ د_{2}(ب ،ف) = (ب + ف)^{2} = ب^{2} + 2\, ب\, ف + ف^{2}$$

وفى حالة ن = ٤ مثلا

$$فان\ د_{4}(ب ،ف) = ب^{4} + 4\, ب^{3}ف + 6\, ب^{2}ف^{2} + 4\, ب\, ف^{3} + ف^{4}$$

(١) انظر الملحق رقم (١) .

وفى حالة ن = ٦ مثلا

فان $د_٦(ب ،ف) = ب^٦ + ٦ ب^٥ف + ١٥ب^٤ف^٢ + ٢٠ب^٣ف^٣ + ١٥ب^٢ف^٤ + ٦ب ف^٥ + ف^٦$

اما اذا كانت ن = ١٠ مثلا

فان $د_{١٠}(ب ،ف) = ب^{١٠} + ١٠ب^٩ف + ٤٥ب^٨ف^٢ + ١٢٠ب^٧ف^٣ + ٢١٠ب^٦ف^٤$
$+ ٢٥٢ب^٥ف^٥ + ٢١٠ب^٤ف^٦ + ١٢٠ب^٣ف^٧ + ٤٥ب^٢ف^٨$
$+ ١٠ب ف^٩ + ف^{١٠}$

وهـــــــكذا .. ..

ولقد استخلص "بسكال" معاملات مفكوك $د_ن(ب ،ف) =$
$د_ن(ب ،ف) = (ب + ف)^ن$ ووضعها فى صورة مثلثية اطلـــق عليها معاملات "مثلث باسكال" (٨٧ ؛ ٨٩-٩٠) كما هـــو موضح بالشكل (مـه).

١

١ ١

١ ٢ ١

١ ٣ ٣ ١

١ ٤ ٦ ٤ ١

١ ٥ ١٠ ١٠ ٥ ١

١ ٦ ١٥ ٢٠ ١٥ ٦ ١

١ ٧ ٢١ ٣٥ ٣٥ ٢١ ٧ ١

١ ٨ ٢٨ ٥٦ ٧٠ ٥٦ ٢٨ ٨ ١

١ ٩ ٣٦ ٨٤ ١٢٦ ١٢٦ ٨٤ ٣٦ ٩ ١

١ ١٠ ٤٥ ١٢٠ ٢١٠ ٢٥٢ ٢١٠ ١٢٠ ٤٥ ١٠ ١

١ ١١ ٥٥ ١٦٥ ٣٣٠ ٤٦٢ ٤٦٢ ٣٣٠ ١٦٥ ٥٥ ١١ ١

١ ١٢ ٦٦ ٢٢٠ ٤٩٥ ٧٩٢ ٩٢٤ ٧٩٢ ٤٩٥ ٢٢٠ ٦٦ ١٢ ١

١ ١٣ ٧٨ ٢٨٦ ٧١٥ ١٢٨٧ ١٧١٦ ١٧١٦ ١٢٨٧ ٧١٥ ٢٨٦ ٧٨ ١٣ ١

١ ١٤ ٩١ ٣٦٤ ١٠٠١ ٢٠٠٢ ٣٠٠٣ ٣٤٣٢ ٣٠٠٣ ٢٠٠٢ ١٠٠١ ٣٦٤ ٩١ ١٤ ١

١ ١٥ ١٠٥ ٤٥٥ ١٣٦٥ ٣٠٠٣ ٥٠٠٥ ٦٤٣٥ ٦٤٣٥ ٥٠٠٥ ٣٠٠٣ ١٣٦٥ ٤٥٥ ١٠٥ ١٥ ١

١ ١٦ ١٢٠ ٥٦٠ ١٨٢٠ ٤٣٦٨ ٨٠٠٨ ١١٤٤٠ ١٢٨٧٠ ١١٤٤٠ ٨٠٠٨ ٤٣٦٨ ١٨٢٠ ٥٦٠ ١٢٠ ١٦ ١

١ ١٧ ١٣٦ ٦٨٠ ٢٣٨٠ ٦١٨٨ ١٢٣٧٦ ١٩٤٤٨ ٢٤٣١٠ ٢٤٣١٠ ١٩٤٤٨ ١٢٣٧٦ ٦١٨٨ ٢٣٨٠ ٦٨٠ ١٣٦ ١٧ ١

مثلث باسكال الشكل (٥ ــ ٥)

فاذا اردنا تمثيل العلاقة الخاصة بظهور الصورة أو الكتابة (حيث ب = ف = $\frac{1}{2}$) فى صورة مضلع تكرارى يمكن التغاضى عن كل من ب ،ف واستخدام المعاملات فقط ، ومن ثم نلاحظ أنه كلما ازدادت قيمه ن اقترب هذا المضلع من شكل المنحنى الاعتدالى (المنحنى الجرسى) ، ويوضح الشكل (٥-٦) ، المضلعات التكرارية عندما تكون ن = ٢ ، ن = ٤ ، ن = ٨، ن = ١٢ ، ن = ١٦ ، ن = عدد اكبر ما يمكن

ن = ٢

ن = ٤

ن = ٨

ن = ١٢

ن = ١٦

ن = ∞

$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})^{ن}$

الشكل التخطيطي (٥ - ٦)

ولايعني هذا انه عندما تكون ن = ٢ أو ن = ٤ او حتى ن = ١٦ فان المضلع التكراري الناتج هو نفسه يمثل المنحنى الاعتدالى ، ولكن نقول ـ بصفه عامه ـ انه عندما تزداد ن الى عدد اكبر ما يمكن فان الخطوط المستقيمه تتحول الى خطوط منحنية متصله مكونة المنحنى الاعتدالى الممثل بالشكل الموجود بالجانب الايسر من اسفل فى الرسم التوضيحى (٥-٦) .

وقد يختلف الوضع اختلافا بسيطا عند تمثيل العلاقة $(\text{ب} + \text{ف})^{\text{ن}}$ حيث (ن = ١، ٢، ...) فى الحالة التى تكون فيها ب ≠ ف (ب > ف مثلا) عن الحالة السابقة ، وبخاصة عندما تكون ن عدد صغير ، اما عندما تزداد قيمة ن فان قيمة المضلع التكرارى تبدأ فى الانتقال من $\text{ب}^{\text{ن}}$ الى $\text{ب}^{\text{ن}-1}$ وهكذا حتى تستقر فى المنتصف عندما تصل ن الى مالانهاية .

فعلى سبيل المثال اذا كانت نسبه احتمال الاستثمار التعليمى تمثل $\frac{٧}{٩}$ جملة الاستثمار ، اما نسبه احتمال الاستثمار فى المشاريع الاخرى فتمثل $\frac{٢}{٩}$ ، واردنا تمثيل هذه العلاقة خلال السنوات القادمة أو فى مجموعة متشابهة من المجتمعات ، فاننا نلاحظ أن :

عند ن = ٢

$$\text{د}_{٢}(\text{ب}، \text{ف}) = \left(\frac{٧}{٩} + \frac{٢}{٩}\right)^{٢} = \frac{١}{٨١} \left\{ ٤٩، ٢٨، ٤٠ \right\}$$

عند ن = ٤

$$\text{د}_{٤}(\text{ب}، \text{ف}) = \left(\frac{٧}{٩} + \frac{٢}{٩}\right)^{٤} = \frac{١}{٦٥٦١} \left\{ ٢٤٠١، ٢٧٤٤، ١١٧٦، ٢٢٤، ١٦ \right\}$$

عند ن = ٨

$$\text{د}_{٨}(\text{ب}، \text{ف}) = \frac{١٠^{٦}}{٣ر٤ \times ١٠^{٧}} \left\{ ٨ر٥، ٢ر١٣، ٥ر٧، ٧ر٢، ٢ر٦، ٠ر١، ٠ر١، ٠ر٠١، ٠ر٠٠٣ \right\} .$$

= $\frac{١}{٤٣}$ { ٨ر٥ ، ٢٠ر١٢ ، ٥ر٧ ، ٧ر٢٠ ، ٦ر٠٠ ، ١ر٠٠ ، ١ر٠٠ ، ٠ر٠٠٣ ، ٠ر٠٠٠ } .

وعندما ن = ١٢

∴ $د_{١٢}$ (ب ، ف) = $\frac{١}{٢٨}$ { ٤ر١ ، ٤ر٧٥ ، ٧ر٤٦ ، ٧ر١ ، ٤ر٥٧ ، ٢ر٠٩ ، ٠ر٧٠ ،

٢ر٠٠٣ ، ٠ر٠٠٤ ، ٠ر٠٠٠٤ ، ٠ر٠٠٠٠٣ ، ٠ر٠٠

٠٠٤ ٠٠ ٠٠ر٠ } .

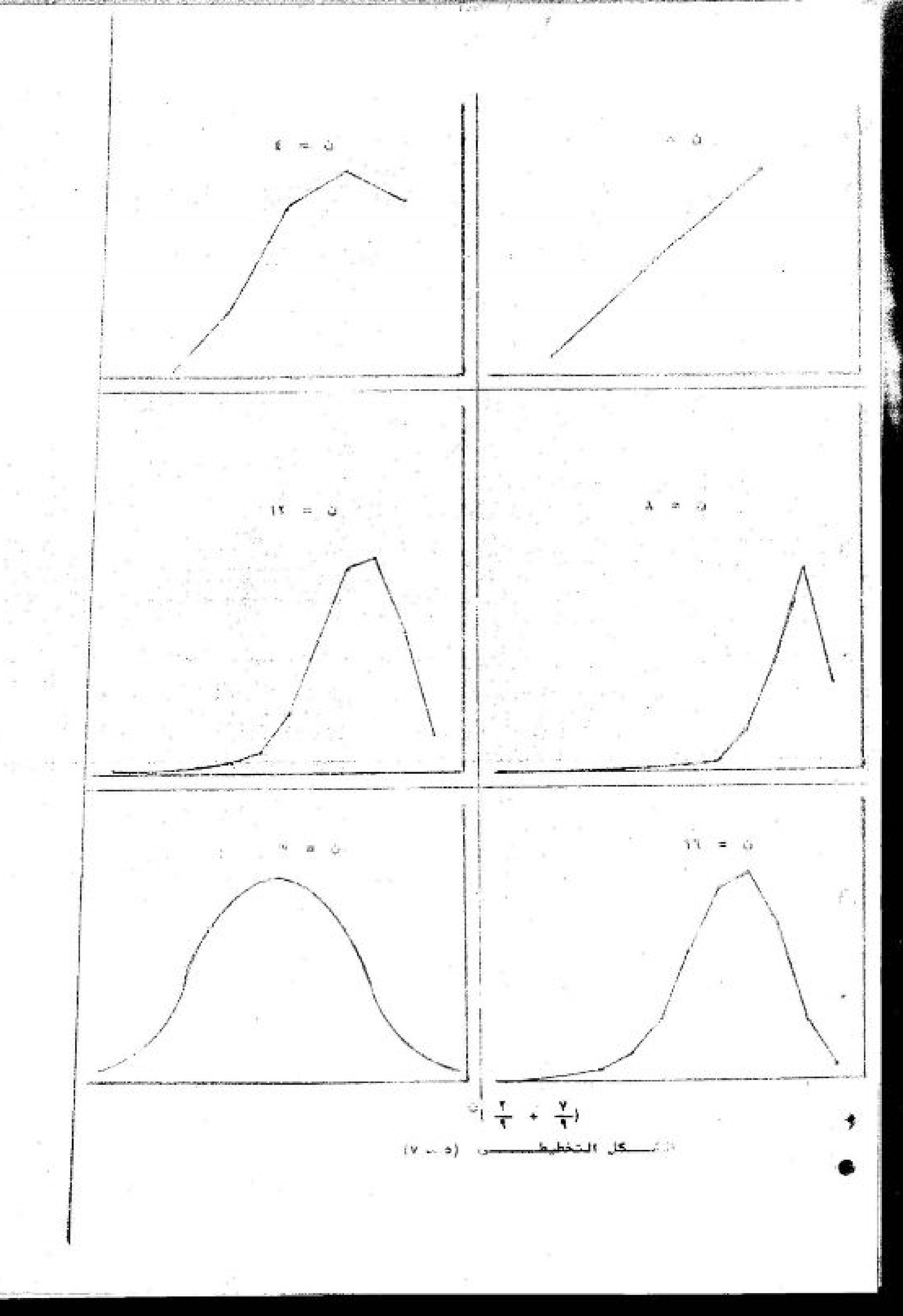
وعندما ن = ١٦

$د_{١٦}$ (ب ، ف) = $\frac{١}{١٨٥}$ { ٣٢ر٣ ، ٢٠ر١٤ ، ٥٥ر٣٢ ، ٤١ر٤٣ ، ٣١ر٤٠ ، ٤٠ر٦٤ ، ٢٧ر٠ ،

٤٨ر١٤ ، ٩١ر٥ ، ٩٠ر١ ، ٤٨ر٠٠ ، ١ر٠٠٢ ، ٠ر٠٠٤ ، ٠٠٠ ٠ }

وهـــــكذا .. ..

وواضح مما سبق أن اكبر قيمة تقترب من المنتصف ، فاذا مثلنا ذلك بيانيا فاننا نجد انحرافا ملحوظا لقمة المضلع التكراري باستمرار ، وتحركها تجاه اليســـار واقترابهـــا من المنتصـــف وبخاصة عندما ن تؤول الى عدد لانهائـــى ، وفى هذه الحالـــة يتحول المضلع التـــكراري الى منحنـــى اعتدالى كما فى الحالة الاولـــى تماما .. ويمثل الرســـم التوضيحى (٥-٧) المضلعات التكراريـــة لمفكوكـــــات ذات الحدين عند ن = ٢ ، ن = ٤ ، ن = ٨ ، ن = ١٢ ، ن = ١٦ ، ن ⟵ ∞ .



$\left(\frac{٧}{٩} + \frac{٢}{٩}\right)^{ن}$

الشكل التخطيطي (د ـ ٧)

(ص-٤) خصائص المعادلة الرياضية للمنحنى الاعتدالـــى :

لقد بذلت الكثير من المحاولات فى سبيل التوصل الـــى العلاقة التى تحكم التوزيعات الاحتمالية المعتدلة ، كـــان اهمها "محاولات (١٧ : ١٥-٨٩) . كل من باسكال (Passcal) وبولا (Pòlya) وكوش (Cauchy) ولابلاس (Laplace) وتصحيحات شبرد (Sheppard) ودى موفرى (De Moivre).

وقد كان علماء الرياضيات الطبيعية يحاولون استخـــدام التوزيعات الاحتمالية للظواهر ثم يفترضون علاقة معينـــــه تحكمها ، ولكن توجد بعض الشواذ التى تؤثر على صحة العلاقـة مما يترتب عليه محاولة اللاحقين تصحيح العلاقة الســابقـة ، أو افتراض علاقة اخرى .. ولقد كانت محاولاتهم محصورة فـــى نقل المحاور الى مراكز التوزيعات ، أو اضافة ثوابت ، أو اللجوء الى الدوال المركبة التى تضم جزء تخيلى ، أو استخدام اللوغاريتمات أو المعادلات التفاضلية والتكامل ، أو استخـدام الوسط الحسابى والانحراف المعيارى .

وتعتبر محاولة جاوس (C.F.Jauss) افضل هـــذه المحاولات ، حيث توصل الى العلاقة التى تحكم التوزيعـــات الاعتدالية مستخدما فى ذلك التكامل ، وثابتى قياس النزعـة المركزية والتشتت .. وسوف نقتصر على شرح هذه العلاقــــة وبعض خصائصها .

ويمكن التعبير عن العلاقة التى توصل اليها جاوس ، بالعلاقة الآتيـــة :

$$ص = \frac{1}{ع\sqrt{2ط}} \int_{-\infty}^{س} هـ^{\frac{-(س-م)^2}{2ع^2}} \, ءس$$

او بصفة عامة :

$$ص = \frac{ن}{ع \sqrt{٢ ط}} هـ^{-(س - م)^٢ / ٢ ع^٢} \qquad (٥-٨)$$

حيث ع هو الانحراف المعيارى ..

ط هى النسبة التقريبية $(ط = \frac{٢٢}{٧} = ٣٫١٤١٦)$.

$\int_{-\infty}^{س}$ التكامل من ($-\infty$ الى س) .

هـ هى اساس اللوغاريتمات النابرية او الطبيعية وتساوى تقريبا ٢٫٧١٨٣ .

م الوسط الحسابى .

ن عدد القيم أو الملاحظات .

وتتسم هذه العلاقة كعلاقة رياضية بعدة سمات اساسية ، يمكن ان نتناول بعض هذه الخصائص بالمناقشة والتحليل فيما يلى :

١ - حيث أن قيمة ص لقمه المنحى الاعتدالى تكون اكبر من القيم الاخرى الواقعة على هذا المنحنى ، وحيث أن هـ مرفوعة لاس سالب ، لذا فان ص تكون نهاية عظمى عندما تكون $هـ^{-(س - م)^٢ / ٢ ع^٢} = ١$

أى عندما يكون $\frac{-(س - م)^٢}{٢ ع^٢} = صفر$

ومنها س = م

وفى هذه الحالة تكون ص (قيمه عظمى) $= \frac{ن}{ع \sqrt{٢ ط}}$

٢ ـ وحيث ان قمه المنحنى تمثل اعلى تكرار فى التوزيع التكرارى ، اذن فهى تقابل قيمة المنوال (ل) . فاذا أخذنا فى الاعتبار الخاصية السابقة وأوجدنا قيمة الوسيط من العلاقة :

$$م = ٣ و - ٢ ل$$

فاننا نلاحظ أن م = و = ل ، أى أن قمه المنحنى تقابل قيمة النزعة المركزية سواء قيست باستخدام الوسط الحسابى او الوسيط اوالمنوال .

٣ ـ اذا افترضنا أن

$$ز = \frac{س - م}{ع} \qquad (٥-٩)$$

ومنها

$$ص = \frac{ن}{ع\sqrt{٢ط}} هـ^{-\frac{ز^٢}{٢}} \qquad (٥-١٠)$$

فاننا نلاحظ أن قيمه ص عند (+ ز) تسارى قيمه ص عند (− ز) ، أى أن المنحنى يتماثل حول الخط الواصل من نقطة النزعة المركزية الى قمه المنحنى (الخط الاساسى) أو ما يطلق عليه خط التماثل .

٤ ـ ويتعلق بالخاصية السابقة انه عندما تكون س = م − ع أى (ز = −١) ، او عندما تكون س = م + ع أى (ز = ١) فأن قيمه $ص = \frac{ن'}{ع\sqrt{٢ط هـ}} = ٠٫٢٤٢ \left(\frac{ن'}{ع}\right)$.

وعندما تكون س = م − ٢ع أى أن (ز = −٢) أو س = م+٢ع أى أن (ز = ٢) فان قيمة $ص = \frac{ن'}{ع\sqrt{٢ط هـ^٢}} = ٠٫٠٥٤ \left(\frac{ن'}{ع}\right)$

اما عندما تكون س = م - ٣ع أى أن (ز = -٣) أو
س = م + ٣ع أى أن (ز = ٣) فان قيمة

$$ص = \frac{ن'}{ع\sqrt{٢ط}\ هـ^{٩/٢}} = ٠٫٠٠٤٤ \left(\frac{ن'}{ع}\right) .$$

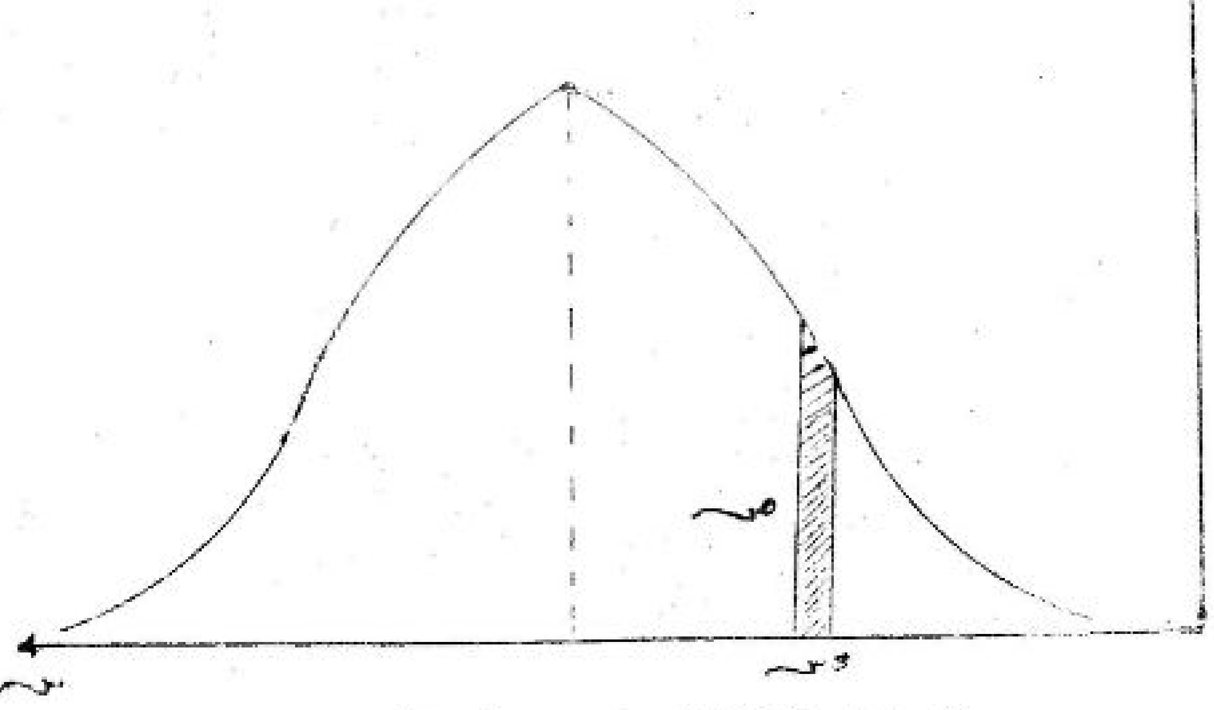
وعندما تكون س = م - ٤ع أى أن (ز = -٤) أو
س = م + ٤ع أى أن (ز = ٤) فان قيمة ص في هذه

$$الحالة = \frac{ن'}{ع\sqrt{٢ط}\ هـ^{٨}} = ٠٫٠٠٠١ \left(\frac{ن'}{ع}\right) .$$

واخيرا عندما تكون ز = -٥ أو ز = ٥ فان قيمة

$$ص = \frac{ن'}{ع\sqrt{٢ط}\ هـ^{٢٥/٢}} = ٠٫٠٠٠٠٠١ \left(\frac{ن'}{ع}\right) .$$

٥ - يمكن استخدام العلاقة (٥-٨) في ايجاد المساحة الموجودة تحت المنحنى الاعتدالى (٥-٨) وذلك باستخدام قواعد التكامل المعروفة .. فاذا اخذنا شريحة كالموضحة



المنحنى الاعتدالى (٥-٨)

عرضها العنصر المغير "ء س" وارتفاعها ص واجرينا التكامل لهذه المساحة فاننا نحصل على المساحة الموجودة تحت المنحنى المقابل لكل قيم س[1] ولتوضيح ذلك نتبع الخطوات التالية :-

أ - نوجد مفكوك العلاقة (٥-١٠) باستخدام مفكوكات الدوال الاسية ، أى أن

$$ص = \frac{نَ}{ع\sqrt{٢ط}} هـ^{-\frac{ز^٢}{٢}} = \frac{نَ}{ع\sqrt{٢ط}} (١ - \frac{ز^٢}{٢ [١]} + \frac{ز^٤}{٤ \underline{|٢}} - \frac{ز^٦}{٨ \underline{|٣}} + \frac{ز^٨}{١٦ \underline{|٤}}$$

$$- \frac{ز^{١٠}}{٣٢ \underline{|٥}} + \frac{ز^{١٢}}{٦٤ \underline{|٦}} - \frac{ز^{١٤}}{١٢٨ \underline{|٧}} + ...)$$

..... (٥-١١)

ب - وحيث أن $ز = \frac{س - م}{ع}$

∴ $ءز = \frac{ءس}{ع}$ ومنها $ءس = ع ءز$

وبناء عليه فان $\int ص ءس = \int ص (ع ءز) = ع \int ص ءز$

جـ - بوضع نَ = ١ واجراء التكامل نحصل على المساحة تحت المنحنى

$$\int_{-\infty}^{ز} \frac{١}{\sqrt{٢ط}} هـ^{-\frac{ز^٢}{٢}} ءز$$

د - وبصفة خاصة فان المساحة المحصورة بين $ز_١$ ، $ز_٢$ تعطى بالعلاقة :

---

(١) انظر الملحق رقم (٢) الخاص بكل من قيم المساحات الموجوده تحت المنحنى الاعتدالى وقيم ص المقابلة ز=(س-م)/ع ، علما بأن نَ = ١ .

$$ح = \frac{1}{\sqrt{2ط}} \int_{ز_1}^{ز_2} هـ^{-\frac{1}{2}ز^2} ء ز = \frac{1}{\sqrt{2ط}} \left[ز - \frac{ز^3}{6} + \frac{ز^5}{20\ \text{ل}\underline{2}} \right.$$

$$- \frac{ز^7}{56\ \text{ل}\underline{3}} + \frac{ز^9}{144\ \text{ل}\underline{4}} - \frac{ز^{11}}{352\ \text{ل}\underline{5}} + \frac{ز^{13}}{13 \times 64\ \text{ل}\underline{6}}$$

$$\left. - \frac{ز^{15}}{15 \times 128\ \text{ل}\underline{7}} + \cdots\cdots \right]_{ز_1}^{ز_2} \qquad (٥-١٢)$$

٦ – في ضوء الخاصية السابقة يمكن الحصول على المساحات من م – ع الى م ، أو من م الى م + ع وكذلك المساحتين من م – ٢ع الى م – ع أو من م + ع الى م + ٢ع ، واخيرا المساحة من م – ٣ع الى م – ٢ع ، أو من م + ٢ع الى م + ٣ع .

فاذا وضعنا $ز_1$ = –١ ، $ز_2$ = صفر في العلاقة (٥ – ١٢)، فاننا نحصل على المساحة تحت المنحنى والمحصورة بالخط الاساس والخط م – ع حيث تكون المساحة في هذه الحالة مساوية للمقدار ٣٤١٣٤ر٠ وبناء عليه فان المساحة المحصورة ما بين م–ع ، م+ع تساوي ٦٨ر٢٧ ٪ من جملة المساحة تحت المنحنى .

اما المساحة المحصورة بين م – ٢ع و م – ع أو بين م + ع ، م + ٢ع يمكن تحديدها بوضع $ز_1$ = –٢ ،$ز_2$ = – ١ ، أو $ز_1$ = ١ ، $ز_2$ = ٢. وفي هذه الحالة تصبح أى من المساحتين مساوية للمقدار ١٣٥٨ر٠ ، وفي ضوء ذلك تصبح المساحة الكليه المحصورة ما بين م – ٢ع ، م + ٢ع تساوي ٩٥ر٤٣ ٪ .

واخيرا فان المساحة المحصورة ما بين م − ٣ع ، و م − ٢ع او بين م + ٢ع و م + ٣ع يمكن الحصول عليها بوضع $ز_١ = ±٢$ ، $ز_٢ = ±٣$ ، حيث تصبح مساحة كل منهما مساوية للمقدار ٠٢١٥ر٠ ، وبناء عليه تصبح المساحة الكلية تحت المنحنى والمحصورة بين م − ٣ع و م + ٣ع مساوية للنسبة ٧٣ر٩٩ ٪ .

(٥ـ) الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للتوزيعات الاحتمالية :

تناولنا فى الفصل الثالث كيفية ايجاد كل من الوسط الحسابى والانحراف المعيارى باستخدام التوزيعات التكرارية كما بينا فى هذا الفصل أن الوسط الحسابى يقسم المنحنى الاعتدالى الى قسمين متماثلين تماما ، وأن ٧٣ر٩٩ ٪ من المساحة الموجودة تحت هذا المنحنى تكون محصورة بين م − ٣ع ، م + ٣ع .

ونحاول فى هذا البند بيان كيفية حساب كل من الوسط الحسابى والانحراف المعيارى باستخدام التوزيعات الاحتمالية معتمدين فى ذلك على مفكوكات نظرية ذات الحدين .

نعلم ان الحد "ل" فى مفكوك $(ف + ب)^{ن}$ يتحدد بالعلاقة :

$$ح_{ل} = {}^{ن}ق_{ل} \; ب^{ل} \; ف^{ن-ل} \qquad (٥-١٣)$$

ولما كان المقدار $ح_{ل}$ يمثل جزء من المفكوك الكلى $(ف + ب)^{ن}$ ، فان تكرار هذا الجزء يتحدد بالعلاقة :

$$ك_{ل} = ح_{ل} \; ن' = ({}^{ن}ق_{ل} \; ب^{ل} \; ف^{ن-ل}) \; ن' \qquad (٥-١٤)$$

وفى ضوء ذلك يمكن ايجاد الوسط الحسابى والانحـــــراف المعيارى من الجدول (٥-١) علما بأن (ب + ف) = ١

الجدول (٥-١)

الجدول التكرارى لحساب الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للتوزيعات الاحتمالية (٢ ؛ ٧٩) ...

ل	س ل	ك ل	ك ل س ل	ك ل س ل ^{٢}
١	صفر	$ن'\ ف^{ن}$	صفـر	صفـر
٢	١	$ن'\ ن\ ف^{ن-١}\ ب$	$ن'\ ن\ ف^{ن-١}\ ب$	$ن'\ ن\ ف^{ن-١}\ ب$
٣	٢	$\frac{ن'\ ن(ن-١)}{٢}\ ف^{ن-٢}\ ب^{٢}$	$ن'\ ن(ن-١)\ ف^{ن-٢}\ ب^{٢}$	$٢\ ن'\ ن(ن-١)\ ف^{ن-٢}\ ب^{٢}$
٤	٣	$\frac{ن'\ ن(ن-١)(ن-٢)}{٣\times٢}\ ف^{ن-٣}\ ب^{٣}$	$\frac{ن'\ ن(ن-١)(ن-٢)\ ف^{ن-٣}\ ب^{٣}}{٢}$	$\frac{٣\ ن'\ ن(ن-١)(ن-٢)\ ف^{ن-٣}\ ب^{٣}}{٢}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
ن-١	ن-١	$ن'\ ن\ ف\ ب^{ن-١}$	$ن'\ ن(ن-١)\ ف\ ب^{ن-١}$	$ن'\ ن(ن-١)^{٢}\ ف\ ب^{ن-١}$
ن	ن	$ن'\ ب^{ن}$	$ن'\ ن\ ب^{ن}$	$ن'\ ن^{٢}\ ب^{ن}$
المجموع		$ن'(ف+ب)^{ن} = ن'$	$ن'\ ن\ ب(ف+ب)^{ن-١} = ن'\ ن\ ب$	$ن'\ ن\ ب + ن'\ ن(ن-١)\ ب^{٢}(ف+ب)^{ن-٢} = ن'\ ن\ ب + ن'\ ن(ن-١)\ ب^{٢}$

من الجدول السابق

$$م = \text{الوسط الحسابى} = \frac{مجـ\ ك_{ل}\ س_{ل}}{مجـ\ ك_{ل}} = \frac{ن'\ ن\ ب}{ن'}$$

$$= ن\ ب \qquad (٥-١٥)$$

$$\text{التباين} = \frac{مجـ\ ك_{ل}\ س_{ل}^{٢}}{مجـ\ ك_{ل}} - \left(\frac{مجـ\ ك_{ل}\ س_{ل}}{مجـ\ ك_{ل}}\right)^{٢}$$

$$= \frac{ن'\ ن\ ب + ن'\ ن(ن-١)\ ب^{٢}}{ن'} - \left(\frac{ن'\ ن\ ب}{ن'}\right)^{٢}$$

$$= ن ب + ن (ن - ١) ب^٢ - ن^٢ ب^٢$$

$$= ن ب - ن ب^٢ = ن ب (١ - ب) = ن ب ف$$

$$\therefore ع = \sqrt{التباين} = \sqrt{ن ب ف} \quad (٥-١٦)$$

مثال : اذا كانت نسبة احتمال النجاح فى كلية التربية سنة ٢٠٠٠ تمثل ٨٠ ٪ فما هو المتوسط المحتمل لعدد الطلاب الناجحين والانحراف المعيارى اذا كان عدد الطلاب المحتمل ٦٤٠٠ طالبا .

الحل

نسبه النجاح = ب = ٨٠ ٪ = $\frac{٨٠}{١٠٠}$ = $\frac{٤}{٥}$.

نسبه الفشل = ف = ١ - ب = $\frac{١}{٥}$.

المتوسط الحسابى لعدد الطلاب الناجحين = ن ب

$\therefore$ م = ٦٤٠٠ × $\frac{٤}{٥}$ = ٥١٢٠ طالبا

الانحراف المعيارى = $\sqrt{ن ب ف}$ = $\sqrt{٦٤٠٠ \times \frac{٤}{٥} \times \frac{١}{٥}}$

= ٨٠ × $\frac{٢}{٥}$ = ٣٢

أى أن عدد الطلاب المحتمل نجاحهم يتراوح عددهم ما بين (م - ٤٣ ، م + ٤٣) أى ما بين ٥٠٢٤ ، ٥٢١٦ طالبا .

(٥-٤) الادلة القياسية الموحدة(*)

لما كانت القيم المطلقة لمتغير العشوائى س لاتدل على شئ اذا ذكرت بدون تمييز (جنيها - سنه - مترا - كجم ٠) او حتى اذا ذكرت غير منسوبة لقيمة معروفة لذا يكون من الافضل أن تعالج هذه القيم بصورة تجعلها ذات دلالة ٠

وتعتبر طريقة الادلة القياسية الموحدة او مقياس (ز) ، احد هذه الطرق التى يمكن استخدامها لهذا الغرض ٠ وتستخدم هذه الطريقة فى ايجاد مدى تباعد المتغيرات العشوائية س من وسطها الحسابى م بوحدات الانحراف المعيارى ع وذلك عندما تكون قيمة نً مساوية للصفر او الواحد الصحيح٠ ويحدد مدى تباعد المتغيرات بالعلاقة (٥-٩) السابق ذكرها أى العلاقة :

$$ز = \frac{س - م}{ع}$$

وباستخدام هذه العلاقة يمكن نقل المحاور الاساسية الى مركز المجموعة ، وبالتالى يصبح المتوسط الحسابى للتوزيع الجديد مساويا للصفر ، اما الانحراف المعيارى فيصبح مساويا للواحد الصحيح ٠

ويتضح معنى واهمية استخدام مقياس (ز) اذا افترضنا ان س تمثل عدد سنوات تعليم أى فرد فى المجتمع المدروس والذى متوسط عدد سنوات التعليم فيه م = ١٠ سنوات مثلا ، والانحراف المعيارى = ٢٫٥ سنه ، والمراد تفسير معنى د(١٢ ≥ س ≥ ١٤٫٥) - وتقرأ د(س) حيث س اكبر من أو تساوى ١٢ واصغر من أو تساوى ١٤٫٥ - وتفسير هذا يتطلب

---

* استخدمت بهذا اللفظ فى كتاب (٦٢ : ١٧٨-١٩٠) ٠

ايجاد مقدار المساحة الموجودة تحت المنحنى الاعتدالـــــى الممثل لمستويات تعليم افراد المجتمع بحيث تكون قيمة س محددة بهذين الحدين .

ولايجاد المساحة المذكورة نقوم بنقل المحور الى أسسى الى خط تماثل المنحنى ، أى نستخدم التحويل المذكور فـــى العلاقة (٥-٩) ، وفى ضوء ذلك الاجراء تصبح الدالة السابقـة فى الصورة :

$$\text{د}\left(\frac{١٢ - ١٠}{٢ر٥} \le \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}} \le \frac{١٤ر٥ - ١٠}{٢ر٥}\right) = \text{د}\left(٠ر٨ \le \text{ز} \le ١ر٨\right) .$$

ثم نوجد المساحة المحصورة بين ٠ر٨ ، ١ر٨ من الملحـق (٢) فنجد انها تمثل ١٧ر٦ ٪ من المساحة الكلية للمنحنـى الاعتدالى .

ويمكن ايجاد قيمة (ز) باستخدام ثوابت مفكوك نظريـــة ذات الحدين ، وبخاصة اذا كانت قيمة الانحراف المعيارى اكبر من ٣ وذلك لضمان كبر حجم العينة بصورة تجعل توزيـــــع حدود مفكوك نظرية ذات الحدين يقترب من التوزيعـــــــات الاعتدالية .. وتحدد قيمة (ز) فى هذه الحالة من العلاقة :

$$\text{ز} = \frac{\text{س} - \text{ن ب}}{\sqrt{\text{ن ب ق}}} \quad \text{حيث} \quad \sqrt{\text{ن ب ق}} > ٣ \qquad (٥-١٧)$$

ولتوضيح اهمية هذا الشرط نفترض ان متوسط الانجـــاب فى مجتمع ما ٧ أطفال للاسرة ، وأن احتمال انجاب ٣ أطفـال فقط يوجد بين الاسر ذات المستوى التعليمى الاعلى أوالمساوية لـ ٥٠ ٪ .

فى هذا المثال اذا اخذنا عينتين مختلفتين بطريقـــة عشوائية احداهما ١٠٠ اسرة ، والاخرى ٨ فقط فاننا نلاحـظ ان نسبه انجاب ٣ اطفال تمثل $\frac{٣}{٧}$ ، وهذه النسبه توجد بيـــن

أكبر من المحتوى التجانسي المحدد بالعلاقة ٥٠ ≤ س ≤ ١٠٠ :

ولبيان اهمية الشرط المذكور "ع > ٣" نقارن مع ناتج الحسابين اذا استخدمنا مفكوك ذات الحدين ، وكذلك المساحة المعروفة تحت المنحنى الاعتدالي من الملحق رقم (٢) .

أولاً : بالنسبة للعينة الكبرى

حيث أن ب = $\frac{٣}{٧}$ اذن ف = $\frac{٤}{٧}$

وحيث أن ٥٠ ≤ س ≤ ١٠٠

اذن الدالة س الممثلة لهذه العلاقة تتحدد من :

$$د(٥٠ \le س \le ١٠٠) = \sum_{س=٥٠}^{١٠٠} \left({}^{١٠٠}ق_{س} \left(\frac{٣}{٧}\right)^{س} \left(\frac{٤}{٧}\right)^{١٠٠-س} \right)$$

= ٠٩٥٢ر٠ (من الملحق رقم (١))

واذا استخدمنا المساحة تحت المنحنى الاعتدالي فاننا نحصل على نتيجة مقاربة من النتيجة السابقة .

فحيث أن م = ن ب = ١٠٠ × $\frac{٣}{٧}$ = ٤٣ .

$$ع = \sqrt{ن\,ب\,ف} = \sqrt{١٠٠ \times \frac{٣}{٧} \times \frac{٤}{٧}} = ٩٥ر٤$$

وحيث أن

٥ر٤٩ < س < ٥ر١٠٠

$$\therefore د(٥ر٤٩ < س < ٥ر١٠٠) = د\left(\frac{٥ر٤٩ - ٤٣}{٩٥ر٤} \le \frac{س-م}{ع} \le \frac{٥ر١٠٠ - ٤٣}{٩٥ر٤}\right)$$

= د (٣١ر١ ≤ ز ≤ ٦٥ر١١) = د(٦٥ر١١) − د(٣١ر١)

= ١ − ٩٠٤٩ر٠ = ٠٩٥١ر٠ (من الملحق رقم (٢)) .

وواضح ان النتيجتين متقاربتين ، وذلك لاقتراب تمثيل العينة للمجتمع الاصلى .

ثانيا : بالنسبة للعينة الصغرى

نلاحظ أن ٥٠ ٪ من هذه العينة تمثل ٤ أسر فقط،وبناء عليه فان س تتحدد بالعلاقة :

٤ ≤ س ≤ ٨

∴ د(٤ ≤ س ≤ ٨) = مجـ (من س = ٤ إلى ٨) ((^٨ق_٤)(٣/٧)^س(٤/٧)^(٨−س)

= ٠ر٤٧٠٦٢ (من الملحق رقم (١))

وحيث أن م = ن ب = ٨ × ٣/٧ = ٣ر٤

ع = √ن ب ف = ١ر٤

وحيث أن ٣½ > س > ٨½

∴ د(٣½ > س > ٨½) = د((٣ر٥ − ٣ر٤)/١ر٤ ≤ (س − م)/ع ≤ (٨ر٥ − ٣ر٤)/١ر٤)

= د(٠ر٠٥ ≤ ن ≤ ٣ر٦٢) = د(٣ر٦٢) − د(٠ر٠٥)

= ١ − ٠ر٥١٩٩ = ٠ر٤٨٠١ (من الملحق رقم (٢))

ويلاحظ وجود فرق فى النتيجتين .. يرجع الى عدم اعتدال توزيع مفكوك نظرية ذات الحدين .. كما ان النتيجة التى توصلنا اليها باستخدام العينة الصغيرة لاتمثل المجتمع ، وذلك لان هذا يعنى أن اسر الجزء الآخر الاقل تعليما سيكون متوسط انجابها ٧ر١٠ طفلا .. اما بالنسبة لنتائج العينة الكبرى فانه يعنى أن متوسط انجاب الاسر الاقل تعليما سيكون ٧ر٤ طفلا فقط ، وهذه نتيجة معقولة بالمقارنه بالعينه الصغرى.

ولاتقتصر اهمية هذا المثال على توضيح الشرط ع > ٢ ، ولكنه يبين انه فى الامكان استخدام مقياس "ز" فى دراسة بعض خصائص الظاهرة السائدة فى المجتمع واختبار الفروض باختبار عينة عشوائية لها نفس خصائص المجتمع ، ولن يتحقق ذلك الا اذا كانت العينة كبيرة بصورة تجعلها تغطى كل هذه الخصائص .

فمقياس "ز" ليس مجرد وسيلة تستخدم فى معرفة بعد المتغير س عن النزعة المركزية بوحدات الانحراف المعيارى يهدف استخدام ذلك فى الوقوف على المساحة الموجودة تحت المنحنى او ارتفاع خط المنحنى عن الخط الافقى ، ولكنه مقياس يشبه الى حد كبير مقياس "ت" (T-Test) والفرق بين الاثنين ان مقياس "ز" يستخدم فى التوزيعات الاعتدالية ، اما مقياس "ت" فيستخدم لتوزيع "ت" الذى يختلف عن التوزيع الاعتدالى من حيث أن مساحته الموجودة تحت المنحنى الخاص به تكون اطول من المساحة الموجودة تحت المنحنى الاعتدالى وبخاصة بالنسبة للعينات الصغيرة ، اما اذا زادت ن لهذه العينة بدرجة كبيرة فان توزيع "ت" يصبح كالتوزيع الاعتدالى ، وفى هذه الحالة نستطيع استخدام مقياس "ت" أو مقياس "ز" .

والشرط الوحيد لاستخدام "ز" هو معرفتنا لكل من الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للمجتمع الاصلى .

وحيث أنه يمكن اختيار عدد كبير من العينات العشوائية من المجتمع الاصلى ، وبفرض اننا استطعنا تحديد هذا العدد وليكن ل عينه (حيث ل عدد كبير جدا) وبفرض اننا اوجدنا الوسط الحسابى لكل عينة ($\bar{س}$) ، فاننا نستطيع تمثيل هذه المتوسطات فى شكل توزيع اعتدالى وسطه الحسابى $م_{\bar{س}}$ يساوى الوسط الحسابى لكل اوساط العينات المختارة ،

وفي نفس الوقت يساوي الوسط الحسابي للمجتمع ككل (م)، أما الانحراف المعياري $ع_{\bar{س}}$ له فيتحدد من العلاقة (م-١٧) :

$$\frac{ع^2_{\bar{س}}}{ع^2} = \frac{ن' - ن}{ن\,(ن' - 1)} \qquad (م-١٨)$$

حيث ع الانحراف المعياري للمجتمع ، ن' عدد العناصر لكل المجتمع ، أما ن فيمثل عدد افراد العينة .

وحيث ان ن' عدد كبير جدا يمكن اعتباره غير محدد أو لانهائي .

∴ الطرف الايسر للعلاقة (م-١٨) يصبح $\frac{1}{ن}$ وذلك لان :-

$$\lim_{ن' \to \infty} \frac{ن' - ن}{ن\,(ن' - 1)} = \lim_{ن' \to \infty} \frac{ن'}{ن\,(ن' - 1)} - \lim_{ن' \to \infty} \frac{1}{ن' - 1}$$

$$= \lim_{ن' \to \infty} \frac{ن'}{ن\,(ن' - 1)} = \lim_{ن' \to \infty} \frac{1}{ن\,(1 - \frac{1}{ن'})}$$

$$= \frac{1}{ن\,(1 - صفر)} = \frac{1}{ن} \qquad (م-١٩)$$

وبالتعويض في العلاقة (م-١٨) نحصل على :

$$ع_{\bar{س}} = \frac{ع}{\sqrt{ن}} \qquad (م-٢٠)$$

ويصبح مقياس (ز) لهذا التوزيع الخاص بالمتوسطات الحسابية لعينات المجتمع ($\bar{س}$) ، وبمعلومية كل من م ، ع للمجتمع الاصلي في الصورة :-

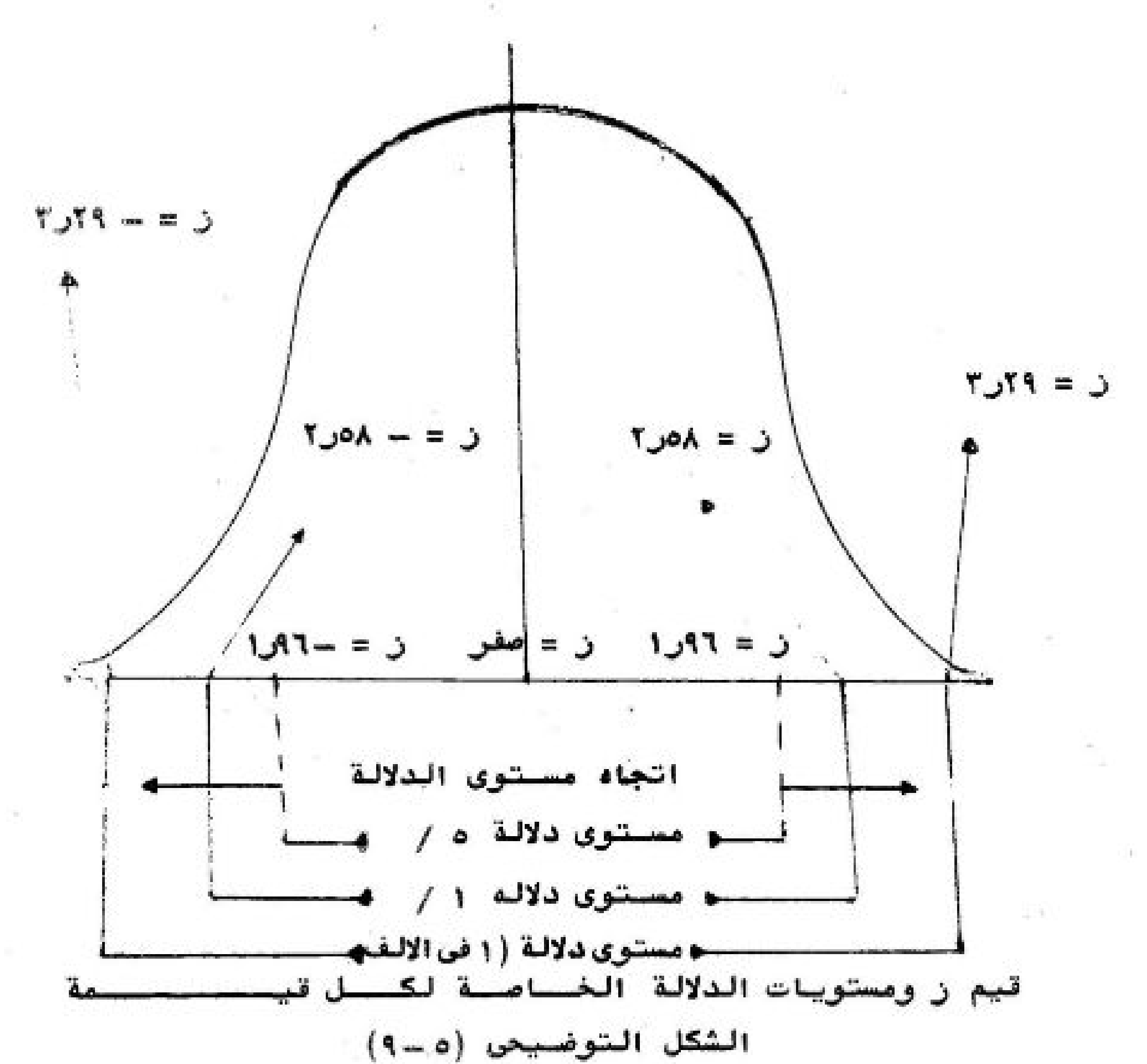
$$ز = \frac{\bar{س} - م}{\frac{ع}{\sqrt{ن}}} = \frac{(\bar{س} - م)\,\sqrt{ن}}{ع} \qquad (م-٢١)$$

وتكون اى عينه من العينات المختارة ممثلة للمجتمع تمثيلا تاما اذا كانت قيمة "ز" ذات دلالة احصائية عند احد المستويات الثلاثة ٠٥ر٠ أو ٠١ر٠ أو ٠٠١ر٠ .. اى أن قيمة (ز) اما ١٫٩٦ أو ٢٫٥٨ أو ٣٫٢٩ على الترتيب .. وبهذا نجد أن مقياس "ز" يساعدنا فى اختيار عينة عشوائية تحت ضوابط محددة تساهم فى الاطمئنان الى النتائج التى توصلنا اليها وامكانية تعميمها . (٨٧: ١٢٥-١٢٦) .

أى أنه اذا تم اختيار عينة بطريقة عشوائية من مجتمع معروف اتجاه نزعته المركزية ومدى تشتت افراده حول هذا المتوسط ، فاننا نستطيع التنبؤ بمدى تمثيل العينة المختارة للمجتمع - عدد افرادها ن ووسطها الحسابى س̄ - اذا كانت قيمة (ز) المحددة بالعلاقة (٥-٢١) تخضع لشروط العلاقة :

١٫٩٦ ≥ ز ≥ -١٫٩٦ (٥-٢٢)

أى كلما انخفضت قيمة "ز" من (-١٫٩٦) أو ازدادت عن (١٫٩٦) كلما ازداد معها مستوى الدلالة ، وبالتالى كلما كانت العينة اكثر تمثيلا للمجتمع .ويوضح الشكل (٥-٩) اتجاه مستوى الدلالة بالنسبة للقيم ز .



قيم ز ومستويات الدلالة الخاصة لكل قيمة

الشكل التوضيحى (٥ـ٩)

وتحت نفس الشروط السابقة والخاصة بقيم "ز" ومستويات دلالتها يمكن المقارنة بين عينتين .. فاذا كان توزيع العينة التى قيمها س والعينة التى قيمها ص توزيعا اعتداليا ، وغير معتمدين على بعضهما البعض ، فاننا نستطيع باستخدام العلاقة (٥ـ٢٣) الوقوف على مدى الفرق او الاختلاف الموجود بين العينتين بالنسبة للظاهرة المدروسة (٣ : ١٠٣ - ١٠٥) .

$$ز = \frac{(\bar{س} - \bar{ص}) - م_{\bar{س} - \bar{ص}}}{ع_{س - ص}} \qquad (٥-٢٣)$$

حيث $\bar{س}$ ، $\bar{ص}$ الوسط الحسابي لكل من العينتين .

$م_{\bar{س} - \bar{ص}} = م_{\bar{س}} - م_{\bar{ص}}$ أى الفرق بين الوسطين الحسابيين لمجتمع الظاهرة .

$$ع_{\bar{س} - \bar{ص}} = \sqrt{ع^2_{\bar{س}} + ع^2_{\bar{ص}}} = \sqrt{\frac{ع^2_س}{ن_١} + \frac{ع^2_ص}{ن_٢}} \qquad (٥-٢٣)$$

$ع_س$ ، $ع_ص$ الانحراف المعياري لمجتمع الظاهرة .

$ن_١$ ، $ن_٢$ عدد افراد العينتين س ، ص على الترتيب .

مثال : لوحظ فى التقارير التى قدمت بواسطة "Census of Population" الامريكى (١٩) أن متوسط دخل الفرد الابيض ١٠٥٩٠ دولارا اسنويا والانحراف المعياري ٧٦٢٦ دولارا ، بينما كان متوسط دخل الفرد الاسود ٥٧٠٧ دولارا والانحراف المعياري ٣٦٣٦ دولارا .. فاذا اختيرت عينتين ممثلتين للمجتمعين $ن_١ = ١٩٥٥$ ، $ن_٢ = ١٨٠$ فردا على الترتيب ، فهل يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين متوسط دخل الفرد من البيض والسود اذا كان الفارق فى متوسطى دخل الفرد فى العينتين ٧٤٢٠ دولارا ؟

الحل :

حيث أن

$\bar{س} - \bar{ص} = ٧٤٢٠$ دولارا

$م_{\bar{س} - \bar{ص}} = م_{\bar{س}} - م_{\bar{ص}} = ١٠٥٩٠ - ٥٧٠٧ = ٤٨٨٣$ دولارا

$ع_{\bar{س}} = \frac{ع_س}{\sqrt{ن_١}} = \frac{٧٦٢٦}{\sqrt{١٩٥٥}} = ١٧٢$ مر دولارا

$$ع_{\bar{ص}} = \frac{ع_{ص}}{\sqrt{ن_{٢}}} = \frac{٣٦٣٦}{\sqrt{١٨٠}} = ٢٧١ \text{ دولارا .}$$

$$\therefore \quad ع_{\bar{س}-\bar{ص}} = \sqrt{ع^{٢}_{\bar{س}} + ع^{٢}_{\bar{ص}}} = ٣٢١ر٢ \text{ دولارا .}$$

وبتطبيق العلاقة (٥-٢٣)

$$\therefore \quad ز = \frac{٧٤٢٠ - ٤٨٨٣}{٣٢١ر٢} = ١١ر٠١$$

واضح أن $ز > ٣ر٢٩$

أى أنه يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين متوسط دخل البيض والسود عند مستوى ١ فى الالف .

وعندما يوجد ارتباط بين العينتين فان العلاقة (٥-٢٣) تصبح فى الصورة : (٥٧ : ١٧٢ - ١٨١) .

$$ز = \frac{(\bar{س} - \bar{ص}) - م_{\bar{س}-\bar{ص}}}{\sqrt{ع^{٢}_{\bar{س}} + ع^{٢}_{\bar{ص}} - ٢ر\, ع_{\bar{س}}\, ع_{\bar{ص}}}} \qquad (٥-٢٤)$$

حيث ر معامل الارتباط بين العينتين أو مجتمعيهما .

وقد يتعامل الباحث مع النسب "ب" ، "ف" التى سبق أن ذكرناها وحددنا قيمة ز بالعلاقة (٥-١٧) فى حالة دراسة عينة اعتدالية فقط .. اما فى حالة استخدام عينتين تحت الشروط السابقة فان العلاقة (٥-١٧) تأخذ صورة جديدة. وذلك لان الوسط المرجح ($\bar{ب}$) للعينتين المختارتين بطريقة عشوائية يتحدد من العلاقة :

$$\bar{ب} = \frac{ن_{١}\, ب_{١} + ن_{٢}\, ب_{٢}}{ن_{١} + ن_{٢}} \qquad (٥-٢٥)$$

ويمكن ... هذه **العلاقة** ... ر ... مرتبطة في الصورة (٧ ص ١٨٥ ...) :

$$ر = \frac{\bar{ب}_1 - \bar{ب}_2}{\sqrt{\bar{ب}\,\bar{ق}\left(\frac{ن_1 + ن_2}{ن_1\,ن_2}\right)}} \qquad (٥-٢٦)$$

حيث $\bar{ق} = ١ - \bar{ب}$

وعندما تكون $ن_1 = ن_2 = ن$ فان العلاقة السابقة تصبح في الصورة :

$$ر = \frac{ب_1 - ب_2}{\sqrt{\frac{٢\,ب\,ق}{ن}}} \qquad (٥-٢٧)$$

وبالنسبة للنسب المرتبطة تتحدد ر قيمة ر طبقالما اقترحته ماك نيمر ((٩٧)) بالعلاقة :

$$ر = \frac{ب - ح}{\sqrt{ب + ح}} \qquad (٥-٢٨)$$

حيث يمكن تمثيل ب ، ح في صورة نجاح ورسوب عدد ن من الطلاب في امتحانين مختلفين كما في الرسم التخطيطي (٥-١٠)

الامتحان الثاني

الامتحان الأول	رسوب	نجاح	المجموع
نجاح	ب	أ	أ + ب
رسوب	د	ح	ح + د
المجموع	ب + د	أ + ح	ن

الشكل التخطيطي (٥ – ١٠)

والشرط الاساسى لاستخدام مقياس ز فى هذه الحالة هو أن يكون عدد قيم النسب ب او النسب ف اكبر من خمس خالات والأفضل استخدام كا ٢ (٥٧ : ١٨٥-١٨٩) .

ويمكن استخدام مقياس "ز" كمؤشر فى النواحى الكيفية أو الاسمية .. فاذا اردنا ايجاد دلالة الفرق بين عينتين غير مرتبطتين تم اختيارهما بطريقة عشوائية من نفس المجتمع أو من مجتمعين مختلفين لهما نفس الوسط الحسابى فاننا نوجد رتب افراد العينتين معا ترتيبا تصاعديا أوتنازليا .

فاذا افتراضنا ان عدد رتب العينة الاولى (عددالمفردات) يساوى $ن_١$ وعدد رتب العينة الثانية $ن_٢$ ، ومجموع قيم رتب العينة $ع_١$ ، ومجموع قيم رتب العينة الثانية $ع_٢$ ... ، فلحساب مجموع الرتب الممكنة (أومتوسط الرتب المكافئة) للعينتين فاننا سنعرف الرمز الاحصائى "يو"(١) الذى يعتمد فقط على عدد مفردات كل عينه ومجموع رتبها (٥٩ : ٣٠٩ - ٣١٢) ، وتحدد قيمة "يو" من العلاقة :

$$يو_١ = ن_١ن_٢ + \frac{ن_١(ن_١ + ١)}{٢} - ع_١$$

$$\text{أو } يو_٢ = ن_١ن_٢ + \frac{ن_٢(ن_٢ + ١)}{٢} - ع_٢ \qquad (٥-٢٩)$$

والرمز الاحصائى "يو" يعتبر مقياساللفرق بين الرتب المحصاه للعينتين ودليل مسلم به للفرق بين توزيعى المجتمع أو المجتمعين ، ويحسب متوسط مجموعات الرتب الممكنه من العلاقة : (٥٩ : ٣١١) .

(١) يطلق عليه اسم : Mann-Whitney U test (Rank Sum teste).

$$م_{يو} = \frac{ن_١ ن_٢}{٢} \quad (٥-٣٠)$$

اما الانحراف المعياري لها فيحسب من العلاقة (٥٩ : ٣١١) .

$$ع_{يو} = \sqrt{\frac{ن_١ ن_٢ (ن_١ + ن_٢ + ١)}{١٢}} \quad (٥-٣١)$$

وفي ضوء ذلك يمكن تحديد قيمة ز من العلاقة :

$$ز = \frac{يو - م_{يو}}{ع_{يو}} \quad (٥-٣٢)$$

مثال : لوحظ أن متوسط دخول الافراد السنوية لعينتين من الذكور والاناث طبقا للتساوي في المستوى التعليمي كما هو موضح بالجدول رقم (٥-٢) (١٩) والمراد استخدام مقياس "يو" في ايجاد دلالة الفرق بين متوسط دخول الذكور والاناث في الولايات المتحدة الامريكية .

الجدول رقم (٥-٢)

السن	المستوى التعليمي	متوسط دخل الأسرة: ذكور	متوسط دخل الأسرة: اناث
أقل من ٢٥ سنة	لاتعليم	٢٠٦٩	١٥٥٣
	ابتدائي	٢١٧٦	١٤٦٤
	ثانوي	٢٩١٣	١٩٠٤
	عالي	٣٩٩١	٢٩٤٦
٢٥ – ٣٤ سنة	لاتعليم	٤٩٦٣	٢٤٦٩
	ابتدائي	٥٤٢١	٢٤٤٣
	ثانوي	٧٥٩٥	٣١٣٦
	عالي	١٠٠٧٨	٥٢٢١
٣٥ – ٤٤ سنة	لاتعليم	٤٤٥٩	٢٢٩٠
	ابتدائي	٦٢٠٥	٢٦٢٨
	ثانوي	٩٠١١	٣٥٣٨
	عالي	١٤٨٥٦	٥٩١٧
٤٥ – ٥٤سنة	لاتعليم	٤٢٧٩	٢٢١٤
	ابتدائي	٦١١٨	٢٦١٩
	ثانوي	٩٣٧٣	٣٨٦٢
٥٥ – ٦٤ سنة	عالي	١٦٩١٠	٩٨٨٩
	لاتعليم	٣٨٩٨	١٩٤٨
	ابتدائي	٥٥٦٩	٢٣٠٧
	ثانوي	٨٧٢٦	٢٧٢٣
٦٥ – ٧٤ سنة	عالي	١٦٢٣٥	٧٠٨٥
	لاتعليم	٢٥٤٣	١٤٢٩
	ابتدائي	٣٤٢٠	١٦١٦
	ثانوي	٥٧٤٣	٢٦٠٢
٧٥ – ٠٠٠٠ سنة	عالي	١١٦٦٧	٥٢٢٨
	لاتعليم	٢١١٩	١٣٠٨
	ابتدائي	٢٥٩٧	١٤٣٢
	ثانوي	٤٢٣٤	٢٣٧٨
	عالي	٨١٨٨	٤٢١٢

الحل :

بفرض اننا رمزنا للذكور بالرمز "ذ" والانـــــاث بالرمز "ث" ، ثم نرتب متوسطات الدخول ترتيبا تصاعديـــا كما فى الجدول (٥-٣) .

الجدول رقم (٥-٢)

الدخل	الترتيب	الجنس	الدخل	الترتيب	الجنس	الدخل	الترتيب	الجنس	الدخل	الترتيب	الجنس
١٢٠٨	١	ث	٢٣٢٨	١٥	ث	٣٨٦٢	٢٩	ث	٦١١٨	٤٣	ذ
١٤٢٩	٢	ث	٢٤٤٢	١٦	ث	٣٨٩٨	٣٠	ذ	٦٢٠٥	٤٤	ذ
١٤٣٣	٣	ث	٢٤٦٩	١٧	ث	٣٩٩١	٣١	ذ	٦٨٨٩	٤٥	ث
١٤١٤	٤	ث	٢٥٤٣	١٨	ذ	٤٢١٢	٣٢	ث	٧٠٨٥	٤٦	ث
١٥٥٣	٥	ث	٢٥٩٧	١٩	ذ	٤٢٣٤	٣٣	ذ	٧٥٩٥	٤٧	ذ
١٦١٦	٦	ث	٢٦٠٢	٢٠	ث	٤٢٧٩	٣٤	ذ	٨١٨٨	٤٨	ذ
١٩٠٤	٧	ث	٢٦١٩	٢١	ث	٤٤٥٩	٣٥	ذ	٨٧٣٦	٤٩	ذ
١٩٤٨	٨	ث	٢٦٢٨	٢٢	ث	٤٩٦٣	٣٦	ذ	٩٠١١	٥٠	ذ
٢٠٦٦	٩	ذ	٢٩٤٣	٢٣	ذ	٥٢٢١	٣٧	ث	٩٣٧٣	٥١	ذ
٢١١٩	١٠	ذ	٢٩٤٦	٢٤	ث	٥٢٢٨	٣٨	ث	١٠٠٧٨	٥٢	ذ
٢١٧٦	١١	ذ	٣١٣٦	٢٥	ث	٥٤٢١	٣٩	ذ	١١٦٦٧	٥٣	ذ
٢٢١٤	١٢	ث	٣٤٢٠	٢٦	ذ	٥٥٢١	٤٠	ذ	١٤٨٥٦	٥٤	ذ
٢٢٩٠	١٣	ث	٣٥٢٨	٢٧	ث	٥٧٤٣	٤١	ذ	١٦٣٣٥	٥٥	ذ
٢٣٠٧	١٤	ث	٣٧٣٣	٢٨	ث	٥٩١٧	٤٢	ث	١٦٩١٠	٥٦	ذ

من الجدول السابق نلاحظ أن :

$$ن_1 = ٢٨ \quad ، \quad ن_2 = ٢٨$$

$$ع_1 \text{ للذكور} = ١٠٣٧ \quad ، \quad ع_2 \text{ للاناث} = ٥٥٩$$

$$يو_1 = ن_1 ن_2 + \frac{ن_1 (ن_1 + ١)}{٢} - ع_1 = ٢٨ \times ٢٨ + \frac{٢٨ \times ٢٩}{٢}$$

$$- ١٠٣٧ = ١٥٣$$

$$يو_2 = ن_1 ن_2 + \frac{ن_2 (ن_2 + ١)}{٢} - ع_2 = ٢٨ \times ٢٨ + \frac{٢٨ \times ٢٩}{٢}$$

$$- ٥٥٩ = ٦٣١$$

$$م_{يو} = \frac{ن_1 ن_2}{2} = \frac{٢٨ \times ٢٨}{٢} = ٣٩٢$$

$$ع_{يو} = \sqrt{\frac{ن_1 ن_2 (ن_1 + ن_2 + 1)}{12}} = \sqrt{\frac{٢٨ \times ٢٨ (٢٨ + ٢٨ + ١)}{١٢}}$$

$$= ٦١٫٠٢٥$$

$$ز = \frac{يو_1 - م_{يو}}{ع_{يو}} = \frac{١٥٣ - ٣٩٢}{٦١٫٠٢٥} = -٣٫٩٢$$

أو

$$ز = \frac{يو_2 - م_{يو}}{ع_{يو}} = \frac{٦٣١ - ٣٩٢}{٦١٫٠٢٥} = ٣٫٩٢$$

وتوضح النتيجتان ان يوجد فرق ذو دلالة احصائية بين متوسطى دخول الذكور والاناث وذلك عند ١ فى الالف .

اما عندما يوجد ارتباط بين العينتين ، او يمكن ضم افرادهما فى عينة واحدة ، كأن تكون العينة الناتجة مكونة من بنات وبنين نجحوا فى امتحان ما كامتحان الثانوية العامة بشعبها المختلفة ، والتى يحدث فيها تكرار المجموع ما بين الاولاد وبعضهم أو البنات أو الجنسين معا .

وفى مثل هذه الحالة يمكن استخدام "ز" للوقوف على دلالة الفرق بين الجنسين اذا استطعنا معرفة عدد المجموعات التى تتكون منها العينة "ف" وكذلك الوسط الحسابى "$م_{ف}$" والانحراف المعيارى $ع_{ف}$ (٥٩ : ٣١٣ - ٣١٥) .

ويتحدد الوسط الحسابى $م_{ف}$ من العلاقة :

$$م_{ف} = \frac{2\, ن_1 ن_2}{ن_1 + ن_2} + 1 \qquad (٥-٣٣)$$

اما الانحراف المعياري $ع_ف$ فيتحدد من العلاقة :

$$ع_ف = \sqrt{\frac{٢ ن_١ ن_٢ \left(٢ ن_١ ن_٢ - ن_١ - ن_٢\right)}{\left(ن_١ + ن_٢\right)^٢ \left(ن_١ + ن_٢ - ١\right)}} \qquad (٥-٣٤)$$

وبناء عليه فان قيمة (ز) تتحدد من العلاقة :

$$ز = \frac{ف - م_ف}{ع_ف} \quad .. \quad .. \quad .. \quad .. \quad .. \quad .. \quad .. \qquad (٥-٣٥)$$

وتصلح العلاقة (٥-٣٥) فى ايجاد قيمة "ز" بالنسبة للعينات التى يأخذ افرادها سلاسل متتابعة طبقا للترتيب التصاعدى او التنازلى بشرط أن يزيد عدد افراد $ن_١$ ، $ن_٢$ عن ٢٠ مفرده .

مثال : لوحظ فى أحد الامتحانات أن ولدين وثلاث بنات نالوا المركز الاول ، وحصل ٤ اولاد على المركز الثانى و٧ أولاد كان ترتيبهم فى المركز الثالث ، و٥ بنات وولد حصلوا على المركز الرابع وهكذا .. كما هو موضح بالجدول (٥-٤) ، والمراد ايجاد قيمة ز ودلالة الفرق بين الاولاد والبنات .

الجدول (٥-٤)

المركز	ذكور	اناث	الرموز	المركز	ذكور	اناث	الرموز
الأول	٢	٣	ذ ث ث ذ ث	الحادي عشر	٤	١	ذ ث ذ ذ ذ
الثاني	٤	—	ذ ذ ذ ذ	الثاني عشر	—	٦	ث ث ث ث ث ث
الثالث	٧	—	ذ ذ ذ ذ ذ ذ ذ	الثالث عشر	٢	٢	ث ذ ذ ث
الرابع	١	٥	ث ث ذ ث ث ث	الرابع عشر	١	٥	ث ذ ث ث ث ث
الخامس	٢	٤	ث ث ث ذ ث ذ	الخامس عشر	٤	١	ذ ذ ث ذ ذ
السادس	—	٣	ث ث ث	السادس عشر	٩	—	ذ ...... ذ
السابع	—	١٢	ث ث ث ث ث .. ث	السابع عشر	٢	—	ذ ذ ذ
الثامن	١١	—	ذ ذ ذ ذ ذ ... ذ	الثامن عشر	—	٨	ث ث ... ث
التاسع	٢	٦	ث ث ث ذ ذ ث ث ث	التاسع عشر	٥	١	ذ ذ ث ذ ذ ذ
العاشر	٦	٢	ذ ذ ذ ث ث ذ ذ ذ	العشرون	٧	١	ذ ذ ذ ذ ث ذ ذ ذ

الحل :

من الجدول السابق نلاحظ أن :

ف = ٢٠ مجموعة ∴ $ن_1$ = ٧٠ طالب .

$ن_2$ = ٦٠ طالبة .

$$م_{ف} = \frac{2\,ن_1\,ن_2}{ن_1 + ن_2} + 1 = \frac{2 \times 70 \times 60}{70 + 60} + 1$$

= ٦٥٫٦٢

$$ع_{ف} = \sqrt{\frac{2\,ن_1\,ن_2\,(2\,ن_1\,ن_2 - ن_1 - ن_2)}{(ن_1 + ن_2)^2\,(ن_1 + ن_2 - 1)}} = \sqrt{\frac{2\times70\times60\,(2\times70\times60 - 70 - 60)}{(70 + 60)^2\,(70 + 60 - 1)}}$$

= ٥٫٦٤

$$ز = \frac{ف - م_ف}{ع_ف} = \frac{٦٥ر٦٢ - ٢٠}{٦٤ر٥} = - ٨٠ر٨$$

وواضح من هذه النتيجة انه يوجد فارق بين الذكور والاناث وهذا الفرق ذو دلالة احصائية عند ٠١ في الالف .

(ص٧) مقياس (ت) "T-Test"

في مقابل استخدام مقياس "ز" بالنسبة للتوزيعات الاعتدالية يستخدم "ت" بالنسبة لتوزيع ت الذى يقل في العدد وشكل المنحنى الممثل عن التوزيع الاعتدالى ، كما اننا نستخدم في مقياس ت كل من الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للعينات المستخدمة ، وذلك بعكس مقياس "ز" الذى يتطلب معرفة الوسط الحسابى للمجتمع ككل وكذلك الانحراف المعيارى له .

وبصفة عامة ، فان مقياس "ز" يستخدم بالنسبة للعينات الكبيرة ، اما مقياس "ت" فيستخدم في حالة العينات الصغيرة .

ويختلف علماء الاحصاء حول حجم العينة التى يمكن استخدام أى من المقياسين فيها ، ومع ذلك فان معظمهم يجمع على أنه اذا كان حجم العينة اقل من ٣٠ مفرده فانه يستخدم مقياس "ت" اما اذا كان حجم العينه ٣٠ فأكثر فانه يمكن استخدام أى من المقياسين ، والمشكلة الوحيدة في استخدام "ت" اذا كانت ع للعينة غير معروفة[1].

---

(١) يمكن الرجوع في هذا الى : (١٣٩ : ٢٢٧ - ٢٣٠) .
(٨٧ : ١٢٥ - ١٢٦) .

ويفضل فى الكثير من المراجع استخدام مقياس "ت" حتى فى الحالات التى يسهل فيها استخدام مقياس "ز" حيث يرى مؤلفى هذه المراجع انه يمكن فى ضوء استخدام مقياس "ت" وضع وحدات برامترية للمجتمع " Parameters " يمكن استخدامها فى جميع الحالات .. وتتحدد قيمة "ت" بصفة عامة من العلاقة : (١٠٣ : ٢٣٣) .

$$ت = \frac{(\bar{س} - م)\sqrt{ن}}{ع} \qquad (٥-٣٦)$$

حيث $\bar{س}$ الوسط الحسابى للعينة .

م الوسط الحسابى للمجتمع .

ع الانحراف المعيارى للعينة .

ن عدد افراد العينة .

وللوقوف على مقدار الدلاله الاحصائية لقيمة "ت" يتطلب منا معرفه عدد درجات الحرية .. وسنرمز لعدد درجات الحرية بالرمز (د ح) .

ويقصد بعدد درجات الحرية من الناحية الاجرائية عدد الملاحظات أو الانحرافات التى تكون حرة بسبب الانحراف أو البعد عن الوسط الحسابى .. فعندما نحسب الانحراف عن الوسط الحسابى فاننا نلاحظ وجود (ن - ١) من الانحرافات او الملاحظات الحره التى يكون مجموعها (مجـ ح = صفر) وذلك عندما توجد قيمة من قيم التوزيع تمثل الوسط الحسابى ، وهذه القيمة تمثل الواحد الاخير الذى ينبغى وجودة مهما يكن الحجم المطلوب لجعل مجـ ح = صفر[1]

---

(١) تناول هذا التحليل كل من : (٦٨ : ٣٩٢ - ٣٩٩) .. (٨٧ : ١٢٢) .

فعلى سبيل المثال اذا كان المراد ايجاد عدددرجات الحرية للاعداد العشرة الاتية : ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٦ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٠ .. فاننا نلاحظ أن الوسط الحسابى لهنا يساوى ٦ ويوجد ثمانى انحرافات عن هذا الوسط هى على الترتيب (-٤ ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤) وبناء عليه فان عدد درجات الحرية يتحدد من العلاقة :

دح = نَ - ١ = عدد الانحرافات أو الملاحظات

الحره - ١ = ٨ - ١ = ٧

اما عدد درجات الحرية بالنسبة للمجموعة ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١١ ، ١٢ ، ١٣ .. فاننا نلاحظ ان الوسط الحسابى لها ٨ كما نلاحظ وجود ١٠ انحرافات عن هذا الوسط هى على الترتيب (-٥ ، -٤ ، -٣ ، -٢ ، -١ ، ١ ، ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥) وبناء عليه فان دح للمجموعة فى هذه الحالة تتحدد من :

دح = ن - ١ = ١٠ - ١ = ٩

ويمكن استخدام العلاقه (٥-٣٦) نقل المحور الرأس الى مركز المجموعة وبالتالى يصبح الوسط الحسابى للتوزيع الجديد مساويا للصفر ، اما الانحراف المعيارى فيتحدد من العلاقة : (٦٢ : ٢٣٧) .

$$ع = \sqrt{\frac{ن - ١}{ن - ٣}} \qquad (٥\text{-}٣٧)$$

وفى العادة يستخدم الباحثون فى التربيه مقياس "ت" للمقارنة بين عينتين ، ويستخدمون فى هذه المقارنة علاقات فيشر (Fisher) (٥٧ : ١٨٣ - ١٨٥) لاختبار

الفرق بين الاوساط غير المعتمدة .. فحيث انه يمكن استخدام مقياس "ز" عند معرفة الانحراف المعيارى لكل مجتمع من مجتمعى الظاهرة ، اذن اذا لم نستطيع الحصول على ذلك فانه يكن من الصعب الاستخدام ، لذا يمكن حل هذه المشكلة باستخدام مقياس "ت" .

ويعتمد استخدام مقياس "ت" على افتراض ان توزيع مجتمعى الظاهرة له نفس الطبيعه - فى بعض الاحيان يكون اختيار العينتين من نفس المجتمع - أى أن كل من الوسط الحسابى والانحراف الميعارى متساويين .

$$ع_{١ج} = ع_{٢ج} = ع_{ج} \quad \ldots\ldots \quad (٥-٣٨)$$

وحيث ان عدد افراد العينة الاولى هو $ن_١$ ، وعدد افراد العينة الثانية $ن_٢$. اذن درجات الحرية لهما $(ن_١ - ١)$ ، $(ن_٢ - ١)$ ، وعدد درجات الحرية لهما معا $(ن_١ + ن_٢ - ٢)$ ، وبناء عليه فان :

$$(ن_١ + ن_٢ - ٢)\ ع^٢_{\bar{س}_١ - \bar{س}_٢} = (ن_١ - ١) ع^٢_{\bar{س}_١} + (ن_٢ - ١)\ ع^٢_{\bar{س}_٢}$$

$$\ldots\ldots \quad (٥-٣٩)$$

من العلاقتين (٥-٢٣َ) ، (٥-٣٨) نحصل على :

$$\frac{ع^٢_{١ج}}{ن_١} + \frac{ع^٢_{٢ج}}{ن_٢} = \frac{ع^٢_{ج}}{ن_١} + \frac{ع^٢_{ج}}{ن_٢} = ع^٢_{ج} \left(\frac{١}{ن_١} + \frac{١}{ن_٢} \right)$$

$$= ع^٢_{ج} \left(\frac{ن_٢ + ن_١}{ن_١ ن_٢} \right) \quad (٥-٤٠)$$

من العلاقتين (٥-٣٩) ، (٥-٤٠) نحصل على :

$$ع^2_{\bar{س}_1-\bar{س}_2} = \frac{(ن_1 - 1)ع^2_{س_1} + (ن_2 - 1)ع^2_{س_2}}{ن_1 + ن_2 - 2} \left(\frac{ن_1 + ن_2}{ن_1 ن_2}\right)$$

..... (٥-٤١)

وبالتعويض من (٥-٤١) فى العلاقة (٥-٢٣) مع استبدال الرمز ز بالرمز ت ووضع $م_{\bar{س}-\bar{ص}}$ = صفر (الفرق بين المتوسطين الحسابيين لمجتمعى الظاهرة) نحصل على علاقة فيشر :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\left(\frac{(ن_1-1)ع^2_1 + (ن_2-1)ع^2_2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right)\left(\frac{ن_1 + ن_2}{ن_1 ن_2}\right)}}$$

$$= \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\left(\frac{مح ح^2_1 + مح ح^2_2}{ن_1 + ن_2 - 2}\right)\left(\frac{ن_1 + ن_2}{ن_1 ن_2}\right)}} \quad (٥-٤٢)$$

حيث عدد درجات الحرية (دح) = $ن_1 + ن_2 - 2$

$م_1$ ، $م_2$ هما الوسطان الحسابيان للعينتين .

$ح_1$ ، $ح_2$ الانحرافات عن $م_1$ ، $م_2$.

$ن_1$ ، $ن_2$ عدد الافراد فى العينتين .

اما اذا كانت العينتين متساويتين فى عدد الافراد ($ن_1 = ن_2 = ن$) فان العلاقة (٥-٤٢) تأخذ صوره العلاقة :

$$ت = \frac{م_1 - م_2}{\sqrt{\frac{\text{مح}\,ح_1^2 + \text{مح}\,ح_2^2}{ن\,(ن - 1)}}} \qquad (٥-٤٣)$$

وفى حالة وجود ارتباط بين المتوسطين $م_1$ ، $م_2$ (ارتباط بين درجات العينتين) فان ت تتحدد من العلاقة :

$$ت = \frac{م_ق}{\sqrt{\frac{\text{مح}\,ح_ق^2}{ن\,(ن - 1)}}} \qquad (٥-٤٤)$$

حيث دح = ن – ١ عدد الازواج الحـــرة .

$م_ق = \frac{\text{مح}\,(س_1 - س_2)}{ن}$ = المتوسط الحسابى للفـــروق بين الازواج المتقابلة لدرجات العينتين .

$ح_ق = (س_1 - س_2) - م_ق$ = انحراف فـــروق الازواج المتقابلة عن الوسط الحسابى $م_ق$.

مثال : اختيرت عينتين من أوراق اختبارى الحساب و اللغـــة العربية لنفس مجموعة الفرقـــة الرابعة الابتدائية فـــاذا كانت درجاتهم كما هى موضحـــة بالجدول التالى ، فما دلالة الفرق بين درجات المادتين .

اللغة العربية	٧٨	٤٨	٥٥	٦٥	٩٠	٧٥	٧٣	٩٠	٨٣	٨٥	٤٨	٤٨	٦٥	٣٨	٤٥	٧٥	٤٥	٧٥	٦٥	٧٠	٥٥	٤٠	٥٣	٨٨	٦٥
الحساب	٨٨	٣٥	٤٨	٧٣	٨٥	٦٥	٤٨	٩٣	٦٨	٦٠	٣٥	٤٨	٧٥	١٨	٣٣	٥٠	٣	٧٣	٤٥	٥٣	٧٣	٢٨	٥٨	٧٨	٧٨

الحل :

من الجدول السابق يمكن تكوين الجدول (هـ) :

الجدول رقم (هـ)

$س_{1}$	$س_{2}$	$ق = س_{1} - س_{2}$	$ح_{ق} = ق - م_{ق}$	$ح_{ق}^{2}$	$س_{1}$	$س_{2}$	ق	$ح_{ق}$	$ح_{ق}^{2}$
٧٨	٨٨	-١٠	-١٨ر٢	٣٣١ر٢٤	٣٨	١٨	٢٠	١١ر٨	١٣٩ر٢٤
٤٨	٣٥	١٣	٤ر٨	٢٣ر٠٤	٤٥	٣٣	١٢	٣ر٨	١٤ر٤٤
٥٥	٤٨	٧	-١ر٢	١ر٤٤	٧٥	٥٠	٢٥	١٦ر٨	٢٨٢ر٢٤
٦٥	٧٣	-٨	-١٦ر٢	٢٦٢ر٤٤	٤٥	٣	٤٢	٣٣ر٨	١١٤٢ر٤٤
٩٠	٨٥	٥	-٣ر٢	١٠ر٢٤	٧٥	٧٣	٢	-٦ر٢	٣٨ر٤٤
٧٥	٦٥	١٠	١ر٨	٣ر٢٤	٦٥	٤٥	٢٠	١١ر٨	١٣٩ر٢٤
٧٣	٤٨	٢٥	١٦ر٨	٢٨٢ر٢٤	٧٠	٥٣	١٧	٨ر٨	٧٧ر٤٤
٩٠	٩٣	-٣	-١١ر٢	١٢٥ر٤٤	٥٥	٧٣	-١٨	٢٦ر٢	٦٨٦ر٤٤
٨٣	٦٨	١٥	٦ر٨	٤٦ر٢٤	٤٠	٢٨	١٢	٣ر٨	١٤ر٤٤
٨٥	٦٠	٢٥	١٦ر٨	٢٨٢ر٢٤	٥٣	٥٨	-٥	-١٣ر٢	١٧٤ر٢٤
٤٨	٣٥	١٣	٤ر٨	٢٣ر٠٤	٨٨	٧٨	١٠	١ر٨	٣ر٢٤
٤٨	٤٨	صفر	-٨ر٢	٦٧ر٢٤	٦٥	٧٨	-١٣	-٢١ر٢	٤٤٩ر٤٤
٦٥	٧٥	-١٠	-١٨ر٢	٣٣١ر٢٤	المجموع		٢٠٦		٤٩٥٠ر٠٦

$$م_{ق} = \frac{مجـ\ ق}{ن} = \frac{٢٠٦}{٢٥} = ٨ر٢$$

$$\therefore\ ت = \frac{م_{ق}}{\sqrt{\dfrac{مجـ\ ح_{ق}^{2}}{ن\ (ن-١)}}} = \frac{٨ر٢}{\sqrt{\dfrac{٤٩٥٠ر٠٦}{٢٥(٢٥-١)}}} = ٢ر٨٥$$

وحيث ان عدد درجات الحرية (دح) = ن - ١ = ٢٥-١=٢٤ [1]

---

(١) من الملحق رقم (٣) عدد درجات الحرية دح = ٢٤ تكون اقرب من دح = ٢٥ عن قربها الى دح = ٢٠

فانه يتضح من الملحق (٣) ان قيمة ت ذات دلالة احصائية عند المستوى ١ ٪ ٠٠

ولا يتقصر استخدام مقياس "ت" على النواحي الكمية ، بل انه يشبه مقياس "ز" فى استخدامه كمؤشر فى النواحى الكيفية والاسمية وبخاصه بالنسبة للعينات الصغيرة ٠ فاذا كانت قيمة $ن_1$ ، $ن_2$ أقل من أو تساوى ٢٠ فانه يمكن استبدال الرمز (ز) بالرمز (ت) بالنسبة للعلاقة (م-٣٢) ، وفى هذه الحالة يمكن الوقوف على دلالة (ت) من الملحق رقم (٣) ٠

اما اذا كانت المعلومات المعطاه عن العينتين فى صوره سلاسل متتابعة ومرتبطة فاننا نستطيع استخدام الملحق (٤)[1] فى الوقوف على دلالة "ت" مع ملاحظة ان الرمز "٠٠" يعنى أن "ت" غير ذات دلالة احصائية ، وأن الرمز (أ-) يعنى أن قيمة ت ذات دلالة اذا كان عدد المجموعات ف مساويا للعدد أ اولا الاعداد الصحيحة الموجبة الاقل منه حتى ٢ ، وأن الرمز (أ) يعنى أن "ت" ذات دلالة عندما تكون ف = أ ٠٠ واما الرمز (ب) فيعنى أن "ت" ذات دلالة عندما تكون ف = ب ، وأن الرمز (ب +) يعنى أن قيمة "ت" تكون ذات دلالة عندما تكون ف = ب او اكبر منها[2] ٠

ويمكن التوصل الى نتيجة أدق اذا استبدلنا قيمة "ز" المعطاه بالعلاقة (م-٣٥) عندما تكون قيمة كل من $ن_1$ ، $ن_2$ أقل من أو تساوى ٢٠ بالعلاقة (م- ٤) ، أى العلاقة (٨٧ : ٣٩٦ - ٣٩٩) ٠

---

(١) الملحق (٤) يبين أن مستوى الدلالة فى الصف العلوى ١ ٪ اما الصف الادنى ٥ ٪ ٠

(٢) انظر المثال التوضيحى ٠

$$ت = \frac{\left| ف - \left(\frac{٢ ن_١ ن_٢}{ن_١ + ن_٢} + ١ \right) \right| - \frac{١}{٢}}{\sqrt{\frac{٢ ن_١ ن_٢ (٢ ن_١ ن_٢ - ن_١ - ن_٢)}{(ن_١ + ن_٢)^٢ (ن_١ + ن_٢ - ١)}}} \quad (٥-٤٥)$$

عدد درجات الحرية دح = $ن_١ + ن_٢ - ١$

وعندما تكون $ن_١ = ن_٢ = ن$ فان العلاقة السابقة تأخذ الصورة :

$$ت = \frac{\left| ف - (ن + ١) \right| - \frac{١}{٢}}{\sqrt{\frac{ن (ن - ١)}{٢ ن - ١}}} \quad (٥-٤٦)$$

حيث دح = ٢ ن - ١

مثال : باستخدام الجدول (٥-٤) هل يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين الذكور والاناث اذا استخدمنا عينه الطلاب التى تضم الذكور والاناث من الاول حتى السادس .

الحل :

واضح من الجدول المذكور أن :

$ن_١$ (الذكور) = ٢ + ٤ + ٧ + ١ + ٢ + ٢ + ٠ = ١٦

$ن_٢$ (الاناث) = ٣ + ٠ + ٠ + ٥ + ٤ + ٣ = ١٥

∴ $ن_١ ، ن_٢ < ٢٠$

باستخدام الملحق (٤) عند تقاطع $ن_١ = ١٦ ، ن_٢ = ١٥$ نجد أن المجموعة المقابلة لهذا التقاطع هى : ٩ - ٢٤ + ١٠ - ٢٣ +

وهذا يعنى ان يكون عدد المجموعات ف محصورا بين ٢ و ٩ على الاكثر أو بين ٢٤ ، ٣٠ على الأقل حتى يكون مستوى دلالة "ت" عند ١ ٪ أو أن ٢ ≤ ف ≤ ١٠ أو ٢٣ ≤ ف ≤ ٣٠ لكى يكون مستوى دلالة "ت" ٥ ٪ .

وحيث أن ف = ٦ (من الاول حتى السادس) .

∴ يوجد فارق بين مستوى الذكور والاناث ذو دلالة احصائية عند مستوى ١ ٪ .

اما اذا استخدمنا العلاقة (ص ٤) فاننا نحصل على :-

$$ت = \frac{\left| ف - \left(\frac{٢ ن_١ ن_٢}{ن_١ + ن_٢} + ١\right) \right| - \frac{١}{٢}}{\sqrt{\frac{٢ ن_١ ن_٢ \left(٢ ن_١ ن_٢ - ن_١ - ن_٢\right)}{\left(ن_١ + ن_٢\right)^٢ \left(ن_١ + ن_٢ - ١\right)}}}$$

$$= \frac{\left| ٦ - \left(\frac{٢ \times ١٦ \times ١٥}{١٦ + ١٥} + ١\right) \right| - \frac{١}{٢}}{\sqrt{\frac{٢ \times ١٦ \times ١٥ \left(٢ \times ١٦ \times ١٥ - ١٦ - ١٥\right)}{\left(١٦ + ١٥\right)^٢ \left(١٦ + ١٥ - ١\right)}}}$$

$$= \frac{\left| - ١٠ر٤٨ \right| - \frac{١}{٢}}{\sqrt{٧ر٤٨}} = \frac{١٠ر٤٨ - ٠ر٥}{٢ر٧٣} = \frac{٩ر٩٨}{٢ر٧٣}$$

$$= ٣ر٦٥$$

وحيث أن دح = $ن_١ + ن_٢ - ١ = ١٦ + ١٥ - ١ = ٣٠$

∴ من الملحق رقم (٣) نلاحظ أن قيمة "ت" ذات دلالة احصائية عند ٠٠١ر٠ ، أى انه يوجد فارق بين الذكور والاناث ذو دلالة احصائية عند مستوى ١ فى الالف .

(٥ـ٨) مقياس (كا^{٢}) " Chi Square " :

تعتبر "كا^{٢}" مؤشر خامس من المؤشرات الاحصائية التى يمكن بها قياس العلاقة بين المتغيرات ، والتى يحتاج اليها دارس العلوم الانسانية والتربوية للوقوف على حجم ومدى العلاقة الموجودة بين هذه المتغيرات .

ويشبه مقياس "كا^{٢}" مقياس "ز" و "ت" فى الاعتماد على قيم التوزيع ونزعته المركزية أو انحراف قيم التوزيع عن المتوسط الحسابى .. أى أن قيمة "كا^{٢}" تتحدد من العلاقة :

$$\text{كا}^{٢} = \underset{\text{ك} = ١}{\overset{\text{ل}}{\text{مجـ}}} \frac{(\text{س}_{\text{ك}} - \text{م})^{٢}}{\text{ع}^{٢}} \qquad (٥ـ٤٧)$$

حيث ل تساوى عدد درجات الحرية الممكنة .

وحيث أن ز = $\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}$

$$\therefore \quad \text{كا}^{٢} = \underset{\text{ك} = ١}{\overset{\text{ل}}{\text{مجـ}}} \text{ز}_{\text{ك}}^{٢} \qquad (٥ـ٤٨)$$

فاذا استخدمنا نظرية الاحتمالات ، وعوضنا بقيم م = ن ب ،

ع = $\sqrt{\text{ن ب ف}}$ فى العلاقة (٥ـ٤٧) فاننا نحصل على :

$$\text{كا}^{٢} = \underset{\text{ك} = ١}{\overset{\text{ل}}{\text{مجـ}}} \frac{(\text{س}_{\text{ك}} - \text{ن ب})^{٢}}{\text{ن ب ف}} \qquad (٥ـ٤٩)$$

وبقسمة العلاقة السابقة على ف^{٢} بسطا ومقاما نحصل على :

$$\text{كا}^{2} = \underset{\text{ك}=1}{\overset{\text{ل}}{\text{مجـ}}} \frac{\left(\frac{\text{س}_{\text{ك}}}{\text{ق}} - \text{ن}\,\frac{\text{ب}}{\text{ق}}\right)^{2}}{\text{ن}\,\frac{\text{ب}}{\text{ق}}} \qquad (\text{ص}-٥٠)$$

وبوضع $\frac{\text{س}_{\text{ك}}}{\text{ق}}$ = ظ ، $\frac{\text{ن ب}}{\text{ق}}$ = ق نحصل على العلاقة العامة لقيمة "كا^{2}" وهى :

$$\text{كا}^{2} = \text{مجـ} \frac{(\text{ظ} - \text{ق})^{2}}{\text{ق}} \qquad (\text{ص}-٥١)$$

$$\text{دح} = (\text{ك} - 1)(\text{ر} - 1) \quad ، \quad \text{ك} > 1 \quad ، \quad \text{ر} > 1$$

حيث ظ القيمة الفعلية الملحوظة .

اما ق فتعبر عن القيمةالمتوقعة .

ك عدد عناصر الصف ،

ر عدد عناصر العمود فى مصفوفة توزيع كا^{2} .

مثال : فى دراسة للاتجاه نحو تأنيث اعضاء هيئة التدريس بالتعليم فى المرحلة الاولى كانت اجابة عينة البحث المكونة من المدرسين والمدرسات وطلبة وطالبات مدرسة اعداد المعلم كما فى الجدول الاتى :

الجدول رقم (ص-٦) النتائج الفعلية

البيان	موافق بشده	موافق	متردد	غيرموافق	غيرموافق بشده	الجمله
مدرسون	٧٠	٩٠	٦٥	٧٥	٥٠	٣٥٠
مدرسات	١١٠	١٧٠	١٠	٤٠	٢٠	٣٥٠
طلبه	١٥٠	٩٠	٤٠	٣٠	٤٠	٣٥٠
طالبات	١٢٠	١٠٠	٣٠	٦٠	٤٠	٣٥٠
الجملة	٤٥٠	٤٥٠	١٤٥	٢٠٥	١٥٠	١٤٠٠

والمراد من الجدول السابق ايجاد دلالة الفرق بين الجنسين .

الحل :

الجدول السابق يبين القيم الفعلية التى حصلت عليها الباحثة ، والمراد ايجاد القيم المتوقعة حتى يمكن استخدام مقياس "كا٢".

وبلايجاد القيم المتوقعة نكون الجدول (٥-٧) الذى تتحدد عناصره من العلاقة :

$$\text{ف ق ك ر} = \frac{\text{(مجموع الصف ك)(مجموع العمود ر)}}{\text{المجموع العام}} \qquad (٥-٥٢)$$

الجدول رقم (٥-٧) النتائج المتوقعة

البيان	موافق بشدة	موافق	متردد	غير موافق	غير موافق بشدة	الجملة
مدرسون	١١٢٫٥	١١٢٫٥	٣٦٫٢٥	٥١٫٢٥	٣٧٫٥	٣٥٠
مدرسات	١١٢٫٥	١١٢٫٥	٣٦٫٢٥	٥١٫٢٥	٣٧٫٥	٣٥٠
طلبة	١١٢٫٥	١١٢٫٥	٣٦٫٢٥	٥١٫٢٥	٣٧٫٥	٣٥٠
طالبات	١١٢٫٥	١١٢٫٥	٣٦٫٢٥	٥١٫٢٥	٣٧٫٥	٣٥٠
الجملة	٤٥٠	٤٥٠	١٤٥	٢٠٥	١٥٠	١٤٠٠

من الجدول السابق نكون الجدول (٥-٨) .

الجدول (٥ ـ ٨) .. ..

ظ	ق	ظ ـ ق	$\frac{(ظ - ق)^2}{ق}$
٧٠	١١٢ر٥	-٤٢ر٥	١٦ر٠٦
٩٠	١١٢ر٥	-٢٢ر٥	٤ر٥
٦٥	٣٦ر٢٥	٢٨ر٧٥	٢٢ر٨
٧٥	٥١ر٢٥	٢٣ر٧٥	١١ر٠١
٥٠	٣٧ر٥	١٢ر٥	٤ر١٧
١١٠	١١٢ر٥	-٢ر٥	٠ر٠٦
١٧٠	١١٢ر٥	٥٧ر٥	٢٩ر٣٩
١٠	٣٦ر٢٥	-٢٦ر٢٥	١٩ر٠١
٤٠	٥١ر٢٥	-١١ر٢٥	٢ر٤٧
٢٠	٣٧ر٥	-١٧ر٥	٨ر١٧

ظ	ق	ظ ـ ق	$\frac{(ظ - ق)^2}{ق}$
١٥٠	١١٢ر٥	٣٧ر٥	١٢ر٥٠
٩٠	١١٢ر٥	-٢٢ر٥	٤ر٥٠
٤٠	٣٦ر٢٥	٣ر٧٥	٠ر٣٩
٣٠	٥١ر٢٥	-٢١ر٢٥	٨ر٨١
٤٠	٣٧ر٥	٢ر٥	٠ر١٧
١٢٠	١١٢ر٥	٧ر٥	٠ر٥٠
١٠٠	١١٢ر٥	-١٢ر٥	١ر٣٩
٣٠	٣٦ر٢٥	-٦ر٢٥	١ر٠٨
٦٠	٥١ر٢٥	٨ر٧٥	١ر٤٩
٤٠	٣٧ر٥	٢ر٥	٠ر١٧

من الجدول رقم (٥ـ٨) يمكن ايجاد قيمة $كا^2$ حيث :

$$كا^2 = مجـ \frac{(ظ - ق)^2}{ق} = ١٤٨ر٦٤$$

ولايجاد دلالة $كا^2$ نوجد عدد درجات الحرية من العلاقة :

$$دح' = (ك - ١)\ (ر - ١)$$

$$= (٥ - ١)\ (٤ - ١) = ٤ \times ٣ = ١٢$$

من الملحق رقم (٥) نجد أن قيمة $كا^2$ ذات دلالة احصائية عند ٠٠١ر٠ أى أنه يوجد فارق دو دلاله احصائية عند ٠٠١ر٠ بين النتائج الحقيقة والنتائج المتوقعة للاتجاة نحو تأنيث اعضاء هيئة التدريس فى المرحلة الاولى .

ويمكن التوصل الى نفس النتيجة المستخلصة بالعلاقة (٥-٥١) اذا استخدمنا العلاقة المستنتجة من الاجراءات التالية :

حيث أن مجـ ظ = مجـ ق = ن′

أذن من العلاقة (٥-٥١) نحصل على :

$$\text{كا}^2 = \text{مجـ} \left(\frac{\text{ظ}^2 - 2\,\text{ق ظ} + \text{ق}^2}{\text{ق}}\right) = \text{مجـ} \left(\frac{\text{ظ}^2}{\text{ق}}\right) - 2\,\text{مجـ ظ} + \text{مجـ ق}$$

$$\text{كا}^2 = \text{مجـ} \left(\frac{\text{ظ}^2}{\text{ق}}\right) - 2\,\text{ن}' + \text{ن}'$$

$$\therefore \quad \text{كا}^2 = \text{مجـ} \left(\frac{\text{ظ}^2}{\text{ق}}\right) - \text{ن}' \qquad (٥\text{-}٥٣)$$

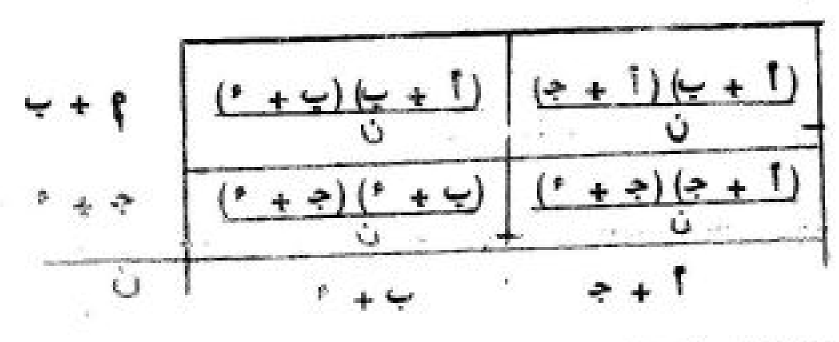
ولقد توصل الكثير من الباحثين والعلماء في الرياضيات والاحصاء الى علاقات (٩٨ : ٢١٩ - ٢٣٦) اكثر سهولة لايجاد كا^2.. فعلى سبيل المثال اذا كانت المتغيرات التى لدينا تمثل مصفوفة من الرتبة ٢ × ٢ (جدول ذو صفين وعمودين) ، فانه يمكن استنتاج كا^2 من الاجراءات التالية :

نفترض ان المتغيرات يمكن تمثيلها بالمصفوفة الموضحة بالشكل (٥-١١) :

أ	ب	أ + ب
جـ	ء	جـ + ء
أ+جـ	ب+ء	ن

الشكل التوضيحي (٥-١١)

فاننا نستطيع تكوين مصفوفة العناصر المتوقعة والموضحة بالشكل (٥-١٢) :



الشكل التوضيحي (٥ - ١٢) .

بالتعويض من المصفوفتين السابقتين في العلاقة (٥-٥٣)، نحصل على :

$$كا^{٢} = \frac{ن\,أ^{٢}}{(أ + ب)(أ + جـ)} + \frac{ن\,ب^{٢}}{(أ + ب)(ب + ء)} + \frac{ن\,جـ^{٢}}{(أ + جـ)(جـ + ء)}$$

$$+ \frac{ن\,ء^{٢}}{(ب + ء)(جـ + ء)} - ن$$

$$= \frac{ن(أ^{٢}(ب+ء)(جـ+ء) + ب^{٢}(أ+جـ)(جـ+ء) + جـ^{٢}(أ+ب)(ب+ء) + ء^{٢}(أ+ب)(أ+جـ))}{(أ + ب)(أ + جـ)(ب + ء)(جـ + ء)}$$

$$- ن$$

وبتوحيد المقامات والاختصار نحصل على :

$$كا^{٢} = \frac{ن(ب^{٢}جـ^{٢} - ٢\,أ\,ب\,جـ\,ء + أ^{٢}ء^{٢})}{(أ + ب)(أ + جـ)(ب + ء)(جـ + ء)}$$

$$\therefore \; كا^{٢} = \frac{ن(ب\,جـ - أ\,ء)^{٢}}{(أ + ب)(أ + جـ)(ب + ء)(جـ + ء)} \qquad (٥-٥٤)$$

وعندما تكون ن = أ + ء فان قيمة كا^{٢} تعطى بالعلاقة

$$كا^{٢} = \frac{(أ - ء)^{٢}}{أ + ء} \qquad (٥-٥٥)$$

وإذا كانت المصوفة مكونة من ٢ × ك فان كا² تعطى بالعلاقة :

$$كا^2 = \frac{ن^2}{أ´ ب´} \left(مجـ \left(\frac{ب^2}{أ + ب} \right) - \frac{ب´^2}{أ´ + ب´} \right) \qquad (م-٥٦)$$

حيث :

أ´ = مجـ أ ، ب´ = مجـ ب

واما اذا كانت المتغيرات تمثل مصفوفة من الرتبة ك × ل كما هو موضح بالمصفوفة (م-١٣) .

	١	٢		ل - ١	ل	
١	أ١١	أ٢١	------	أل-١	أل	ن١
٢	أ١٢	أ٢٢	------	أ٢ل-١	أ٢ل	ن٢
⋮	⋮					⋮
ك - ١	أك-١١	أك-٢١		أك-١ل-١	أك-١ل	نك-١
ك	أك١	أك٢		أك ل-١	أك ل	نك
المجموع	ن´١	ن´٢	------	ن´ل-١	ن´ل	ن´

المصفوفة (م-١٣)

ولسهولة حساب كا² فى هذه الحالة يمكن تكوين المصفوفة (م-١٤) والتى تتكون من عناصر المصفوفة السابقة بعدتربيعها وقسمة كل عنصر

($\frac{أ^2_{رف}}{ن´_و}$) كما هو موضح :

	١	٢	--------- ل	المجمـوع
١	$أ^{٢}_{١١}/ن'_{١}$	$أ^{٢}_{٢١}/ن'_{٢}$	------ $أ^{٢}_{١ل}/ن'_{ل}$	$مج_{و}(أ^{٢}_{١و}/ن'_{و})$
٢				
⋮	⋮			⋮
ك	$أ^{٢}_{ك١}/ن'_{١}$	$أ^{٢}_{ك٢}/ن'_{٢}$	------ $أ^{٢}_{كل}/ن'_{ل}$	$مج_{و}(أ^{٢}_{كو}/ن'_{و})$

المصفوفـــة (٥-١٤)

وتتحدد قيمة كا^{٢} من العلاقة : (٩٨ : ٢٣١)

$$كا^{٢} = ن' \left(\frac{مج_{و}\ أ^{٢}_{١و}/ن'_{و}}{ن_{١}} + ... + \frac{مج_{و}\ أ^{٢}_{كو}/ن'_{و}}{ن_{ك}} - ١ \right)$$

.... (٥-٥٧)

حيث و = ١ ، ٢ ، ... ، ل

واخيرا يمكن استخدام صيغة فريدمان "Friedman" فى ايجاد قيمة كا^{٢} للرتب ، وتتحدد كا^{٢} من العلاقـــة (٩ : ٢٤٧) .

$$كا^{٢} = \frac{١٢}{ن\ ك\ (ك + ١)}\ مج\ (ج_{ر})^{٢} - ٣ن\ (ك + ١) \qquad (٥-٥٨)$$

حيث ك عدد الاعمدة ، $ج_{ر}$ مجموع العمود الرائى

ن عدد افراد العينة ..

مثال : باستخدام كا^{٢} اوجد مدى دلالة الفرق بين التكاليف الفعلية والتكاليف المتوقعة لطلاب الكليات المعطاه بالجدول (٥-٩) :

"مثال افراضى"

الجدول رقم (٥-٩)

العام الجامعى	متوسط تكلفة الطالب السنوية بكلية						
	الطب	الهندسة	العلوم	التجارة	الزراعة	التربية	الحقوق
١٩٦٧/٦٦	٣٢٠	٤٠٥	٢٩٥	٨٠	١٣٠	١١٠	٧٥
١٩٦٨/٦٧	٢٩٥	٣٨٠	٢٧٠	٦٠	١١٥	٩٠	٧٠
١٩٦٩/٦٨	٣١٥	٣٩٥	٣٠٥	٧٥	١٢٥	١١٥	٧٠
١٩٧٠/٦٩	٣٥٠	٤٣٠	٣٣٥	١١٠	١٤٠	١٣٠	٨٠
١٩٧١/٧٠	٣٦٥	٤٥٠	٣٦٠	١١٠	١٦٠	١٦٠	١٠٠
١٩٧٢/٧١	٤٠٠	٥٠٠	٣٩٠	١١٠	١٧٠	١٦٠	١١٠
١٩٧٣/٧٢	٤٥٠	٥٣٠	٤٢٠	١٤٠	٢٠٠	١٩٠	١٣٠
١٩٧٤/٧٣	٣٩٠	٤٥٠	٣٦٠	١٠٠	١١٥	١١٥	٧٥
١٩٧٥/٧٤	٤٩٠	٤٨٠	٣٩٠	١٣٠	١٤٥	١٦٥	١٠٠
١٩٧٦/٧٥	٤٦٠	٥٣٠	٤٣٠	١٤٥	١٦٠	١٨٥	١٢٠
١٩٧٧/٧٦	٥٩٠	٥٨٥	٤٧٠	١٦٠	١٨٠	٢٠٠	١٥٠
١٩٧٨/٧٧	٦٥٠	٦٤٥	٥٢٠	١٧٥	٢٠٠	٢٢٠	١٦٥
١٩٧٩/٧٨	٦٦٠	٧٠٥	٥٧٠	١٩٥	٢٢٠	٢٤٥	١٨٥
١٩٨٠/٧٩	٦٨٠	٧٧٥	٦٣٠	٢١٥	٢٤٠	٢٧٠	٢١٠
١٩٨١/٨٠	٧٥٠	٨٤٥	٧٠٠	٢٢٥	٢٧٠	٣١٠	٢٢٥
١٩٨٢/٨١	٨٣٠	٩٢٠	٧٧٠	١٨٥	٣٠٠	٣٥٠	٢٨٠
١٩٨٣/٨٢	٩١٠	١٠٠٠	٨٤٠	٢٤٠	٣٢٥	٤٠٠	٣٢٠

الحل

لحل هذا المثال نقوم بترتيب كل نصف ترتيبا تصاعديا كما هو موضح بالجدول (٥ - ١٠) .

الجدول رقم (٥-١٠)

العام الجامعي	الطب	الهندسة	العلوم	التجارة	الزراعة	التربية	الحقوق
٩٦٧/٦٦	٦	٧	٥	٢	٤	٣	١
٩٦٨/٦٧	٦	٧	٥	١	٤	٣	٢
٩٦٩/٦٨	٦	٧	٥	٢	٤	٣	١
٩٧٠/٦٩	٦	٧	٥	٢	٤	٣	١
٩٧١/٧٠	٦	٧	٥	٢	$٣\frac{١}{٢}$	$٣\frac{١}{٢}$	١
٩٧٢/٧١	٦	٧	٥	$١\frac{١}{٢}$	٤	٣	$١\frac{١}{٢}$
٩٧٣/٧٢	٦	٧	٥	٢	٤	٣	١
٩٧٤/٧٣	٦	٧	٥	٢	$٣\frac{١}{٢}$	$٣\frac{١}{٢}$	١
٩٧٥/٧٤	٧	٦	٥	٢	٣	٤	١
٩٧٦/٧٥	٦	٧	٥	٢	٣	٤	١
٩٧٧/٧٦	٧	٦	٥	٢	٣	٤	١
٩٧٨/٧٧	٧	٦	٥	٢	٣	٤	١
٩٧٩/٧٨	٦	٧	٥	٢	٣	٤	١
٩٨٠/٧٩	٦	٧	٥	٢	٣	٤	١
٩٨١/٨٠	٦	٧	٥	$١\frac{١}{٢}$	٣	٤	$١\frac{١}{٢}$
٩٨٢/٨١	٦	٧	٥	٢	٣	٤	١
٩٨٣/٨٢	٦	٧	٥	٢	٣	٤	١
المجموع							
$ج_ر$	١٠٥	١١٦	٨٥	٣٢	٥٨	٦١	١٩

من الجدول

$$\text{كا}^2 = \frac{١٢}{\text{ن ك (ك + ١)}} \text{ مج } (ج_ر)^2 - ٣\text{ن (ك + ١)}$$

$$= \frac{١٢}{١٧ \times ٧ \times ٨} \left((١٠٥)^2 + (١١٦)^2 + (٨٥)^2 + (٣٢)^2 + (٥٨)^2 + (٦١)^2 + (١٩)^2\right) - ٣ \times ١٧ \, (٧ + ١)$$

$$= \frac{١٢}{١٧ \times ٧ \times ٨} \times ٤٠١٧٦ - ٤٠٨ = ٩٨{,}٤٢$$

$$\text{د ح} = \text{ك} - ١ = ٧ - ١ = ٦$$

من الملحق رقم (٥) نلاحظ ان $كا^2$ ذات دلالة احصائية عند ٠٠١ر٠ .

ولاهمية استخدام $كا^2$ فى مجالات البحث التربوى ، نناقش - بصورة مبسطه - بعض الاحتياطات التى ينبغى مراعاتها عند استخدام مقياس $كا^2$ ، ومن هذه الاحتياطات ما يلى : ٩٣ : ٤٣٣ - ٤٨٩) .

١ - ان تكون القياسات الفردية او درجات الاحداث مستقلة عن بعضها البعض ، فاذا كان كل الملاحظات المدونة بواسطة الباحث غير معتمدة امكن استخدام $كا^2$.. اما اذا كان بعض القياسات او كلها مؤثرة فى بعضها البعض فلا يصلح استخدام مقياس $كا^2$.

فعلى سبيل المثال اذا كان لدينا ١٥ مبحوثا وطبقنا عليهم نفس الاختبار أو المقياس ١٠ مرات فاننا نحصل على ١٥٠ درجة - كل فرد له ١٠ درجات - تكون فيما بينها معتمدة على بعضها البعض ، وهذا الافتقار الى الاستقلال يترتب عليه خطأ كبير اذا استخدمنا مقياس $كا^2$.

٢ - ان تكون التكرارات المتوقعة "ق" كبيرة الى حد ما . وهذا يوجد اختلاف بين الخبراء والمجربين ، فالبعض منهم يرى أنه لايوجد تكرار متوقع اقل من ٥ يمكن استخدامه فى ايجاد $كا^2$ ، والبعض الآخر يرى أنه ينبغى ان تكون ق > ١٠ ، وفريق ثالث يرى أنه ينبغى أن تكون ق = ٥ على الاقل .. ومع ذلك يفضلون أن تكون ق = ١٠ أو أزيد .

ولايوجد ادنى تضارب بين هؤلاء المفكرين على التكرارات الفعلية الملحوظة "ظ" فالحدود الدنيا

تنطبق - من وجهة نظرهم - على التكرارات المتوقعة (ق) ، علاوة على ذلك فانهم يرون انه من الافضل استخدام أى طريقة اخرى تكون ملاءمة للاعداد الصغيرة . كما يؤكدون على استخدام تصحيح "ياتس" "Yates" (٤٦) ، للسلاسل المتصلة عند استخدام المصفوفات التى رتبتها ٢ × ٢ وغيرها من العلاقات .

وفى ضوء تصحيح ياتس تأخذ العلاقات (م-٥١) ، (م-٥٤) ، (م-٥٥) الصور (م-٥٩) ، (م-٦٠) ، (م-٦١) على الترتيب .

$$كا^2_ص = مجـ \frac{(|ظ - ق| - \frac{1}{2})^2}{ق} \qquad (م-٥٩)$$

حيث |ظ - ق| تعنى مقياس (ظ - ق) أى اهمال الاشارة السالبة بعد الطرح .

$$كا^2_ص = \frac{ن\ (|أد - ب جـ| - \frac{ن}{2})^2}{(أ + ب)(جـ + د)(أ + جـ)(ب + د)} \qquad (م-٦٠)$$

واخيرا عندما تكون ن = أ + د فان

$$كا^2_ص = \frac{(|أ - د| - 1)^2}{أ + د} \qquad (م-٦١)$$

٣ - عدم اهمال التكرارات الغير بارزة .. فلو افترضنا اننا ألقينا قطعة من النقود ١٠ مرات أو ١٥ مرة فقد لا تظهر الصورة اثناء هذا العدد وقد يحدث العكس ولكن قد لا يتحقق ظهور نصف عدد المرات صورة والنصف الآخر كتابة ، فى هذه الحالة ينبغى ان نضع فى الحسبان هذه الحالات الشاذه أو الغير بارزة .

ولتوضيح الخطأ الناتج عن استخدام $كا^2$ فى حالة اهمال مثل هذه الحالات .. نفترض اننا القينا قطعة

من النقود ١٢٠ مرة وسجلنا احتمالات ظهور كل من الصورة والكتابة ، ووجدنا انه قد ظهر خلال هذا العدد ٤٥ صورة والباقى كتابة ، فانه من الخطأ حساب كا^{2} من الملاحظات ٤٥ بدون توقع التكرارات ٦٠ الذى يحتمل ظهور الصورة فيها .

فاذا اهملنا هذه القيم غير البارزة فان :

$$\text{كا}^{2} = \text{مج} \frac{(\text{ظ} - \text{ق})^{2}}{\text{ق}} = \frac{(٤٥ - ٦٠)^{2}}{٦٠} = \frac{(-١٥)^{2}}{٦٠} = ٣٫٧٥$$

من الملحق رقم (٥) نلاحظ أن كا^{2} ليست ذات دلالة احصائية حتى عند مستوى ٠٫٠٥

وفى مثل هذه الحالة نلاحظ أننا وقعنا فى خطأين : الخطأ الاكثر خطورة هو اننا اهملنا حساب التكرارات ٧٥ التى لم تظهر فيهم الصورة ، والخطأ الآخر هو اننا لم نستخدم تصحيح "ياتس" للمجموعات المتصلة فاذا راعينا ذلك كله فاننا نحصل على :

$$\text{كا}_{\text{ص}}^{2} = \text{مج} \frac{(|\text{ظ} - \text{ق}| - \frac{1}{2})^{2}}{\text{ق}}$$

$$= \frac{(|٤٥ - ٦٠| - \frac{1}{2})^{2}}{٦٠} + \frac{(|٧٥ - ٦٠| - \frac{1}{2})^{2}}{٦٠}$$

$$= \frac{(١٤\frac{1}{2})^{2}}{٦٠} + \frac{(١٤\frac{1}{2})^{2}}{٦٠} = \frac{٢١٠٫٢٥}{٦٠} + \frac{٢١٠٫٢٥}{٦٠}$$

$$= ٧$$

هذه النتيجة عند درجة حرية دح = ١ تكون ذات دلالة احصائية ليست فقط عند مستوى ٠٫٠٥ ولكن عندمستوى ٠٫٠١

٤ ـ مراعاة التكافؤ الموجود بين مج ظ ، مج ق .. فكثيرا ما يترتب على استخدام التقريب فى حساب قيم "ق" بعض الاخطاء .

فعلى سبيل المثال اذا كانت القيم الفعلية للظاهرة المدروسة كما هى موضحة بالجدول الاتى :

رقم الحالة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	المجموع
ظ	١٧	٨	١٣	٧	٩	١١	٨	١٣	٦	١٥	١٣	١٠	١٣٠

فى هذه الحالة اذا استخدمنا ق = $\frac{١٣٠}{١٢}$ ≅ ١١ فان هذا سيترتب عليه أن مجـ ق = ١٣٢ ≠ مجـ ظ ٠٠ ومن ثم ينبغى اختيار قيم ق بحيث تعطى مجـ ق = ١٣٠ ، كأن تصبح قيم ق كما هى معطاه بالجدول الاتى :

رقم الحالة	١	٢	٣	٤	٥	٦
ق	١٠ر٨	١٠ر٨	١٠ر٨	١٠ر٨	١٠ر٨	١٠ر٨

رقم الحالة	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	المجموع
ق	١٠ر٨	١٠ر٨	١٠ر٩	١٠ر٩	١٠ر٩	١٠ر٩	١٣٠

٥ - ان تكون التكرارات المتوقعة محددة تحديدا بينا وذلك لان تطبيق كا^{٢} لايصلح فى الحالات التى يوجد فيها تعارض بين التكرارات المتوقعة ٠ سواء اكان هذا التعارض ناتج عن استخدام معلومات اسميه ليس لها تكرار[١] أم كان ناتجا عن اعتماد القيم الفعلية على بعضها البعض ٠

---

(١) ملحوظة : استخدام كا^{٢} يصلح فقط فى قياس الوحدات والاعداد ٠

٦ – ينبغى تحديد عدد درجات الحرية تحديدا سليما : فاذا كانت المعلومات المعطاه فى صورة سلسلة خطية فان عدد درجات الحرية يتحدد من عدد مجموعات التكرارات الغير معتمدة مطروحا منها الواحد الصحيح . اما اذا كانت المعلومات المعطاه فى صورة مصفوفات مكونه من عمودين أو أكثر وصفين أو أكثر ، فان عدد درجات الحرية يتحدد من العلاقة :

دح = (ك – ١) (ر – ١) ..

حيث ك عدد عناصر الصف ، ر عدد عناصر العمود .

فعلى سبيل المثال اذا كانت المعلومات المعطاه فى صورة مصفوفة من الرتبة ٤ × ٥ فان عدد درجات الحرية :

دح = (ك – ١) (ر – ١)

= (٤ – ١) (٥ – ١) = ٣ × ٤ = ١٢

أو بصيغة اكثر عمومية ، نلاحظ أن عدد عناصر المصفوفة ٢٠ عنصرا ، ولكن يوجد مجموعة من القيود ، هذه القيود هى التى تجعل معلومات المصفوفة فى صورة سلسلة خطيه وهذه القيود تنطبق على صفوف واعمدة المصفوفة بحيث يمكن تمثيل الصفوف بصف واحد وكذلك الاعمدة .

وفى ضوء ذلك تصبح دح للمثال السابق فى الصورة :

دح = عددالعناصر – (عددالصفوف – ١) – (عددالاعمدة – ١) – ١

= ٢٠ – (٤ – ١) – (٥ – ١) – ١

= ٢٠ – ٣ – ٤ – ١ = ١٢

٨ – ان يراعى فى استخدام كا٢ الدقة التامة ، وذلك لان مستخدم كا٢ كثيرا ما يقع فى اخطاء حسابية قد ترجع الى استخدام قانون خاطئ ، أو اهمال تصحيح "ياتس" .

(٥–٩) ارتباط بيسرل " Biserial " :

يعتبر ارتباط بيسرل مؤشرا آخر من مؤشرات قياس العلاقة بين المتغيرات فى مجال البحث فى العلوم الاجتماعية والانسانية والتربوية . وبالرغم من أن استخدام المؤشرات الخمسة السابقة – افضل من استخدام طريقة ارتباط بيسرل ، الا ان هذه الطريقة تعتبر من المقاييس المفضلة فى قياس العلاقة بين المتغيرات المؤثرة فى بعضها البعض ، وبخاصة اذا كانت قيم احد هذه المتغيرات فى صورة متفرعة ، او مقسمة الى قسمين "ذكور – اناث ، ناجح – راسب ، مواظب – متسرب ،.."

ويرمز لمعامل ارتباط بيسرل بالرمز "ر بيسرل" أو "ر بيز" أو "ر ن بيز" والرمز الاخير يمثل معامل ارتباط بيسرل للنقط ، ويعتبر معامل ارتباط بيسرل احد مقياسين لقياس العلاقة بين المتغيرات المتشعبة والتى يكون احدها فى صورة متصلة بينما يتفرع الآخر الى فرعين او اكثر ، كأن يكون فى الصورة الموضحة بالشكل التخطيطى (٥–١٥) .

المتغير المنفصل

نعم							
لا							

مرتفع متوسط منخفض

الشكل التخطيطى (٥–١٥)

وتعتمد فكرة ارتباط بيسرل على افتراض ان قيم المتغير المتفرع فى صورة متصلة ويمكن تمثيلها بمنحنى اعتدالـــى متقطع أو اكثر طبقا لقرب أو بعد هذا التفرع وطبقا لعــدد التفرعات الموجودة ، اما بالنسبة للمتغير المتصل فلايشتـرط فيه الاعتدال (٨٧ : ٣١٢ - ٣١٣) .

وتتحدد قيمة معامل ارتباط بيسرل من العلاقة (٥٧: ٣١٨)

$$ر_{بيز} = \frac{م_{ب} - م_{ق}}{ع_{ش}} \times \frac{ب\,ق}{ص} \qquad (٥-٦٢)$$

حيث $م_{ب}$ الوسط الحسابى لقيم س بالنسبة للمجموعـة ذات المستوى المرتفع فى المتغير المتشعب .

ب نسبة الحالات فى المجموعة السابقة لجملة الحالات

$م_{ق}$ الوسط الحسابى لقيم س بالنسبه للمجموعـة ذات المستوى المنخفض فى المتغير المتشعب .

ق نسبة الحالات فى هذه المجموعة لجملة الحالات .

$ع_{ش}$ الانحراف المعيارى لعينة المتغير المتفرع .

ص ارتفاع المنحنى الاعتدالى عند النقطة الفاصلـــة بين ب ، ق .

مثال : فى بحث عن العلاقة بين مستوى الذكاء والتسرب مـــن التعليم الثانوى كانت عينة البحث كما فى الجدول الاتى :

الذكاء	٥٠-	٦٠-	٧٠-	٨٠-	٩٠-	١٠٠-	١١٠-	١٢٠-	١٣٠-	١٤٠-	المجموع
غير متسرب		٥	١٥	٥٠	١٣٥	١٥٠	١٣٠	١٠٥	٣٥	٢٥	٦٥٠
متسرب	١٠	٣٠	٢٠	٥٥	١٠٥	٨٠	٣٥	١٥	—	—	٣٥٠
الجملة	١٠	٣٥	٣٥	١٠٥	٢٤٠	٢٣٠	١٦٥	١٢٠	٣٥	٢٥	١٠٠٠

والمراد من الجدول السابق معرفة ما اذا كانت هنـــــاك علاقة بين ارتفاع مستوى الذكاء والتسرب :

الحل :

من الجدول السابق نلاحظ أن :

$م_ب$ لغير المتسربين = ١٠٨٫٨ ، $ب = \frac{٦٥٠}{١٠٠٠} = ٠٫٦٥$

$م_ق$ للمتسربـــــين = ٩٤٫١ ، $ق = \frac{٣٥٠}{١٠٠٠} = ٠٫٣٥$

$ع_ش$ = ١٧٫٦٨

من الملحق رقم (٦) حيث أن ب = ٠٫٦٥ ∴ ص = ٠٫٣٧٠٤

$$∴ \quad ر_{بيز} = \frac{م_ب - م_ق}{ع_ش} \times \frac{ب\,ق}{ص}$$

$$= \frac{١٠٨٫٨ - ٩٤٫١}{١٧٫٦٨} \times \frac{٠٫٦٥ \times ٠٫٣٥}{٠٫٣٧٠٤} = ٠٫٥١١$$

ويمكن التوصل الى النتيجة السابقة باستخدام العلاقـــة البديلة لمعامل ارتباط بيسرل ، حيث يعطى معامل الارتبـــاط فى هذه الحالة بالعلاقة : (٤١ : ٣٥٩) .

$$ر_{بيز} = \frac{م_ب - م}{ع_ش} \times \frac{ب}{ص} \qquad (٥-٦٣)$$

حيث م الوسط الحسابى للعينة المتفرعة ككل .

مثال : اوجد معامل الارتباط للمثال السابق باستخدام العلاقة (٥-٦٣)

الحل :

م للعينة المتفرعة ككل = ١٠٣٫٦٥

$$ر_{بيز} = \frac{م_ب - م}{ع_ش} \times \frac{ب}{ص} = \frac{١٠٨٫٨ - ١٠٣٫٦٥}{١٧٫٦٨} \times \frac{٠٫٦٥}{٠٫٣٧٠٤} = ٠٫٥١١$$

وهى نفس النتيجة السابقـــة

وحيث ان $م_ب = \frac{مجـ س_ب}{ن_ب}$ ، $م_ق = \frac{مجـ س_ق}{ن_ق}$

$$ع_ش = \sqrt{\frac{مجـ س^٢}{ن} - (\frac{مجـ س}{ن})^٢} = \frac{١}{ن} \sqrt{ن\ مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢}$$

∴ بالتعويض فى العلاقة (٥-٦٢) نحصل على العلاقة :

$$ر_{بيز} = \frac{ن_ق\ مجـ س_ب - ن_ب\ مجـ س_ق}{ن\ ص \sqrt{ن\ مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢}} \quad (٥-٦٤)$$

اما اذا عوضنا فى العلاقة (٥-٦٣) فاننا نحصل على العلاقة

$$ر_{بيز} = \frac{ن\ مجـ س_ب - ن_ب\ مجـ س}{ن\ ص \sqrt{ن\ مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢}} \quad (٥-٦٥)$$

أو العلاقة :

$$ر_{بيز} = \frac{ن_ق\ مجـ س - ن\ مجـ س_ب}{ن\ ص \sqrt{ن\ مجـ س^٢ - (مجـ س)^٢}} \quad (٥-٦٦)$$

مثال : باستخدام العلاقات الثلاثة السابقة اوجد معامـــل ارتباط بيسرل للمثال السابق •

الحل :

∵ $ن_{ق}$ = ٣٥٠ ، $ن_{ب}$ = ٦٥٠ ، ن = ١٠٠٠ ،

ص = ٣٧٠٤ر٠ ، $مح ك_{ب} س_{ي}$ = ٧٠٧٠٠ ،

$مح ك_{ق} س_{ق}$ = ٣٢٩٥٠ ، مح ك س = ١٠٣٦٥٠ ،

مح ك $س^{٢}$ = ١١٠٥٦٠٠٠ .

من العلاقة (٥-٦٤) نحصل على :

$$ر_{بيز} = \frac{ن_{ق}\ مح\ ك_{ب}\ س_{ب} - ن_{ب}\ مح\ ك_{ق}\ س_{ق}}{ن\ ص \sqrt{ن\ مح\ ك\ س^{٢} - (مح\ ك\ س)^{٢}}}$$

$$= \frac{٣٥٠ \times ٧٠٧٠٠ - ٦٥٠ \times ٣٢٩٥٠}{١٠٠٠ \times ٣٧٠٤ \sqrt{١٠٠٠ \times ١١٠٥٦٠٠٠ - (١٠٣٦٥٠)^{٢}}}$$

= ٥٠٨ر٠

ومن العلاقة (٥-٦٥) نحصل على :

$$ر_{بيز} = \frac{ن\ مح\ ك_{ب}\ س_{ب} - ن_{ب}\ مح\ ك\ س}{ن\ ص \sqrt{ن\ مح\ ك\ س^{٢} - (مح\ ك\ س)^{٢}}}$$

$$= \frac{١٠٠٠ \times ٧٠٧٠٠ - ٦٥٠ \times ١٠٣٦٥٠}{١٠٠٠ \times ٣٧٠٤ر٠ \sqrt{١٠٠٠ \times ١١٠٥٦٠٠٠ - (١٠٣٦٥٠)^{٢}}}$$

= ٥٠٨ر٠

ومن العلاقة (٥-٦٦) نحصل على :

$$\text{ر}_{\text{بيز}} = \frac{\text{ن مج ك س}_{\text{ق}} - \text{ن}_{\text{ق}}\ \text{مج ك س}}{\text{ن ص}\sqrt{\text{ن مج ك س}^{٢} - (\text{مج ك س})^{٢}}}$$

$$= \frac{٣٥٠ \times ١٠٣٦٥٠ - ١٠٠٠ \times ٣٢٩٥٠}{١٠٠٠ \times ٣٧٠٤ \sqrt{١٠٠٠ \times ١١٠٥٦٠٠٠ - (١٠٣٦٥٠)^{٢}}}$$

$$= ٠٫٥٠٨$$

واضح من النتائج الثلاثة ان العلاقات الثلاثة متكافئة .

وتشبه طريقة بيسرل لارتباط النقط طريقة بيسرل لمعامل الارتباط من حيث التعامل مع متغيرين احدهما متصل والآخر متفرع والاختلاف بينهما هو اننا افترضنا فى طريقة معامل ارتباط بيسرل ان المتغير الثانى معتدلا ومتصلا ، ولكن هذا الافتراض قد لايتحقق احيانا (٨٧ : ٣٢٨-٣٢٩) .

هذا بالاضافة الى أن التفرع فى معامل ارتباط بيسرل كان مصطنعا مما يسهم فى اعتداله واتصاله ، ولكن فى طريقة بيسرل للنقط نحن نتعامل مع تفرع حقيقى (٥٧ : ٣٢٢) كالتفرع الموجود بين الذكور والاناث ، او الطلاب وغير الطلاب ، أو المصري والاجنبى أو ... ..

والعلاقة بين معامل ارتباط بيسرل وارتباط النقط لبيسرل تتحدد بالعلاقة : (٤١ : ٣٥٩) :

$$\text{ر}_{\text{بيز}} = \text{ر}_{\text{ن بيز}} \times \frac{\sqrt{\text{ب ق}}}{\text{ص}} \qquad (٥-٦٧)$$

وبناء عليه فان :

$$\text{ر بيز} = \text{بيز} \times \frac{\text{ص}}{\sqrt{\text{ب ق}}} \qquad (\text{٥-٦٨})$$

وفى ضوء العلاقة السابقة يمكن التحويل من العلاقات الخمس (٥-٦٢) ... (٥-٦٦) الى العلاقات الخمس المقابلة الآتية :

$$\text{ر بيز} = \frac{\text{م}_{\text{ب}} - \text{م}_{\text{ق}}}{\text{ع}_{\text{ش}}} \sqrt{\text{ب ق}} \qquad (\text{٥-٦٩})$$

وتصبح العلاقة البديلة فى الصورة :

$$\text{ر بيز} = \frac{\text{م}_{\text{ب}} - \text{م}}{\text{ع}_{\text{ش}}} \sqrt{\frac{\text{ب}}{\text{ق}}} \qquad (\text{٥-٧٠})$$

ومن الاعداد الخام تصبح العلاقات الثلاث فى الصورة :

$$\text{ر بيز} = \frac{\text{ن}_{\text{ق}}\ \text{مج س}_{\text{ب}} - \text{ن}_{\text{ب}}\ \text{مج س}_{\text{ق}}}{\sqrt{(\text{ن}_{\text{ب}}\ \text{ن}_{\text{ق}})(\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2})}} \qquad (\text{٥-٧١})$$

أو

$$\text{ر بيز} = \frac{\text{ن مج س}_{\text{ب}} - \text{ن}_{\text{ب}}\ \text{مج س}}{\sqrt{(\text{ن}_{\text{ب}}\ \text{ن}_{\text{ق}})(\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2})}} \qquad (\text{٥-٧٢})$$

أو

$$\text{ر بيز} = \frac{\text{ن}_{\text{ق}}\ \text{مج س} - \text{ن مج س}_{\text{ق}}}{\sqrt{(\text{ن}_{\text{ب}}\ \text{ن}_{\text{ق}})(\text{ن مج س}^{2} - (\text{مج س})^{2})}} \qquad (\text{٥-٧٣})$$

ثال : يبين الجدول (٥-١١) العلاقة بين نسبة درجات الطلاب
، المواد الاساسية ومادة التربية العسكرية لعينة طلابيـــــة
تيرت بطريقة عشوائية من الفرقة الاولى بجامعة أســـــيوط
، العام الجامعى ٧٨/٧٩ والمراد ايجاد معامل ارتباط النقط .

الجدول (٥-١١)

مواد اساسية	٥٣	٧٧	٣٨	١٤	٥١	٤٩	٨١	٧٥
تربية عسكرية	ناجح	ناجح	مقصر	مقصر	مقصر	ناجح	ناجح	مقصر

٨٣	٨٥	٦٥	٦٧	٧٨	٥٩	٤٦	٣٨	٦٤	٦٣	٧١	٨٠
ناجح	ناجح	ناجح	مقصر	مقصر	ناجح	مقصر	ناجح	ناجح	مقصر	مقصر	ناجح

الحل :

من الجدول السابق يمكن تكوين الجدول (٥-١٢) وذلك بجعل العمود الاول للتربية العسكرية ، مع وضع الرقم "١" للدلالة على أن الطالب ناجح، والرقم "٠" للدلالة على أن الطالب راسب أو مقصر.

الجدول (٥-١٢)

التربية العسكرية	$س_ب$	$س_ق$	$س$	$س^2$
١	٥٣		٥٣	٢٨٠٩
١	٧٧		٧٧	٥٩٢٩
٠		٣٨	٣٨	١٤٤٤
٠		١٤	١٤	١٩٦
٠		٥١	٥١	٢٦٠١
١	٤٩		٤٩	٢٤٠١
١	٨١		٨١	٦٥٦١
٠		٧٥	٧٥	٥٦٢٥
١	٨٣		٨٣	٦٨٨٩
١	٨٥		٨٥	٧٢٢٥
١	٦٥		٦٥	٤٢٢٥
٠		٦٧	٦٧	٤٤٨٩
٠		٧٨	٧٨	٦٠٨٤
١	٥٩		٥٩	٣٤٨١
٠		٤٦	٤٦	٢١١٦
١	٣٨		٣٨	١٤٤٤
١	٦٤		٦٤	٤٠٩٦
٠		٦٣	٦٣	٣٩٦٩
٠		٧١	٧١	٥٠٤١
١	٨٠		٨٠	٦٤٠٠
المجموع	٧٣٤	٥٠٣	١٢٣٧	٨٣٠٢٥

من الجدول (٥-١٢) نلاحظ أن :

$ن_ب = ١١$ ، $ن_ق = ٩$ ، $ن = ٢٠$

$$ب = \frac{ن_ب}{ن} = \frac{١١}{٢٠} = ٠ر٥٥$$

$$ق = \frac{ن_ق}{ن} = \frac{٩}{٢٠} = ٠ر٤٥$$

$$م_ب = \frac{مجـ\ س_ب}{ن_ب} = \frac{٧٣٤}{١١} = ٦٦ر٧٣$$

$$م_ق = \frac{مجـ\ س_ق}{ن_ق} = \frac{٥٠٣}{٩} = ٥٥ر٨٩$$

$$م = مجـ\ س / ن = ١٢٣٧/٢٠ = ٦١ر٨٥$$

$$ع_س = \frac{١}{ن}\sqrt{ن\ مجـ\ س^٢ - (مجـ\ س)^٢} = \frac{١}{٢٠}\sqrt{٢٠ \times ٨٣٠٢٥ - (١٢٣٧)^٢}$$

$$= ١٨ر٠٥$$

وباستخدام أى علاقة من العلاقات (٥-٦٩) الى (٥-٧٣) ، نجد أن

$$ر_{بيز} = ٠ر٢٩٨٧$$

(٥-١٠) دلالة معاملات الارتباط :

اتضح لنا من طرق ايجاد معاملات الارتباط ان معامل الارتباط يتراوح ما بين "+١" كحد أقصى ، "-١" كحد ادنى ، وذكرنا فى الفصل السابق ان المقدار "+١" يدل على الارتباط الموجب القوى ، بينما يدل المقدار "-١" على الارتباط السالب القوى ، اما اذا كان معامل الارتباط مساويا للصفر فهذا يدل على عدم وجود ارتباط بين المتغيرات. ولكن السؤال الآن : اذا كان معامل الارتباط لا يساوى قيمة من القيم السابقة .. فما هى درجة قوة ودلالة الارتباط ؟

ويختلف الاحصائيون حول درجة قوة الارتباط ، سواء اكان هذا الاختلاف راجعا الى نوعية المتغيرات ، أوظروف التصميمات التجريبية ، أو الدعائم والأسس التى يقوم عليها الارتباط - ويمكن تقسيم هؤلاء الاحصائيون - من الناحية النظرية (١) - الى ثلاث مجموعات :

يرى الفريق الاول ان الارتباط القوى الممتاز هو ذلك الارتباط الذى تتراوح قيمته ما بين ± ٩٥ر٠ و ± ٩٩ر٠ ، اما اذا كان معامل الارتباط يتراوح ما بين (± ٩٠ر٠ و ± ٩٤ر٠) ، فها من وجهة نظرهم يعتبر ارتباطا معقولا الى حد ما ، والارتباط الضعيف هو الذى تتراوح قيمته ما بين ± ٨ر٠ و ± ٨٩ر٠ .. واخيرا اذا قلت قيمة الارتباط عن ٥ر٠ أوازدادت عن -٥ر٠ فهو ارتباط غير صالح أو لاتوجد علاقة بين المتغيرات وقيمة الارتباط الموجودة فهى من قبيل المصادفة .

---

(١) الكثيرمنهم اشترك فى المجموعات الثلاثة طبقا لظروف المتغيرات ونوعيتها وما تقوم عليه من افتراضات وأسس امثال فيشر وبيرسون وسبيرمان .

ويرى الفريق الثانى ان الارتباط القوى الممتاز هو الارتباط الذى تتراوح قيمته ما بين ± ٨ر٠ الى ٠± ٩٩ر٠ ، ويعتبرون ان الارتباط الذى تزداد قيمته عن ٦ر٠ أو تقل عن -٦ر٠ ارتباطا عاليا (بصفة عامة) والارتباط الذى تتراوح قيمته ما بين ± ٥ر٠ حتى ± ٦ر٠ ارتباطا متوسطا ، وأخيرا الارتباط الذى تتراوح قيمته ما بين - ٣ر٠ و + ٣ر٠، ارتباطا ضعيفا .

اما الفريق الثالث فيرى اختلاف دلالة قيمة الارتباط باختلاف درجات الحرية ، وذلك كما هو موضح بالملحق رقم (٧) حيث تتحدد دلالة معامل الارتباط طبقا لهذا الملحق من مقياس "ت" التى تتحدد من العلاقة :

$$ت = \frac{ر\sqrt{ن - ٢}}{\sqrt{١ - ر^٢}} \qquad (٥-٧٤)$$

حيث عدد درجات الحرية = دح = ن - ٢

وينطبق ذلك على جميع معاملات الارتباط بين متغيرين بما فيها معامل ارتباط بيرسل .

وفى حالة الارتباط الجزئى تتحدد قمية "ت" من العلاقة (١٣١ : ٢٨٨) .

$$ت = \frac{ر\sqrt{ن - ك - ١}}{\sqrt{١ - ر^٢}} \qquad (٥-٧٥)$$

حيث ك عدد المتغيرات المستقلة ، ن - ك عددالمتغيرات التابعة أو المعتمدة على بعضها وعلى المتغيرات المستقلة .

وبناء عليه فان دح = (ن - ك) - ١ = ن - ك - ١ .

وفى ضوء العلاقة (٥-٧٥) يمكن استنتاج العلاقة التى تربط قيمة "ت" بمعامل الارتباط الجزئى $\text{ر}_{\text{س}_1\text{س}_2/\text{س}_3}$ حيث :

$$\text{ت} = \frac{\text{ر}_{\text{س}_1\text{س}_2/\text{س}_3}\sqrt{\text{ن} - ٣}}{\sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{\text{س}_1\text{س}_2/\text{س}_3}}} \qquad (٥-٧٦)$$

دح = ن - ٣

اما بالنسبة للارتباط المتعدد بين ثلاثة متغيرات تتحدد قيمة "ت" طبقا لعلاقة " H.Hotelling " (٧٢ : ٢٧١-٢٨٣) أى أن قيمة "ت" تعطى بالعلاقة :

$$\text{ت} = \frac{(\text{ر}_{\text{س}_1\text{س}_2} - \text{ر}_{\text{س}_1\text{س}_3})\sqrt{(\text{ن} - ٣)(١ + \text{ر}_{\text{س}_2\text{س}_3})}}{\sqrt{٢(١ - \text{ر}^{٢}_{\text{س}_1\text{س}_2} - \text{ر}^{٢}_{\text{س}_1\text{س}_3} - \text{ر}^{٢}_{\text{س}_2\text{س}_3} + ٢\,\text{ر}_{\text{س}_1\text{س}_2}\,\text{ر}_{\text{س}_1\text{س}_3}\,\text{ر}_{\text{س}_2\text{س}_3})}}$$

..... (٥-٧٧)

حيث دح = ن - ٣

(٥-١١) التوزيعات الاعتدالية والخطأ المعيارى :

فى ختام هذا الفصل نتناول بايجاد مدى دقة وصدق المؤشرات الاحصائية التى اشرنا اليها .. ويتطلب هذا معرفة الخطأ المعيارى فى ضوء التوزيعات الاعتدالية ، ويرجع هذا الخطأ الى عدم تمثيل العينات المختارة لمجتمع الظاهرة تمثيلاتاما ، او أن الظاهرة غير متماثلة فى المجتمع مما يترتب عليه اتفاق بعض المفردات فى معظم الخصائص مقابل شذوذ مفردات اخرى .

ولما كان اهمال المفردات الشاذه يترتب عليه خطأ كبير فى النتائج البحثية ، لذا يفضل التعامل مع المجتمع ككل أو العينات الممثلة له ثم اضافة أو استئصال جزء بسيط يطلق عليه الخطأ المعيارى .

ويطلق على الحالة التى لاتأخذ فيها المفردات نفس الشكل على جانبى الوسيط لفظ "اللاتماثل Skewness " ، وتكون هذه الحالة موجبه اذا كانت قيمة المنوال اقل من الوسيط ، وكلاهما اقل من قيمة الوسط الحسابى .. اما اذا كانت قيمة الوسط الحسابى اقل من قيمة الوسيط وكلاهما اقل من قيمة المنوال فان حالة عدم التماثل تكون سالبة .

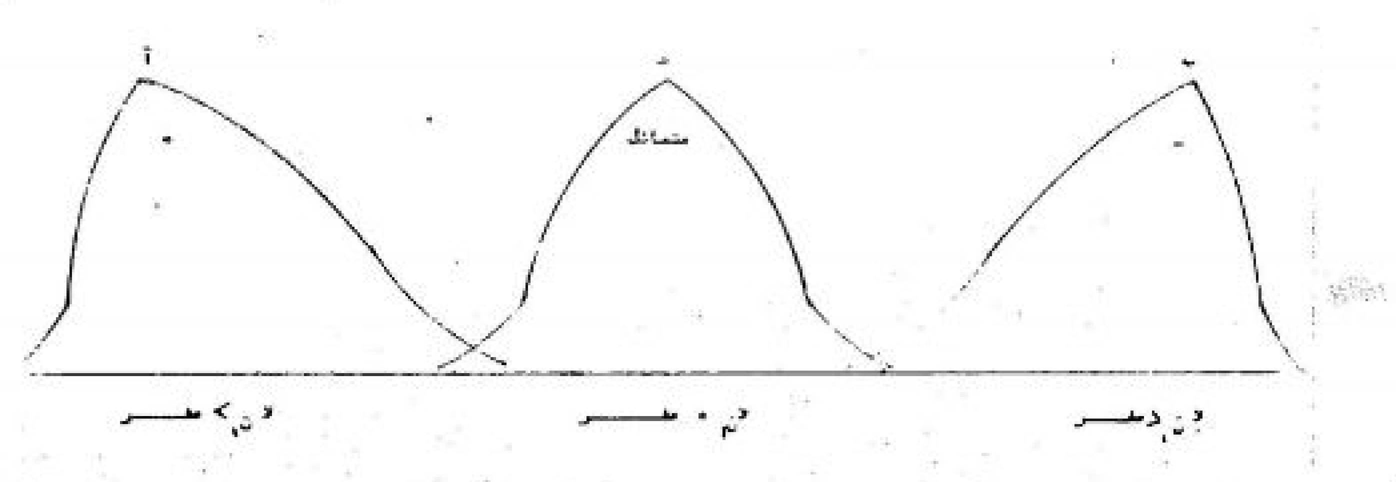
ويوجد اكثر من طريقة لقياس "اللاتماثل" فعلى سبيل المثال يمكن استخدام الدرجات الخام ، وفى هذه الحالة تتحدد قيمة "اللاتماثل" من العلاقة (٨٥ : ٣٣-٣٥) .

$$\text{لا}_{\text{ث}_1} = \frac{1}{\text{ن}}\,\text{مج}\left(\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}\right)^3 = \frac{\text{مج}\,(\text{س} - \text{م})^3}{\text{ن}\,\text{ع}^3} \qquad (٥-٧٨)$$

حيث ن عدد افراد العينة ، م الوسط الحسابى ، ع الانحراف المعيارى .

فاذا كانت قيمة ($\text{لا}_{\text{ث}_1}$) موجبه قيل أنه "لاتماثل موجب" اما اذا كانت سالبة فانه يعتبر "لاتماثل سالب" وعندما تكون $\text{لا}_{\text{ث}_1}$ مساوية للصفر فان العينة تكون متماثلة ، ويمكن توضيح ذلك بالرسم التخطيطى (٥-١٦) .

الشكل التخطيطى (ص-١٦)



اما اذا كانت المعلومات المعطاه عن العينة فى صورة فئات ، فان قيمة "$لا_{ث_1}$" تعطى بالعلاقة :

$$لا_{ث_1} = \frac{ن^2 مح\ ك\ ح^3 - 3ن (مح\ ك\ ح^2)(مح\ ك\ ح) + (مح\ ك\ ح)^3}{(ن\ مح\ ك\ ح^2 - (مح\ ك\ ح)^2)^{\frac{3}{2}}}$$

..... (ص-٧٩)

حيث ح = $\frac{س - م}{ف}$ ، ك = التكرار ، ف = طول الفئة .

وللحصول على دلالة اللاتماثل ينبغى تحديد الخطأ المعيارى فى اللاتماثل ، ويتحدد هذا الخطأ من العلاقة (٨٧ : ١٦٦) .

$$خ_{لا_{ث_1}} = \frac{٠٫٥١٨٥}{\sqrt{ن}} \quad (ص-٨٠)$$

ثم يوجد قيمة "ز" بقسمة النتيجة التي نحصل عليها من احدى العلاقتين (٥-٧٨) أو (٥-٧٩) على النتيجة التي نحصل عليها من العلاقة (٥-٨٠) ، أي أن :

$$ز = \frac{أ_{ك}}{ع_{ش}} \qquad (٥-٨١)$$

وعندما تكون -١٫٩٦ < ز < ١٫٩٦ فان قيمة اللاتماثل تعتبر غير ذات دلالة ويمكن تجاهل هذه الحالة ، ويستطيع الباحث فى ضوء هذه النتيجة ان يتعامل مع عينته كما لو كانت العينة متماثلة ، وأن كان يفضل فى مثل هذه الحالات استخدام عينة موسعة تتكون من العينة الاصلية مضافا اليها عينة مماثلة لها فى معظم المفردات للتغلب على عدم التماثل الموجود .. اما اذا كان اللاتماثل ذو دلالة احصائية عند اخذ مستويات الدلالة ٠٫٠٥ أ ، ٠٫٠١ أ ، ٠٫٠٠١ فانه يفضل استبدال العينة بعينة اخرى اكثر تماثلا : (٨٧ : ١٦٨-١٨٧) .

ويعتبر التحدب او مايطلق عليه بالاغريقى "Kurtosis" حالة اخرى من حالات اللاتماثل .. ويرجع هذا التحدب الى شذوذ بعض مفردات العينة بشكل ملحوظ عن بقية العينة ، كأن يحصل طالب على الدرجة النهائية فى امتحان حصل كل زملائه فيه على درجة اقل من ٦٠ ٪ .. أو أن ٥٠ ٪ من افراد العينة يحصلون على نفس الدرجة فى مقابل حصول البقية على الدرجات الاخرى .

وقد يأخذ هذا التحدب شكل سطح مقعر أو محدب أو مستوى كأن تتفق عدة مجموعات فى نفس عدد الافراد ، وهذه المجموعات تحصل على تقديرات متتالية .. ويقاس التحدب من العلاقة :-

(٨٥ : ٣٥ - ٣٦) .

$$\text{كيو} = \frac{1}{\text{ن}}\ \text{مج}\ \left(\frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ع}}\right)^{4} = \frac{\text{مج}\ (\text{س} - \text{م})^{4}}{\text{ن ع}^{4}} \qquad (٥-٨٢)$$

وباستخدام الفئات تصبح :

$$\text{كيو} = \frac{\text{ن}^{3}\ \text{مجك ح}^{4} - 4\text{ن}^{2}(\text{مجك ح}^{3})(\text{مجك ح}) + 6\text{ن}(\text{مجك ح}^{2})(\text{مجك ح})^{2} - 3(\text{مجك ح})^{4}}{\left(\text{ن مجك ح}^{2} - (\text{مجك ح})^{2}\right)^{2}}$$

(٥-٨٣) .....

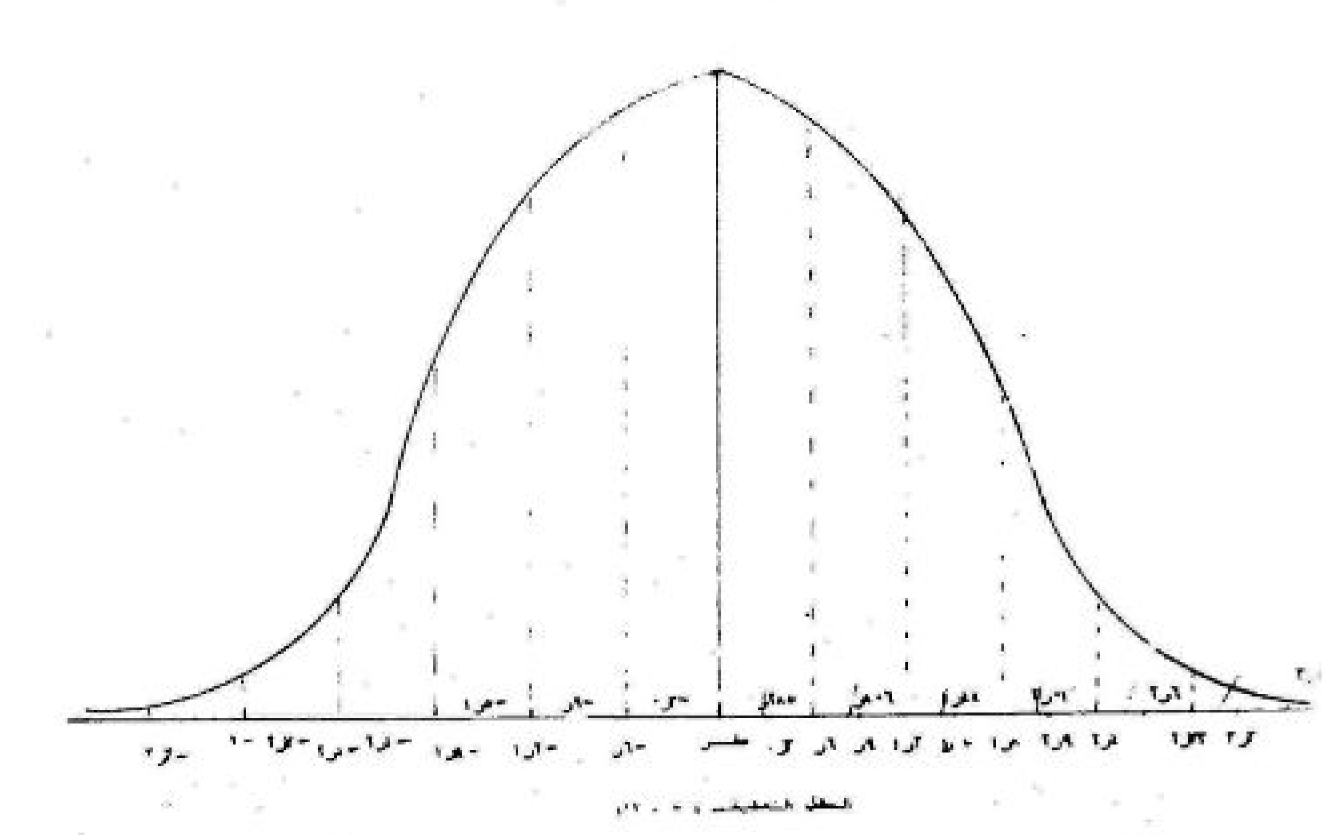
ويقال ان التوزيع اعتداليا اذا كان لا ى = صفر ، كيو = ٣ وعندما تكون كيو < ٣ فانه يقال ان التوزيع مسطحا ، اما اذا كانت كيو > ٣ فانه يقال ان التوزيع محدب او مستدق الرأس (١٣٨ : ٨٥-٨٧) .

وتتحدد دلالة التحدب من العلاقة (٨٧ : ١٧٨-١٧٩) .

$$\text{ز} = \frac{\text{كيو} - \text{كيو}_{\cdot}}{\text{الخطأ المعياري}} = \frac{\text{كيو} - ٢٦٣٢\text{ر}٠}{\frac{٢٧٧٨\text{ر}٠}{\sqrt{\text{ن}}}} \qquad (٥-٨٤)$$

فاذا كانت -٩٦ر١ < ز < ٩٦ر١ فان التحدب يكون ضعيفا ، ويمكن التعامل مع العينة المختارة دون خوف ، اما اذا كانت ز ذات دلالة فمن الافضل اختيار عينه اخرى مع علاج الحالات الفذة (الفريدة) علاجا آخر دون تعميم النتائج .

وفى الحقيقة انه بالرغم من آن الباحث قد يطمئن لعينة المختارة ويتوصل الى نتائج معينة مستخدما المقاييس والمؤشرات الاحصائية السابقة ، الا آن النتائج التى حصل عليها بها شىء من الخطأ ، ويطلق على هذا خطأ معياريا لانه ناتج عن استخدام المقاييس المعيارية المتفق عليها .



الشكل التخطيطي (م-١٧)

فعلى سبيل المثال نعلم أنه لحساب الانحراف المعياري نقوم بأخذ الجذر التربيعي لمتوسط مجموع مربعات الفروق عن الوسط الحسابي م ، واضعين في الاعتبار ان التكرارات تؤثر في منتصف كل فئة ، الا ان الواقع خلاف ذلك .. فاذا قسمنا قاعدة المنحنى الاعتدالي - مثلا - الى عشرة أو اثنا عشرة جزءا متساويا كما هو موضح بالشكل (م-١٧) وقمنا بحساب الانحراف الميعياري بالطريقة المعتادة وبطريقة المركز الفعلي لكل فئة أو جزء فاننا نحصل على :

أولا : بالنسبة لمنتصف الفئات ، من الشكل (م-١٧)

$$ع^2 = \frac{(٣ر)^2 + (٩ر)^2 + (١ر٥)^2 + (١ر٢)^2 + (٢ر٧)^2 + (٣ر٣)^2 + (-٣ر)^2 + (-٩ر)^2 + (-٥ر)^2 + (-١ر٢)^2 +}{ن - ١}$$

$$\frac{+ (-٢ر٧)^2 + (-٣ر٣)^2}{ن - ١}$$

$$= \frac{\text{٢}(\text{٠٫٠٩} + \text{٠٫٨١} + \text{٢٫٢٥} + \text{٤٫٤١} + \text{٧٫٢٩} + \text{١٠٫٨٩})}{\text{١٢} - \text{١}}$$

$$= \frac{\text{٥١٫٤٨}}{\text{١١}} = \text{٤٫٦٨} \quad \text{ومنها} \quad \text{ع} = \text{٢٫١٦٣٣}$$

ثانيا : بالنسبة للمراكز الفعلية للفئات[١] من الشكل (٥-١٧)

$$\text{ع}_{\text{ص}}^{2} = \frac{\text{٢}\left((\text{٠٫٢٨٥})^{2} + (\text{٠٫٨١٥})^{2} + (\text{١٫٤٤})^{2} + (\text{٢٫٠١})^{2} + (\text{٢٫٦})^{2} + (\text{٣٫١٩})^{2}\right)}{\text{١٢} - \text{١}}$$

$$\therefore \quad \text{ع}_{\text{ص}}^{2} = \frac{\text{٤٧٫٥٩٠٤}}{\text{١١}} = \text{٤٫٣٢٦٤}$$

ومنها $\text{ع}_{\text{ص}} = \text{٢٫٠٨}$

$\therefore$ الخطأ المعياري $= \text{ع} - \text{ع}_{\text{ص}} = \text{٢٫١٦٣٣} - \text{٢٫٠٨}$

$= \text{٠٫٠٨٣٣}$

ويطلق على هذا الخطأ تصحيح شيبرد " Sheppard "
حيث يطرح $\frac{\text{ف}^{2}}{\text{١٢}}$ من التباين الموجود للحصول على التباين الصحيح ثم الانحراف المعياري ، وطبقا لهذا التصحيح يصبح الانحراف المعياري فى الصورة :

$$\text{ع}_{\text{ص}} = \text{ف}\sqrt{\frac{\text{ن مجـ ك ح}'^{2} - (\text{مجـ ك ح}')^{2}}{\text{ن}(\text{ن} - \text{١})} - \frac{\text{١}}{\text{١٢}}} \qquad (\text{٥-٨٥})$$

حيث ف طول الفئة ، $\text{ح}' = \frac{\text{ح}}{\text{ف}} = \frac{\text{س} - \text{م}}{\text{ف}}$

---

(١) المركز الفعلى للفئة هو المركز الذى يقسم مساحة الفئة الى قسمين متساويين ، ومن ثم لايتوسط الفئة كما هو موضح بالبيانات العليا فى الشكل .

ولن نثبت كل الحالات ، ولكن سنكتفي بالاشارة الـــى التصحيح فى تسلسل مقياس ، والعلاقة الصحيحة المستخلصــة والتى سنطلق عليها لفظ "المؤشر الاحصائى" . كما هــو موضح بالجدول (م-١٣)

الجدول (م-١٣)

الخطأ المعياري فى المقاييس الاحصائية المختلفة

المقياس الاحصائى	الخطا المعيارى	المؤشر الاحصائـــى
الوسط الحسابى "م"	$\frac{ع}{\sqrt{ن}}$:(ن > ٣٠) $\frac{ع}{\sqrt{ن-١}}$:(ن ≤ ٣٠)	م ± $\frac{ع}{\sqrt{ن}}$ م ± $\frac{ع}{\sqrt{ن-١}}$
الوسيط "و"	$\frac{١٫٢٥٣٣\ ع}{\sqrt{ن}}$ (ن > ٣٠) $\frac{١٫٢٥٣٣\ ع}{\sqrt{ن-١}}$ (ن ≤ ٣٠)	و ± $\frac{١٫٢٥٣٣\ ع}{\sqrt{ن}}$ و ± $\frac{١٫٢٥٣٣\ ع}{\sqrt{ن-١}}$
المدى الاوسط "د"	$\frac{٠٫٨٨٩٢\ د}{\sqrt{ن}}$ (ن > ٣٠) $\frac{٠٫٨٨٩٢\ د}{\sqrt{ن-١}}$ (ن ≤ ٣٠)	د ± $\frac{٠٫٨٨٩٢\ د}{\sqrt{ن}}$ د ± $\frac{٠٫٨٨٩٢\ د}{\sqrt{ن-١}}$
المدى الربيعى	$\frac{١٫١٦٦٤ \times \text{المدى الربيعى}}{ن}$ $\frac{١٫١٦٦٤ \times \text{المدى الربيعى}}{\sqrt{ن-١}}$	المدى الربيعى ± $\frac{١٫١٦٦٤\ \text{المدى الربيعى}}{\sqrt{ن}}$ المدى الربيعى ± $\frac{١٫١٦٦٤\ \text{المدى الربيعى}}{\sqrt{ن-١}}$

تابع الجدول (٥-١٣)

المقياس الاحصائي	الخطأ المعياري	المؤشر الاحصائي
الرباعي الادنى الرباعي الاعلى	$\frac{\text{٢ × المدى الربيعي}}{\sqrt{\text{ن}}}$ $\frac{\text{٢ × المدى الربيعي}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$	الرباعي الادنى أو الاعلى $\pm \frac{\text{٢ × المدى الربيعي}}{\sqrt{\text{ن}}}$ الرباعي الادنى أو الاعلى $\pm \frac{\text{٢ × المدى الربيعي}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$
الانحراف المتوسط	$\frac{\text{٧٥٦ر (الانحراف المتوسط)}}{\sqrt{\text{ن}}}$ (ن > ٣٠) $\frac{\text{٧٥٦ر (الانحراف المتوسط)}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$ (ن ≤ ٣٠)	الانحراف المتوسط $\pm \frac{\text{٧٥٦ر (الانحراف المتوسط)}}{\sqrt{\text{ن}}}$ الانحراف المتوسط $\pm \frac{\text{٧٥٦ر (الانحراف المتوسط)}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$
العاشينية (ى)	$\frac{\text{ع}}{\text{ص}} \sqrt{\frac{\text{ب ق}}{\text{ن}}}$	$\text{ى} \pm \frac{\text{ع}}{\text{ص}} \sqrt{\frac{\text{ب ق}}{\text{ن}}}$
الانحراف المعياري	٧٠٧ر الخطأ المعياري للوسط الحسابي	ع ± ٧٠٧ر × الخطأ المعياري للوسط الحسابي
معامل الارتباط	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن}}}$: (ن > ٥٠ ، ر ≤ ٥ر٠) $\frac{١ - \text{ر}^{٢}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$; (ن ≤ ٥٠)	$\text{ز} = \frac{\text{ر}}{\text{الخطأ المعياري}}$ (دلالة الارتباط) أو ر ± الخطأ المعياري × ل (ل = ١، ٢، ٣)
معامل ارتباط بيسرب	$\frac{\frac{\sqrt{\text{ب ق}}}{\text{ص}} - \text{ر}^{٢}_{\text{بيز}}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$	$\text{ر}_{\text{بيز}} \pm \frac{\left(\frac{\sqrt{\text{ب ق}}}{\text{ص}} - \text{ر}^{٢}_{\text{بيز}}\right) \text{ل}}{\sqrt{\text{ن} - ١}}$
الارتباط المتعدد	$\text{ع}_{١} \sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{١٫٢٣}}$ $\frac{١ - \text{ر}^{٢}_{١٫٢٣٠٠٠\text{ن}}}{\sqrt{\text{ن} - \text{ك}}}$ حيث ن ـ ك تمثل عدد درجات الحرية	$\text{ر}_{١٫٢٣} \pm \text{ل} \, \text{ع}_{١} \sqrt{١ - \text{ر}^{٢}_{١٫٢٣}}$: (ل = ١، ٢، ٣) $\text{ر}_{١٫٢٣٠٠٠\text{ن}} \pm \text{ل} \left(\frac{١ - \text{ر}^{٢}_{١٫٢٣٠٠٠\text{ن}}}{\sqrt{\text{ن} - \text{ك}}} \right)$
صيغ تحويل ر الى ز	$\frac{١}{\sqrt{\text{ن} - ٣}}$	$\text{ز} \pm \text{ل} \left(\frac{١}{\sqrt{\text{ن} - ٣}} \right)$ حيث ل = ١، ٢، ٣ ..

الفصل السادس

تحليل التباين والتباين المشترك

أولا : تحليل التباين :-

اتضح من الفصل السابق ان مقياس " ت " يمكن استخدامه في الوقوف على دلالة الفرق بين متغيرين فقط . اما اذا زاد عدد المتغيرات الى ثلاثة (مثلا) فان هذا يتطلب استخدام مقياس " ت " ثلاث مرات بين المتغير الاول و الثاني ،وبين المتغير الثاني و الثالث ، واخيرا بين المتغير الاولوالثالث وبناء علية فاننا نتوقع صعوبة استخدام مقياس "ت" في حالة زيادة عدد المتغيرات الى أربعة أو خمسة أو.... الخ فعلى سبيل المثال اذا كان عدد المتغيرات خمسة عشر متغيرا فان هذا يتطلب تكرار تطبيق مقياس " ت " $\frac{١٤ \times ١٥}{٢}$ =١٠٥ مرة؛ وهنا يتعذر معرفة دلالة الفرق بين هذه المتغيرات بالاضافة الى الجهد الكبير الذى يبذل في مثل هذه الحالات ، لذا يفضل استخدام طرق أخرى .

ويعتبر تحليل التباين احد هذه الطرق التى يمكن بها تحديد دلالة أو عدم دلالة الفرق بين مختلف المتوسطات الحسابية للمتغيرات موضوع الدراسة .

ولقد كان "فيشر" أول من استخدم هذه الطريقة سنة ١٩٢٣ معتمدا في ذلك على العمليات الحسابية لتجزئة المجموع الكلى للمربعات الى عناصر منسجمة مع مصادر الاختلافات المميزة . ويفضل استخدام طريقة "فيشر" هذه في كل المجالات التى تكون فيها المعلومات مقاسة بطريقة كمية .

وحيث ان هذه الطريقة تعتمد على التباين ، فان هذا

يعنى اننا نقوم بايجاد مربعات انحراف قيم كل متغير عن الوسط الحسابى الخاص به ، وبايجاد متوسط مجموع الناتج نحصل على التباين أو مربع الانحراف المعيارى الذى سبق التحدث عنه فى الفصل الثالث .

ولايعتمد تحليل التباين على الانحرافات عن الوسط الحسابى فقط ، ولكن يعتمد ايضا على حجم العينه ، ولما كانت العينات مشتقة من المجتمع لذا يكن من الضرورى قسمة مجموع مربعات الانحراف على عدد درجات الحرية .

وتختلف طرق تحليل التباين باختلاف المعلومات المعطاه وسنتناول فى هذا الفصل ثلاث طرق موضحين كيفية استخدام كل طريقة بمثال عددى .

(أ) طريقة تحليل التباين فى اتجاه واحد :

وتقوم فكره هذه الطريقة على افتراض وجود عينه مكونه من ك مجموعة ، وعدد افراد هذه المجموعات $ن_1$ ، $ن_2$ ،... $ن_ك$ على الترتيب ، والمراد ايجاد دلالة الفرق بين متوسطات هذه المجموعة الخاصة بظاهرة معينه .

فعلى سبيل المثال ، اذا كنا نرغب فى تطبيق فكرة الجامعة المفتوحة ، وأمامنا اكثر من طريقة لتعميم هذة الفكرة ، كطرق المحاضرات ، أو استخدام اجهزه الفيديو و التلفزيون ، او التعليم بالمراسلة ، أو استخدام المجموعات التعليمية ، او التعليم الذاتى ..... الخ. فاننا نقوم باخذ عينه طلابية ونقسمها الى مجموعات متكافئة فى الظروف الاقتصادية ـ الاجتماعية والتعليمية ومستوى الذكاء و... ثم نطبق الطرق السابق ذكرها ، ونطبق

فى نهاية التجربة مجموعة من الاختبارات ، ونوجد دلالة الفرق بين متوسطات درجات المجموعات باستخدام تحليل التباين ، وذلك لتحديد افضل هذه الطرق .

فاذا كان عدد افراد العينه ككل ن فردا ، وعدد هذه الطرق ك طريقة ، وعدد افراد المجموعات $ن_{١}$ ، $ن_{٢}$ ،..... $ن_{ك}$ فان :-

$$ن = ن_{١} + ن_{٢} + \cdots\cdots + ن_{ك}$$

وفى حالة تساوى افراد المجموعات المختلفة ، أى

$$ن_{١} = ن_{٢} = \cdots\cdots = ن_{ك} = ن''$$

فا قيمه ن فى هذه الحالة تعطى بالعلاقة :-

$$ن = ك\,ن''$$

ويتحدد التباين الداخلى للمجموعات (٤١ :٢١٣) من العلاقة :-

$$ع_{د}^{٢} = \frac{\text{مجـ}^{ن_{١}}(س_{١} - م_{١})^{٢} + \text{مجـ}^{ن_{٢}}(س_{٢} - م_{٢})^{٢} + \cdots + \text{مجـ}^{ن_{ك}}(س_{ك} - م_{ك})^{٢}}{(ن_{١} - ١) + (ن_{٢} - ١) + \cdots\cdots + (ن_{ك} - ١)}$$

$$= \frac{\text{مجـ}^{ن_{١}}(س_{١} - م_{١})^{٢} + \text{مجـ}^{ن_{٢}}(س_{٢} - م_{٢})^{٢} + \cdots\cdots + \text{مجـ}^{ن_{ك}}(س_{ك} - م_{ك})^{٢}}{ن - ك}$$

(٦ - ١)

فاذا قمنا بايجاد تباين المتوسطات الحسابية للمجموعات عن المتوسط الحسابى للعينه ككل ، فأننا نحصل على التباين بين المجموعات (٤١ : ٢١٣) ، ويتحدد التباين بين المجموعات من العلاقة :-

$$ع_{ب}^{٢} = \frac{\sum_{ر=١}^{ك} ن_{ر} (م_{ر} - م)^{٢}}{ك - ١} \qquad (٦ - ٢)$$

وحيث انه بمكن كتابة المقدار س ـ م فى الصورة :ـ

$$س_{لر} - م = (س_{لر} - م_{ر}) + (م_{ر} - م)$$

وبتربيع الطرفيـــن نحصل على :ـ

$$(س_{لر} - م)^{٢} = (س_{لر} - م)^{٢} + (م_{ر} - م)^{٢} + ٢(س_{لر} - م_{ر}) (م_{ر} - م)$$

وبأ خذ مجموع الطرفين نحصل على :ـ

$$\sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م)^{٢} = \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م_{ر})^{٢} + \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (م_{ر} - م)^{٢}$$

$$+ \; ٢(م_{ر} - م) \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م_{ر})$$

ولكـــن $\sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م_{ر}) = $ صفر

$$\therefore \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م)^{٢} = \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م_{ر})^{٢} + \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (م_{ر} - م)^{٢}$$

$$= \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م_{ر})^{٢} + ن_{ر}(م_{ر} - م)^{٢}$$

وباخذ مجموع الطرفين لاستيعاب كل المجمـــوعات نحصـــل علـــى :ـ

$$\sum_{ر=١}^{ك} \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م)^{٢} = \sum_{ر=١}^{ك} \sum_{ل=١}^{ن_{ر}} (س_{لر} - م_{ر})^{٢} + \sum_{ر=١}^{ك} ن_{ر}(م_{ر} - م)^{٢} \qquad (٦ - ٣)$$

وتحدد العلاقة (٦-٣) العلاقة الموجودة بين مجموع مربعات انحراف قيم العينه ككل عن وسطها الحسابى ، ومجموع كل من مربعات انحرافات القيم داخل المجموعات ،ومربعات انحرافات المتوسطات ما بين المجموعات عن الوسط الحسابى للعينه ككل .

كما يلاحظ ايضا ان عدد درجات حرية العينه ككل يكافىء مجموع درجات الحرية للمجموعات ككل مضافا اليها عدد درجات الحرية الخاصة بما بين المجموعات . اى ان العلاقة بين درجات الحرية تتحدد من العلاقة :-

$$\text{ن} - ١ = (\text{ن} - \text{ك}) + (\text{ك} - ١) \qquad (٦ - ٤)$$

وتتحدد قيمه " ف " نسبة "فيشر " بقسمه العلاقة (٦ - ٢) على العلاقة (٦ - ١) أى ان :-

$$\text{ف} = \frac{\text{التباين بين المجموعات}}{\text{التباين داخل المجموعات}} = \frac{\text{ع}_{\text{ب}}^{٢}}{\text{ع}_{\text{د}}^{٢}} \qquad (٦-٥)$$

ويمكن التوصل الى نفس النتيجة باستخدام الاعداد الخاصة لقيم المتغيرات موضوع الدراسة . فاذا افترضنا ان عدد افراد المجموعة الاولى $\text{ن}_{١}$ ، وان عدد افراد المجموعة الثانية $\text{ن}_{٢}$ و ..... ، وان عدد افراد العينه رقم ك هو $\text{ن}_{\text{ك}}$ ، فانه يمكن تعريف العلاقات الاتية :(٨٧ : ٤١٢- ٤١٣)

$$\text{ع} = \text{مجـ}\,\text{س}_{١}^{٢} + \text{مجـ}\,\text{س}_{٢}^{٢} + \cdots\cdots + \text{مجـ}\,\text{س}_{\text{ك}}^{٢} \qquad (٦-٦)$$

$$\text{ى} = \frac{(\text{مجـ}\,\text{س}_{١})^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{(\text{مجـ}\,\text{س}_{٢})^{٢}}{\text{ن}_{٢}} + \cdots\cdots\cdots + \frac{(\text{مجـ}\,\text{س}_{\text{ك}})^{٢}}{\text{ن}_{\text{ك}}} \qquad (٦-٧)$$

$$ل = \frac{(\text{مجـ س}_1 + \text{مجـ س}_2 + \cdots\cdots + \text{مجـ س}_ى)^2}{ن} \quad (٦ - ٨)$$

$$\text{التباين الداخلى} = \frac{ج - ك}{ن - ك} \quad (٦ - ٩)$$

$$\text{التباين فيما بين المجموعات} = \frac{ك - ل}{ك - ١} \quad (٦ - ١٠)$$

واخيـــــرا ....

$$\text{التباين الكلى} = \frac{ج - ل}{ن - ١} \quad (٦ - ١١)$$

ويلاحظ من العلاقات الثلاثة (٦-٩) ، (٦ - ١٠) ، (٦ -١١)

ان بسط التباين الكلى يكافىء مجموع بسطى التباين الداخلى و التباين فيما بين المجموعات ، وذلك لان :-

$$(ج - ك) + (ك - ل) = (ج - ل)$$

كما ان درجات الحرية للتباين الداخلى و التباين فيما بين المجموعات يكافىء عدد درجات الحرية للتباين الكلـــى ، وذلك لان :-

$$(ن - ك) + (ك - ١) = (ن - ١)$$

وللحصول على قيمه ف نقسم العلاقة (٦ - ١٠) علـــى العلاقـــة (٦ - ٩) ، اى ان :-

$$ف = \frac{(ك - ل)\ (ن - ك)}{(ج - ك)\ (ك - ١)} \quad (٦ - ١٢)$$

وللحصول على الدلالة الاحصائية لقيمة ف نبحث عن النتيجة التى نحصل عليها فى الملحق رقم (٨) ، فاذا كانت النتيجة مساوية او اكبر من احد القيم المقابلة لدرجات الحرية ، فان قيمة ف تعتبر ذات دلالة احصائية عند المستوى المقابل لتلك القيمة .

فعلى سبيل المثال اذا كانت دح١ = ن - ك = ١٨ ، وكانت دح٢ لما بين المجموعات = ك - ١ = ١٢ فان قيمة ف تكون ذات دلالة احصائية عند ٥ ٪ اذا كانت قيمة ف محددة بالعلاقة ٢٤ر٢ ≤ ف ≤ ٣٧ر٣ ، وتكون ذات دلالة احصائية عند مستوى ١ ٪ اذا كانت ٣٧ر٣ ≤ ف ≤ ١٣ر٥ ، واخيرا تكون ذات دلالة احصائية عند مستوى ٠٠١ر٠ اذا كانت ف < ١٣ر٥ .

مثال :

قام باحث باختيار عينة طلابية عدد افرادها خمسة واربعين طالبا ، ثم قام بتقسيمها الى ثلاث مجموعات متكافئة فى كل الظروف المجموعة الاولى اعتبرها مجموعة ضابطة ، حيث طلب من كل فرد فيها ان يعمل بمفردة . و المجموعة الثانية طلب من افرادها العمل معا متعاونيين ، و المجموعة الثالثة آثار فيهم حب التنافس ، وبعد تطبيق البرنامج الدراسى طبق مجموعة من الاختبارات ، وسجل متوسط درجات كل طالب فى جدول (٦ - ١) و المراد ايجاد دلالة الفرق بين الطرق الثلاث .

الجدول رقم (٦-١)

متوسط درجات العينه كما سجلها الباحث

المجموعة الضابطة	المجموعة المتعاونه	المجموعة المتنافسة
٧١	٩١	٤٤
٩٤	٨٩	٧٢
٦٣	٧٧	٦٥
٧٠	٨٤	٥٦
٦٨	٦٩	٥٦
٨٠	٧٤	٥٠
٥٦	٦٤	٦٢
٦٤	٨٠	٧٦
٧٦	٨٨	٣٦
٥٠	٨٠	٧٢
٧٦	٧٤	٥٨
٩٨	٩٢	٦٤
٩٠	٨٦	٨٠
٧٨	٩٢	٥٢
٦٤	٩٠	٣٦

الحل

من الجدول السابق نلاحظ ان :-

$م_1$ = ٧٣ر٢ ، $م_2$ = ٨٢ ، $م_3$ = ٥٨ر٦

التبايـــن الداخلـــى للمجموعات :-

$$\text{ع}^{2}_{\text{د}} = \frac{\text{مجـ}\,(\text{س} - \text{م}_{1})^{2} + \text{مجـ}\,(\text{س} - \text{م}_{2})^{2} + \text{مجـ}\,(\text{س} - \text{م}_{3})^{2}}{\text{ن} - \text{ك}}$$

$$= \frac{٢٥٦٤{,}٤ + ١٠٤٠ + ٢٥٦٧{,}٦}{٤٥ - ٣}$$

$$= \frac{٦١٧٢}{٤٢} = ١٤٦{,}٩٥$$

التباين فيما بين المجموعات :-

$$\text{ع}^{2}_{\text{ب}} = \frac{\text{مجـ ن}\,(\text{م}_{\text{ر}} - \text{م})^{2}}{\text{ك} - ١} = \frac{١٥\ (٢٧٩{,}٣٨٦٦٧)}{٣ - ١}$$

$$= \frac{٤١٩٠{,}٨}{٢} = ٢٠٩٥{,}٤$$

$$\text{ف} = \frac{\text{ع}^{2}_{\text{ب}}}{\text{ع}^{2}_{\text{د}}} = \frac{٢٠٩٥{,}٤}{١٤٦{,}٩٥} = ١٤{,}٣$$

دح_{1} = عدد درجات الحرية للتباين الداخلى للمجموعات

$= \text{ن} - \text{ك} = ٤٥ - ٣ = ٤٢$

دح_{2} = عدد درجات الحرية للتباين بين المجموعات

$= \text{ك} - ١ = ٢$

دح = ٤٢ / ٢

من الملحق رقم (٨) نلاحظ ان قيم ف الناتجة من تقاطع العمود الثانى مع الصف ٤٠ (الاقرب للرقم ٤٢) هى
٣ر٢٣
٥ر١٨ عند المستويات الثلاثة ٥٪ ، ١٪ ، ١ر٪ ؟
٨ر٢٥

وحيث ان ف = ١٤ر٣ ∴ ب < ٠٠١ر٠

أى انه يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين الطرق الثلاثة وذلك عند مستوى دلالة ٠٠١ر٠

حل اخر :

يمكن استخدام القيم الخام للجدول (٦ – ١) فى الحصول على :-

$$ج = مج\ س_{١}^{٢} + مج\ س_{٢}^{٢} + \cdots\cdots + مج\ س_{ك}^{٢}$$

$$= ٨٢٩٣٨ + ١٠١٩٦٤ + ٥٤٠٧٧ = ٢٣٨٩٧٩$$

$$ك = \frac{(مج\ س_{١})^{٢}}{ن_{١}} + \frac{(مج\ س_{٢})^{٢}}{ن_{٢}} + \cdots\cdots + \frac{(مج\ س_{ك})^{٢}}{ن_{ك}}$$

$$= \frac{١٢٠٥٦٠٤}{١٥} + \frac{١٥١٢٩٠٠}{١٥} + \frac{٧٧٢٦٤١}{١٥}$$

$$= ٢٣٢٧٤٣$$

$$ل = \frac{(مج\ س_{١} + مج\ س_{٢} + \cdots\cdots + مج\ س_{ك})^{٢}}{ن}$$

$$= \frac{١٠٢٨٤٨٤٩}{٤٥} = ٢ر٢٢٨٥٥٢ .$$

التباين الداخلى = $\frac{ج - ك}{ن - ك}$ = $\frac{٢٣٨٩٧٩ - ٢٣٢٧٤٣}{٤٥ - ٢}$

= $\frac{٦٢٣٦}{٤٢}$ = ١٤٨ر٤٧٦

التباين بين المجموعات = $\frac{ك - ل}{ك - ١}$ = $\frac{٢٣٢٧٤٢ر٢ - ٢٢٨٥٥٢}{٣ - ١}$

= $\frac{٤١٩٠ر٨}{٢}$ = ٢٠٩٥ر٤

ف = $\frac{\text{التباين بين المجموعات}}{\text{التباين الداخلى}}$ = $\frac{٢٠٩٥ر٤}{١٤٨ر٤٧٦}$

= ١٤ر١١ .

وواضح ان قيمه ف ذات دلالة احصائية عند مستوى ٠٠١ر٠ وهى نفس النتيجة السابقة .

ملحوظة رقم (١)

بالرغم من ان النتيجة النهائية فى المثال السابق كانت واحدة الا ان قيمه ف فى الحالة الاولى كانت اكبر من قيمه ف فى الحالة الثانية ، وذلك نتيجة لاستخدام التقريب فى الحالة الاولى ، وقد يؤثر هذا التقريب فى حالات اخرى على صحة النتائج ، لذا ينبغى مراعاة مايلى عند استخدام مقياس (ف) :-

١ - انيكون توزيع مجتمعات عينات المجموعات توزيعات اعتدالية ، وذلك لان استخدام مقياس " ف " يوسس على افتراض ان توزيع مجتمعات المتغيرات موضوع

الدراسة معتدلا ، واذا لم يتحقق ذلك ينبغى استخدام تحويـلات مناسبة للحصول على توزيع اعتدالـــى .

٢ – ان تكون مجتمعات العينات المدروسة لها نفس التبايـن وذلك لانه اذا تضاعف الانحراف المعيارى لاحدها مـــرة واحدة أو اكثر ترتب عليه نوع من الشك فى دلالــــة النتـــائج .

٣ – أن يتم التأكد من صحة البيانات المجمعة عن الظاهــرة هذا بالاضافة الىالتأكد من دقة العمليات الحسابيـــة وصحه عدد درجات الحريـــة .

٤ – ان تستخدم العلاقة (٦ –١٣) و الخاصة ببعض التحويلات للتأكد من صحة النتائج التى تم الحصولعليها بالعلاقــة (٦ – ١٢) وذلك اذا كان الباحث يشك فى عدم توافـر الشروط الثلاثة السابقة (٨٧ : ٤١٦ – ٤١٩) حيـــث تتحدد قيمه ف من العلاقة .

$$\text{ف} = \frac{(\text{كَ} - \text{لَ})(\text{ن} - \text{ك})}{(\text{جَ} - \text{كَ})(\text{ك} - ١)} \qquad (٦ - ١٣)$$

حيث

$$\text{جَ} = \text{مج}(\text{س}_{١}+١)^{٢} + \text{مج}(\text{س}_{٢}+١)^{٢} + \cdots\cdots + \text{مج}(\text{س}_{\text{ك}}+١)^{٢} .$$

،

$$\text{كَ} = \frac{(\text{مج}(\text{س}_{١}+١))^{٢}}{\text{ن}_{١}} + \frac{(\text{مج}(\text{س}_{٢}+١))^{٢}}{\text{ن}_{٢}} + \cdots\cdots + \frac{(\text{مج}(\text{س}_{\text{ك}}+١))^{٢}}{\text{ن}_{\text{ك}}}$$

$$ل = \frac{(مج(س_١+١) + مج(س_٢+١) + ... + مج(س_ك+١))^٢}{ن}$$

مثال : اوجد دلالة ف باستخدام التحول من س ← س+١ للقيم المعطاه بالجدول (٦ — ١)

الحل

$$ج = مج(س_١+١)^٢ + مج(س_٢+١)^٢ + مج(س_٣+١)^٢$$

$$= ٨٥١٤٩ + ١٠٤٤٣٩ + ٥٥٨٥٠ = ٢٤٥٤٣٨ .$$

$$ك = \frac{(مج(س_١+١))^٢}{ن_١} + \frac{(مج(س_٢+١))^٢}{ن_٢} + \frac{(مج(س_٣+١))^٢}{ن_٣}$$

$$= \frac{١٢٣٨٧٦٩}{١٥} + \frac{١٥٠٠٠٢٥}{١٥} + \frac{٧٩٩٢٣٦}{١٥} = ٢٣٩٢٠٢$$

$$ل = \frac{(مج(س_١+١) + مج(س_٢+١) + مج(س_٣+١))^٢}{ن}$$

$$= \frac{(١١١٣ + ١٢٤٥ + ٨٩٤)^٢}{٤٥} = \frac{١٠٥٧٥٥٠٤}{٤٥}$$

$$= ٢٣٥٠١١٫٢ .$$

$$ف = \frac{(ك - ل)(ن - ك)}{(ج - ك)(ك - ١)} = \frac{(٢٣٩٢٠٢ - ٢٣٥٠١١٫٢)(٤٥ - ٣)}{(٢٤٥٤٣٨ - ٢٣٩٢٠٢)(٣ - ١)}$$

$$= \frac{٤١٩٠٫٨ \times ٤٢}{٦٢٣٦ \times ٢} = ١٤٫١١$$

وهى نفس قيمة ف فى الحل الثانى :-

حالة خاصة :-

اذا كانت العينه المختارة مكونه من مجموعتين فقط فان

$$ع_د^٢ = \frac{مجـ (س - م_١)^٢ + مجـ (س - م_٢)^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢} = \frac{مجـ ح_١^٢ + مجـ ح_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}$$

(٦ - ١٤)

$$ع_ب^٢ = \frac{ن_١ (م_١ - م)^٢ + ن_٢ (م_٢ - م)^٢}{٢ - ١} = ن_١ (م_١ - م)^٢ + ن_٢ (م_٢ - م)^٢$$

(٦ - ١٥)

$$ولكن \quad م = \frac{ن_١ م_١ + ن_٢ م_٢}{ن_١ + ن_٢} \qquad (٦ - ١٦)$$

وبالتعويض فى العلاقة (٦ - ١٥) و الاختصار نحصل على

$$ع_ب^٢ = \frac{(م_١ - م_٢)^٢}{\dfrac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ ن_٢}} \qquad (٦ - ١٧)$$

وبقسمة العلاقة (٦ - ١٧) على العلاقة (٦ - ١٤) نحصل على قيمة " ف " :-

$$\therefore ف = \frac{(م_١ - م_٢)^٢}{\left(\dfrac{مجـ ح_١^٢ + مجـ ح_٢^٢}{ن_١ + ن_٢ - ٢}\right)\left(\dfrac{ن_١ + ن_٢}{ن_١ ن_٢}\right)}$$

وهى نفس قيمة ف في الحل الثانى :-

حالة خاصة :-

اذا كانت العينه المختارة مكونه من مجموعتين فقط فأن

$$\text{ع}_{\text{د}}^{2} = \frac{\text{مج}\,(\text{س} - \text{م}_1)^2 + \text{مج}\,(\text{س} - \text{م}_2)^2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2} = \frac{\text{مج ح}_1^2 + \text{مج ح}_2^2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2}$$

(٦ − ١٤)

$$\text{ع}_{\text{ب}}^{2} = \frac{\text{ن}_1(\text{م}_1 - \text{م})^2 + \text{ن}_2(\text{م}_2 - \text{م})^2}{2 - 1} = \text{ن}_1(\text{م}_1 - \text{م})^2 + \text{ن}_2(\text{م}_2 - \text{م})^2$$

(٦ − ١٥)

ولكن $\text{م} = \dfrac{\text{ن}_1\,\text{م}_1 + \text{ن}_2\,\text{م}_2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}$ (٦ − ١٦)

وبالتعويض فى العلاقة (٦ − ١٥) و الاختصار نحصل على

$$\text{ع}_{\text{ب}}^{2} = \frac{(\text{م}_1 - \text{م}_2)^2}{\dfrac{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}{\text{ن}_1\,\text{ن}_2}}$$

(٦ − ١٧)

وبقسمة العلاقة (٦ − ١٧) على العلاقة (٦ − ١٤) نحصل على قيمة " ف " :-

$$\therefore \text{ف} = \frac{(\text{م}_1 - \text{م}_2)^2}{\left(\dfrac{\text{مج ح}_1^2 + \text{مج ح}_2^2}{\text{ن}_1 + \text{ن}_2 - 2}\right)\left(\dfrac{\text{ن}_1 + \text{ن}_2}{\text{ن}_1\,\text{ن}_2}\right)}$$

ت٢

(٦ - ١٨)

وذلك بالمقارنه بالعلاقـة (٥ - ٤٢)

ملحوظـة (٢)

بالرغم من ان الكثير من الاحصائيين يرون ان مهمه مقياس " ف " قاصرة على بيان دلالة الفرق بين المتغيرات ، حيث يعتبرون ان المهمه الاساسية لمقياس " ف " تشبه كل من مقياس " ت " ، " ز " الا ان بعض الاحصائيين يرون وجود خطوة تالية (٩ : ٢٨٧) .

وتتمثل الخطوة الثانية التى يخطوها الباحث - من وجهة نظر هؤلاء - عندما يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين المتغيرات موضوع الدراسة ، فى ان يقوم باختبار الفروق الموجودة بين الازواج المختلفة وذلك للوقوف على افضل ترتيب للمتغيرات .

ويعتبر "جون وتيوكى" رائد هذه الفكرة ، حيث يرى انـه ينبغى مقارنه الاوساط الفردية كخطوة مكملة لتحليل التباين ويقترح لذلك ان تتم المقارنه بين زوج المتغيرات ذات اعلى واقل متوسط حسابى (١٤٤ : ٩٩ - ١١٤) ويستخدم فى ذلك العلاقة :

$$ق = \frac{م_ب - م_غ}{\sqrt{\frac{ع_د^2}{2}\left(\frac{1}{ن_ب} + \frac{1}{ن_غ}\right)}} \qquad (٦-١٩)$$

حيث د ح = ن - ك .

، $ع^2_د$ التباين داخل المجموعات .

، $ن_ب$ عدد افراد المجموعة ذات الوسط الحسابى الاكبر $م_ب$

، $ن_غ$ عدد افراد المجموعة ذات الوسط الحسابى الاصغر $م_غ$.

وفى ضوء هذه الطريقة يمكن الوقوف على الترتيب النسبى للمتغيرات ، وذلك اذا وضعنا فى الاعتبار ان دلالة ق عند مستوى دلالة ٠١ر افضل من دلالتها عند مستوى ٠٥ر ، واخيرا دلالتها عند ٠٥ر أفضل من عدم دلالتها . ويوضح الملحق رقم (٩) القيم الحرجة لمقياس " ق " ومستويات دلالتها .

مثال باستخدام مقياس " ق " اوجد افضل الطرق فى المثال السابق .

الحل من المثال السابق

$م_1$ = ٢ر٧٣ ، $م_2$ = ٨٢ ، $م_3$ = ٦ر٥٨

∴ $م_ب$ = ٨٢ ، $م_غ$ = ٦ر٥٨

$ن_ب$ = $ن_غ$ = ١٥

$ع^2_د$ = ٩٥ر١٤٦

$$ق = \frac{م_ب - م_غ}{\sqrt{\frac{ع^2_د}{2}\left(\frac{1}{ن_ب} + \frac{1}{ن_غ}\right)}} = \frac{٨٢ - ٦ر٥٨}{\sqrt{\frac{٩٥ر١٤٦}{٢}\left(\frac{١}{١٥} + \frac{١}{١٥}\right)}}$$

= ٤٨ر٧

من الملحق رقم (٩) :-

حيث ان عدد المتوسطات الحسابية = ٣

، عدد درجات الحرية = ن ـ ك = ٤٥ ـ ٣ = ٤٢

اذن قيمه ق ذات دلالة احصائية عند مستوى ١ ٪ واذا طبقنا هذه الطريقة على $م_٢$ ، $م_١$ ، وكذلك على $م_١$ ، $م_٢$ فاننا نحصل على :-

$$ق_{١٢} = \frac{٨٢ - ٧٣٫٢}{\sqrt{\frac{١٤٦٫٩٥}{٢}\left(\frac{١}{١٥} + \frac{١}{١٥}\right)}} = ٢٫٨١$$

ويلاحظ من الملحق رقم (٩) ان قيمه $ق_{١٢}$ ليست ذات دلالة احصائية حتى عند مستوى ٥ ٪ .

واخيرا $$ق_{٣١} = \frac{٧٢٫٣ - ٥٨٫٦}{\sqrt{\frac{١٤٦٫٩٥}{٢}\left(\frac{١}{١٥} + \frac{١}{١٥}\right)}} = ٤٫٦٦$$

وقيمه ق فى هذه الحالة ذات دلالة احصائية عند مستوى ١ ٪ .

ويتضح من الحل ان طريقة التنافس هى اقل الطرق جدوى اما طريقة التعاون بالرغم من انها افضل من طريقة العمل الفردى لان دلالتها بالنسبة للطريقة الثالثة أقوى الا انة لايوجد فارق دال بينهما .

ومن المثال السابق يتضح انه اذا كانت $ن_ب = ن_غ = نَ$ فان العلاقة (٦ ـ ١٩) تاخذ الصورة

$$ق = \frac{م_ب - م_غ}{\sqrt{\frac{ع_د^2}{ن'}}} = \frac{(م_ب - م_غ)\sqrt{ن'}}{ع_د} \qquad (٦-٤)$$

(ب) طريقة تحليل التباين فى اتجاهين :-

ذكرنا فى الطريقة الاولى ان الباحث يتعامل مع عدد "ك" من المجموعات التى تحتوى كل منها على عدد محدد من الافـــراد . أما طريقة تحليل التباين فى اتجاهين فان الباحث يتعامـــل مع قسمين اساسين من المتغيرات كل قسم يحتوى على عدد معين من المجموعات التى تضم كل واحدة منها عدد من المفردات .

فعلى سبيل المثال اذا افترضنا ان باحثا يقوم بتطبيـق بحث لمعرفة قدرة الافراد على تذكر الكلمات و الاعداد ، وقام بتلقين عينه البحث مالديه من حصيلة بعد تقسيم عينته الــى قسمين من الافراد متكافئين فى الظروف المراد تثبيتها مخصصا القسم الاول لحفظ الكلمات و الآخر لحفظ الارقام العدديـــة ثم طبق على القسمين مجموعة من الاختبارات بعد يوم وبعد اسبوع ثم بعد شهر وأخيرا بعد عام .

فى هذا المثال نلاحظ ان العينه انقسمت الى قسمين كـــل قسم منها خصص لغرض معين محدد ، كما ان كل قسم تم تجزئـة نتائجه الى أربعة اجزاء كل جزء يمثل متوسط الدرجات الخاصة (باليوم أو الاسبوع أو الشهر أو العـــام) .

وبناء عليه فان تحليل التباين فى اتجاهين يستخـــدم لدراسة العلاقة الموجودة بين متغيرين غير معتمدين أو أكثـــر بالنسبة الى متغير يعتمد عليهم ، ويطلق على المتغيرات غيـــر

المعطيات بكل عوامل (مستويات) ... الحصول على شكل تخطيطي كما هو موضح بالشكل (٦-١)

المستويات	ك١	ك٢	...	كَ	...	كن	متوسطات الصفوف
م١	١١٣ ٢١٣ . . ن١٣	١٢٣ ٢٢٣ . . ن٢٣	...	١كَ٣ ٢كَ٣ . . ن كَ٣	.	١ك ن٣ ٢ك ن٣ . . ن ك ن٣	م١٠٠
م٢	١١٣ ٢١٣ . . ن١٣	١٢٣ ٢٢٣ . . ن٢٣	. . . .	. . . .	. . . .	. . . .	م٢٠٠
.	.	.	.	.	.	.	...
قَ	...	...	...	...	...	...	مَلَ٠٠
.	...	...	...	...	...	...	...
ق	...	...	...	...	...	...	م ل٠٠
متوسطات الاعمدة	م٠١٠	م٠٢٠	...	م٠كَ٠	...	م٠ك١	م

الشكل التخطيطي (٦-١)

من الشكل التخطيطي (٦ ـ ١) نلاحظ ان علاقة العنصر $\text{س}_{\text{ل}'\text{ك}'\text{هـ}'}$ بكل من الوسط الحسابي للعينه ككل م و الوسط الحسابي للصف ل' ($\text{م}_{\text{ل}'..}$) و الوسط الحسابي للعمود ك' ($\text{م}_{.\text{ك}'.}$) يمكن وضعها في الصورة :ـ

$$(\text{س}_{\text{ل}'\text{ك}'\text{هـ}'} - \text{م}) = (\text{م}_{\text{ل}'..} - \text{م}) + (\text{م}_{.\text{ك}'.} - \text{م}) + (\text{م}_{\text{ل}'\text{ك}'.} - \text{م}_{\text{ل}'..} - \text{م}_{.\text{ك}'.} + \text{م}) + (\text{س}_{\text{ل}'\text{ك}'\text{هـ}'} - \text{م}_{\text{ل}'\text{ك}'.})$$

وبتربيع الطرفين و الاختصار و التجميع على ل' ، ك' ، هـ' نحصل علـــــى :ـ

$$\sum_{\text{ل}'=1}^{\text{ل}} \sum_{\text{ك}'=1}^{\text{ك}} \sum_{\text{هـ}'=1}^{\text{هـ}} (\text{س}_{\text{ل}'\text{ك}'\text{هـ}'} - \text{م})^{2} = \text{هـ ك} \sum_{\text{ل}'=1}^{\text{ل}} (\text{م}_{\text{ل}'..} - \text{م})^{2}$$

$$+ \text{هـ ل} \sum_{\text{ك}'=1}^{\text{ك}} (\text{م}_{.\text{ك}'.} - \text{م})^{2} + \text{هـ} \sum_{\text{ل}'=1}^{\text{ل}} \sum_{\text{ك}'=1}^{\text{ك}} (\text{م}_{\text{ل}'\text{ك}'.} - \text{م}_{\text{ل}'..} - \text{م}_{.\text{ك}'.} + \text{م})^{2}$$

$$+ \sum_{\text{ل}'=1}^{\text{ل}} \sum_{\text{ك}'=1}^{\text{ك}} \sum_{\text{هـ}'=1}^{\text{هـ}} (\text{س}_{\text{ل}'\text{ك}'\text{هـ}'} - \text{م}_{\text{ل}'\text{ك}'.})^{2}$$

(٦ ـ ٢١)

فاذا قارنا هذا بالتحليل في اتجاه واحد فاننا نلاحظ ان العلاقة بين التباين الكلي و التباينات الاخرى يمكن توضيحها بالشكل التخطيطي (٦ ـ ٢)

التباين الكلى

التباين بين المجموعات

التباين داخل المجموعات
(الخطأ)

التباين بين الصفوف

التباين بين الاعمدة

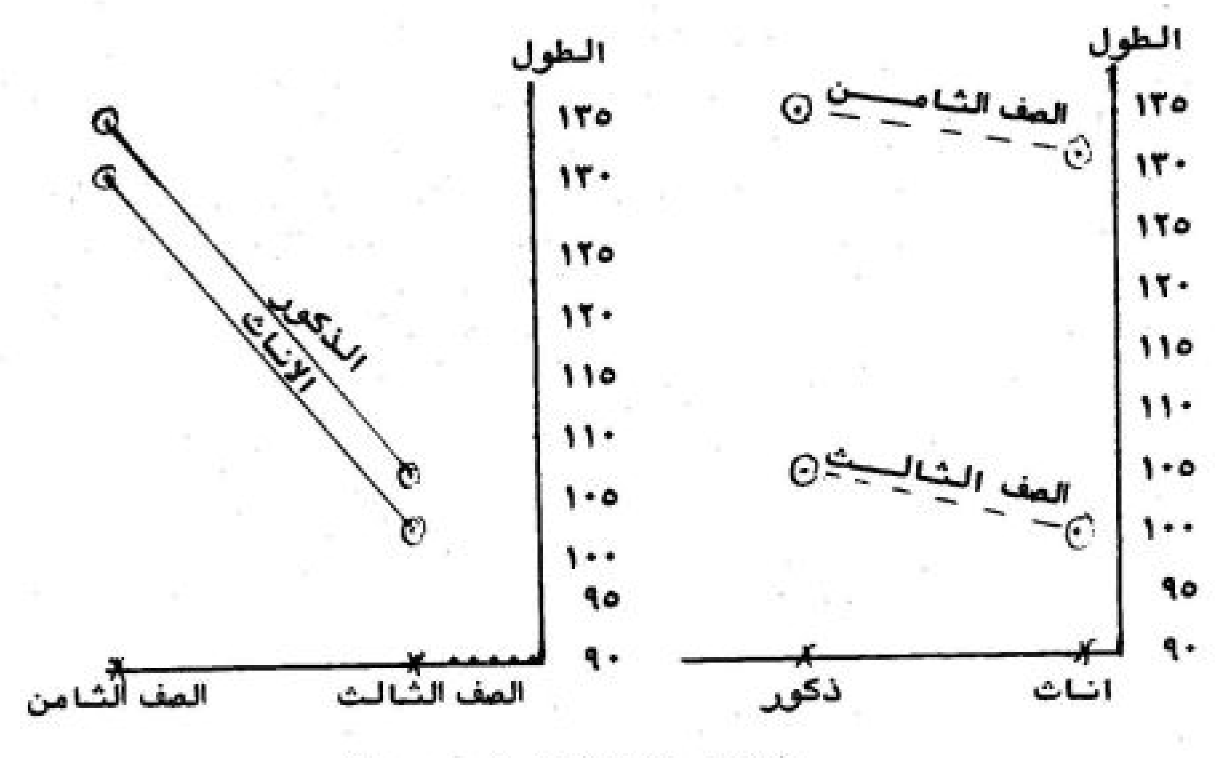
التباين المشترك
بين الاعمدة والصفوف

الشكل التخطيطى (٦-٢)

وبناء على الشكل التخطيطى (٦ – ٢) نجد ان المجموع الكلى لمربعات الفروق يحوى اربع مركبات : مركبة مابين الصفوف ، ومركبة مابين الاعمدة ومركبة مجموع المربعات المشتركة بين الصفوف و الاعمدة واخيرا مركبة مربعات الفُروق داخل المجموعات ، و التى يطلق عليها مركبة الخطأ ، وكذلك الامُر بالنسبة لعدد درجات الحرية (١٥٦ : ٢١٥ – ٢٢١)ولاتشترك كل الحالات فى المركبات الأربعة ، ففى بعض الحالات قد لاتوجد مركبة مجموع المربعات المشتركة بين الصفوف و الاعمدة (١٢٦ ٢٦٨ – ٢٧٢) فعلى سبيل المثال اذا قارنا بين متوسط طول الذكور ومتوسط طول الاناث فى الصفين الثالث و الثامن من التعليم الاساسى ، وامكن تمثيل المتوسطات الموضحة بالجدول (٦ – ٢)بيانيا كما فى الشكل (٦ – ٣) .

الجدول (٦-٢)

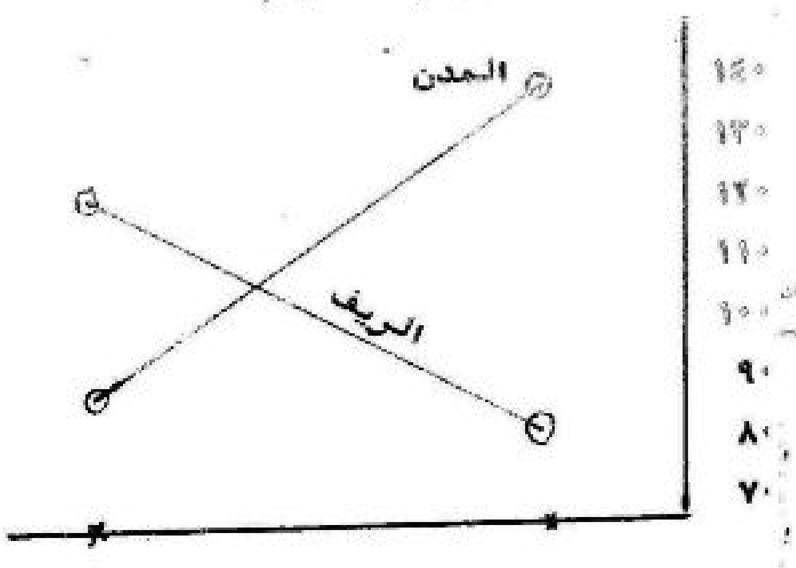
الجنس \ الصف	الثـــالـث	الثامن
ذكـــور	١٠٥	١٣٥
انـــاث	٩٩	١٣٠



الشكل التخطيطى (٦ ـ ٣)

فاننا نلاحظ من الشكل التخطيطى عدم وجود فروق مشتركة بين الذكور و الاناث أو بين الصفين الثالث و الثامن . وهذا بعكس الحالة التى يطبق فيها اختبارات ذكاء على مستوى القرية و المدينه ، حيث نلاحظ فى هذه الحالة تفوق ذكور المـــدن

على الاناث وهذا بعكس الريف ، وفي هذه الحالة تأخذ العلاقة الشكل التخطيطي (٦ - ٤)



الشكل التخطيطي (٦-٤)

وفي هذه الحالة يوجد اشتراك كامل أو تفاعل تام بين ناصر المجموعتين سواء بالنسبة للذكور و الاناث ، أم بالنسبة لمدينة و الريف .

ويهمنا في هذه المجال كيفية حساب نسبة فيشر " ف " كذلك دلالتها ، وسوف نلخص خطوات ايجاد قيمه "ف" مع التطبيق استخدام المثال التوضيحي الاتي :-

اذا افترضنا ان باحثا يرغب في تطبيق فكرة الجامعة مفتوحة فان امامه اربعة تقسيمات جغرافية : مدن صناعية - ضرية ، ومدن اقل تحضرا او نصف حضارية ، ومراكز بيرة أو قرى كبيرة ، وقرى صغيرة وكفور ونجوع ، فاذا ترضنا انه حاول تجريب طرق المحاضرات والتعليم بالمراسلة التعليم الذاتي مع هذه التقسيمات الجغرافية ، وبعد عام ، تطبيق التجربة طبق مجموعة من الاختبارات وسجل النتائج ، جدول ، و المراد الوقوف على افضل الطرق التي يمكن

استخدامها مع هذه المجموعـــات ٠

خطــوات الحــل (١٢٣ : ٤٨٨ - ٤٩٧)

(١) يقوم الباحث بتدوين المعلومات التى حصل عليها فـــى جدول كالموضح بالشكل (٦ - ١) حيث تمثل المستويـــات التوزيعات الجغرافية ... العامل الاول ، وتمثل المجموعات (محاضرات - تعليم بالمراسلة - تعليم برنامجى) العامل الثانى ، ولنفترض ان الجدول (٦-٢) يمثل متوسط الدرجـات المعطاه فى هذا المثـــال ٠

الجدول (٦ - ٢)

درجات عينة البحث

العامل الأول	العامل الثاني		
	المحاضرات	التعليم بالمراسلة	التعليم الذاتي
مدن حضرية	٢٨ ٢٤ ٢٦ ٢٦ ٢٨	١٤ ١٦ ٨ ١٤ ٨	١٢ ١٠ ١٤ ١٨ ١٦
مدن نصف حضرية	١٤ ١٢ ١٨ ١٦ ١٠	١٨ ٨ ١٦ ٨ ١٠	١٢ ٨ ٦ ١٦ ٨
مراكز وقرى كبيرة	١٦ ٦ ١٤ ١٠ ٤	١٢ ١٢ ٤ ٦ ١٦	٦ ٢ ٢ ٤ ٦
قرى ونجوع وكفور	١٢ ٨ ٤ ١٢ ٤	٨ ٢ ١٠ ٤ ٦	٨ ٤ ٤ ٢ ٢

(٢) نتبع الخطوات الست الاتية :-

(أ) نوجد مجموع درجات كل وحدة من الوحدات ، ونضع الناتج فى جدول كالموضح بالجدول (٦ - ٣)

(ب) نوجد مجموع قيم كل صف فى الجدول (٦ - ٣) وكذلك مجموع قيم كل عمود ونضع الناتج فى نفس الجدول كما هو موضح .

الجدول (٦-٣)

مجمــــوع الوحـــــدات

العامل الاول / العامل الثانى	التعليم بالمحاضرات	التعليم بالمراسلة	التعليم الذاتى	المجموع الكلى للصفوف
مدن حضريــــة	٨٠	٦٠	٧٠	٢١٠
نصف حضريــــة	٧٠	٦٠	٥٠	١٨٠
مراكز وقرى	٥٠	٥٠	٢٠	١٢٠
قرى ونجوع وكفور	٤٠	٣٠	٢٠	٩٠
مجموع الاعمدة	٢٤٠	٢٠٠	١٦٠	٦٠٠

(ج) نربع قيم الوحدات الموجودة فى الجدول السابق ثم نقسم الناتج على عدد افراد كل وحدة (ﻫ) فيصبح الناتج فى الصــورة :-

$$\frac{(٨٠)^٢}{٥} ، \frac{(٧٠)^٢}{٥} ، .... ، \frac{(٢٠)^٢}{٥}$$

(د) نربع مجموع كل صف ثم نقسم الناتج على عـــــدد العناصر التى دخلت فى مجموع الصف ، فيصبح الناتج فى الصــورة

$$\frac{(٢١٠)^2}{١٥} ، \frac{(١٨٠)^2}{١٥} ، \frac{(١٢٠)^2}{١٥} ، \frac{(٩٠)^2}{١٥} = ٢٩٤٠ ، ٢١٦٠ ،$$

٩٦٠ ، ٥٤٠ .

(هـ) نكرر الخطوة السابقة بالنسبة للاعمدة مع استبدال قسمة الناتج على عدد العناصر التى تدخل فى مجموع كل عمود فيأخذ الناتج الصورة :ـ

$$\frac{(٢٤٠)^2}{٢٠} ، \frac{(٢٠٠)^2}{٢٠} ، \frac{(١٦٠)^2}{٢٠} = ٢٨٨٠ ، ٢٠٠٠ ، ١٢٨٠$$

(و) نجمع كل قيم الجدول (٦ـ٢) وسنرمز لمجموع هـــذه القيم بالرمز ($\sum_{ر=١}^{ن} س_ر$).

$$\therefore \sum_{ر=١}^{٦٠} س = ٦٠٠$$

(٣) نتبع الخطـــوات الخمس التاليـــــة :

(أ) نربع المجموع الذى حصلنا عليه فى الخطوة (٢ـو) ثم نقسم الناتج على (هـ ل ك) اى عدد العناصـــر التى تدخل فى المجموع ، وسنرمز لهذه الخطـــــوة بالرمز (أ') حيث :ـ

$$أ' = \frac{(\sum_{ر=١}^{ن} س_ر)^2}{هـ\ ل\ ك}$$

$$\therefore أ' = \frac{(٦٠٠)^2}{٦٠} = ٦٠٠٠ .$$

(ب) مجموع قيم الخطوة (٢ ــ د) وذلك للحصول على :ــ

$$ب' = مجـ_ل \left(\frac{(مجـ_ك \; مجـ_هـ \; س_{لكهـ})^2}{هـ \; ل} \right)$$

∴ ب' = ٢٩٤٠ + ٢١٦٠ + ٩٦٠ + ٥٤٠ = ٦٦٠٠

(جـ) مجموع قيم الخطوة (٢ ــ هـ) وذلك للحصول على :ــ

$$جـ' = مجـ_ك \left(\frac{(مجـ_ل \; مجـ_هـ \; س_{لكهـ})^2}{هـ \; ك} \right)$$

∴ جـ' = ٢٨٨٠ + ٢٠٠٠ + ١٢٨٠ = ٦١٦٠ .

(د) مجموع قيم الخطوة (٢ ــ جـ) وذلك للحصول على :ــ

$$ك' = مجـ_ل \; مجـ_ك \left(\frac{(مجـ_هـ \; س_{لكهـ})^2}{هـ} \right)$$

∴ ك = ١٢٨٠ + ٩٨٠ + ٠٠٠٠٠ + ٨٠ = ٦٨٤٠

(هـ) مربع كل قيمة من قيم الجدول (٦ ــ٢) ثم نوجد مجموع هذه المربعات وذلك للحصول على :ــ

$$ى' = \sum_{ر=١}^{ن} س_ر^2$$

$$∴ ى' = \sum_{ر=١}^{٦} س_ر^2 = ٧٤٩٦$$

(٤) نوجد عدد درجات الحرية الخاصة بكل مركبة من مركبات العلاقة (٦ ــ ٢١) ، وكذلك عدد درجات الحرية الكلية ، حيث :ــ

(أ) عدد درجات الحرية للصفوف (العامل الاول) = عدد المستويات ــ ١ = ل ــ ١

∴ $د_{ح_1}$ = ل − ١ = ٤ − ١ = ٣

(ب) عدد درجات الحرية للاعمدة (العامل الثانـــــى)
= عدد المجموعات − ١

∴ $د_{ح_2}$ = ك − ١ = ٣ − ١ = ٢

(جـ) عدد درجات الحرية المشتركة بين العاملين
= (عدد الصفوف − ١) (عدد الاعمدة − ١)
= (ل − ١)(ك − ١)

∴ $د_{ح_{1\times2}}$ = (٤ − ١) (٣ − ١) = ٦

(د) عدد درجات الحرية للتباين داخل المجموعات(الخطأ)
= ل ك (هـ − ١) = ل ك هـ − ل ك
= ن − ل ك

∴ $د_{ح_د}$ = ٦٠ − ٤×٣ = ٤٨

(هـ) عدد درجات الحرية للتباين الكلى = ل ك هـ − ١
= ن − ١

∴ $د_{ح_{كلى}}$ = ن − ١ = ٦٠ − ١ = ٥٩

٥) نوجد التباين الكلى وكذلك مركبات التباين الاربعـــة وذلك من العلاقات الاتية :−

(أ) التباين الكلى :−

$$ع^2_{كلى} = \frac{ى' - أ'}{د_{ح_{كلى}}} = \frac{ى' - أ'}{ن - 1} \quad (٦-٢٢)$$

$$\therefore \bar{ع}_{كلى} = \frac{٧٤٩٦ - ٦٠٠٠}{٥٩} = \frac{١٤٩٦}{٥٩} = ٢٥٫٣٥٦$$

(ب) التباين بين الصفوف أو التباين الخاص بالعامل الأول .

$$ع_{١}^{٢} = \frac{بَ - أَ}{د ح_{١}} = \frac{بَ - أَ}{ل - ١} \qquad (٦ - ٢٣)$$

$$\therefore ع_{١}^{٢} = \frac{٦٦٠٠ - ٦٠٠٠}{٣} = \frac{٦٠٠}{٣} = ٢٠٠$$

(ج) التباين بين الاعمدة أو التباين الخاص بالعامل الثاني .

$$ع_{٢}^{٢} = \frac{جَ - أَ}{د ح_{٢}} = \frac{جَ - أَ}{ك - ١} \qquad (٦ - ٢٤)$$

$$\therefore ع_{٢}^{٢} = \frac{٦١٦٠ - ٦٠٠٠}{٢} = \frac{١٦٠}{٢} = ٨٠$$

(د) التباين المشترك بين الصفوف و الاعمدة ، اوالتباين المشترك بين العاملين :ـ

$$ع_{١×٢}^{٢} = \frac{كَ - بَ - جَ + أَ}{د ح_{١×٢}}$$

$$= \frac{كَ - بَ - جَ - أَ}{(ل - ١)\ (ك - ١)} \qquad (٦-٢٥)$$

$$\therefore ع_{١×٢}^{٢} = \frac{٦٨٤٠ - ٦٦٠٠ - ٦١٦٠ + ٦٠٠٠}{(٤ - ١)\ (٣ - ١)} = \frac{٨٠}{٦} = ١٣٫٣٣$$

(هـ) التباين الداخلى أو الخطأ

$$ع_د^٢ = \frac{ى َ - ك َ}{د ح_د} = \frac{ى َ - ك َ}{ن - ل ك} \qquad (٦-٢٦)$$

$$\therefore ع_د^٢ = \frac{٧٤٩٦ - ٦٨٤٠}{٦٠ - ١٢} = \frac{٦٥٦}{٤٨} = ١٣ر٦٧$$

(٦) نوجد قيمه ودلالة ف مع ملاحظة انه يوجد ثلاث قيم للنسبة ف هى :-

(أ) قيمة ف بالنسبة للعامل الاول أو فى حالة المستويات وتتحدد من العلاقة :-

$$ف_١ = \frac{ع_١^٢}{ع_د^٢} = \frac{(ب َ - أ َ)\ (ن - لك)}{(ى َ - ك َ)\ (ل - ١)} \qquad (٦-٢٧)$$

اى ان قيمة ف بالنسبة للمثال تتحدد من :-

$$ف_١ = \frac{ع_١^٢}{ع_د^٢} = \frac{٢٠٠}{١٣ر٦٧} = ١٤ر٦٣$$

وحيث ان د ح = ٣/٤٨

$\therefore$ من الملحق رقم (٨) نجد ان قيمه ف تصبح ذات دلالة عند ٥ ٪ اذا كانت تساوى ٢ر٨٤ ، وعند ١ ٪ اذا كانت قيمتها ٤ر٣١ ، وعند ١ر٠ ٪ اذا كانت قيمتها ٦ر٥٩ .

وبناء عليه فان قيمه $ف_١$ ذات دلالة احصائية عند مستوى دلالة ٠٠١ر ٠ أى انه يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين الحضر و الريف عند مستوى ٠٠١ر وينبغى ان يراعى الباحث هذا عند التطبيق .

(ب) قيمة (ف) بالنسبة للعامل الثاني ، اى بالنسبة للمجموعات ، وتتحدد من العلاقة :-

$$ف_{٢} = \frac{ع_{٢}^{٢}}{ع_{د}^{٢}} = \frac{(\bar{ج} - \bar{أ})\ (ن - ل\ ك)}{(\bar{ى} - \bar{ك})\ (ك - ١)} \qquad (٦-٢٨)$$

ومنهـــــا

$$ف_{٢} = \frac{ع_{٢}^{٢}}{ع_{د}^{٢}} = \frac{٨٠}{١٣٫٦٧} = ٥٫٨٥$$

وحيث ان د ح = ٢/٤٨

∴ من الملحق رقم (٨) نجد ان $ف_{٢}$ ذات دلالة احصائية عند مستوى ١ ٪ اى انه يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين الطرق الثلاثة وينبغى البحث على افضل هذه الطرق بنفس الطريقة المتبعة فى الملحوظة رقم (٢) اى باستخدام مقياس "ف" للنسب الحرجة .

(جـ) قيمه ف بالنسبة للعاملين معا ، اى بالنسبة للمستويات و المجموعات ، وتتحدد من العلاقة :-

$$ف_{١×٢} = \frac{ع_{١×٢}^{٢}}{ع_{د}^{٢}} = \frac{(\bar{ك} - \bar{ب} - \bar{ج} + \bar{أ})\ (ن - ل\ ك)}{(\bar{ى} - \bar{ك})\ (ل - ١)\ (ك - ١)} \qquad (٦-٢٩)$$

$$ف_{١×٢} = \frac{ع_{١×٢}^{٢}}{ع_{د}^{٢}} = \frac{١٣٫٣٣}{١٣٫٦٧} < ١$$

وهذا يعنى انه لايوجد تاثير أو تفاعل او اشتراك بين كل من المستويات و المجموعات ، وفى هذه الحالة نستطيع الحكم بثقة على انه لاتوجد دلالة احصائية للتاثير المتبادل

بين المستويات و المجموعات ، وينبغى التعامل مع كل مستوى او مجموعة على حدة .

(ج) طريقة تحليل التباين فى ثلاثة اتجاهات :

هناك العديد من الابحاث التى تتضمن دراسة اكثر من متغيرين أو عاملين فى آن واحد . فعلى سبيل المثال دراسة الاتجاه نحو تعليم المرأة وعملها يتأثر بالعديد من العوامل كالمستوى الاقتصادى - الاجتماعى ، وعامل التحضر أو التمدين (حضرى - نصف حضرى - ريفى) ، هذا بالإضافة الى عامل الجنس (ذكر - انثى) .

فاذا تصورنا تقسيم المستوى الاقتصادى - الاجتماعى الى خمسة مستويات فان الباحث فى هذه الحالة يتعامل مع ثلاثة عوامل : يحتوى العامل الاول منها على خمسة مستويات او خمس فئات ،ويحوى العامل الثانى ثلاث فئات ، ويحوى العامل الثالث فئتين . أى ان الباحث يتعامل مع ٥ × ٣ × ٢ من الوحدات التى تحوى كل واحدة منها ن من المفردات .

ويمكن فهم مثل هذا النوع من الابحاث على انها موزعة على ثلاثة ابعاد متعامدة ، أو ثلاثة ابعاد فراغية . وبصورة اكثر وضوحا لو افترضنا تمثيل العامل الاول بخمسة صفوف ، و العامل الثانى بثلاثة اعمدة ، فان هذين العاملين سيمثلان بمستوى الصفحة كما فى الطريقة الثانية ، وبالتالى يمكن تمثيل العامل الثانى بمستويين او طبقتين متوازيتين ، ويوضح الشكلين (٦ - ٥) ، (٦ - ٦) هذين المستويين أوهاتين الطبقتين ، كما يوضح الشكل (٦ - ٧) متوسطات الطبقتين معا .

العامل الثاني

العامل الأول	١	٢	٣	متوسط الاعمدة
١	س١١١١ ... س١١١ن	س١١٢١ ... س١٢١ن	س١١٣١ ... س١٣١ن	م١٠١.
٢	س١١١٢ ... س١١٢ن	س١١٢٢ ... س١٢٢ن	س١١٣٢ ... س١٣٢ن	م١٠٢.
٣	س١١١٣ ... س١١٣ن	س١١٢٣ ... س١٢٣ن	س١١٣٣ ... س١٣٣ن	م١٠٣.
٤	س١١١٤ ... س١١٤ن	س١١٢٤ ... س١٢٤ن	س١١٣٤ ... س١٣٤ن	م١٠٤.
٥	س١١١٥ ... س١١٥ن	س١١٢٥ ... س١٢٥ن	س١١٣٥ ... س١٣٥ن	م١٠٥.
متوسط الاعمدة	م١١٠.	م١٢٠.	م١٣٠.	م١٠٠.

الطبقة الأولى "ذكــور"

الشكل التخطيطى (٦ – ٥) .

العامل الثاني [illegible]

العامل الأول	١	٢	٣	متوسط الصفوف
١	س١٢١١ … س٢١١ن	س١٢٢١ … س٢٢١ن	س١٢٣١ … س٢٣١ن	م٢٠١
٢	س١٢١٢ … س٢١٢ن	س١٢٢٢ … س٢٢٢ن	س١٢٣٢ … س٢٣٢ن	م٢٠٢
٣	س١٢١٣ … س٢١٣ن	س١٢٢٣ … س٢٢٣ن	س١٢٣٣ … س٢٣٣ن	م٢٠٣
٤	س١٢١٤ … س٢١٤ن	س١٢٢٤ … س٢٢٤ن	س١٢٣٤ … س٢٣٤ن	م٢٠٤
٥	س١٢١٥ … س٢١٥ن	س١٢٢٥ … س٢٢٥ن	س١٢٣٥ … س٢٣٥ن	م٢٠٥
متوسط الأعمدة	م٢١٠	م٢٢٠	م٢٣٠	م٢٠٠

الطبقة الثانية (ا س ا ٤)

الشكل التخطيطي (٦-٤)

العامل الثانـــى

العامل الأول	١	٢	٣	متوسط الصفوف
١	م ٠٠١١	م ٠٠٢١	م ٠٠٣١	م ٠٠٠١
٢	م ٠٠١٢	م ٠٠٢٢	م ٠٠٣٢	م ٠٠٠٢
٣	م ٠١٣	م ١٣	م ٠٠٣٣	م ٠٠٠٣
٤	م ٠٠١٤	م ٠٠٢٤	م ٠٠٣٤	م ٠٠٠٤
٥	م ٠٠١٥	م ٠٠٢٥	م ٠٠٣٥	م ٠٠٠٥
متـــوســـط الاعمدة	م ٠٠١٠	م ٠٠٢٠	م ٠٠٣٠	م

متوسطات الطبقتين

الشكل التخطيطى (٦ ـ ٧)

فاذا حاولنا تمثيل هذا المثال تمثيلا فراغيا فانه لن يظهر لنا الا درجات احدى الطبقتين ، بينما يظهر لنا على الاوجه الثلاثة للمكعب المقابلة لمستوى النظر المتوسطات المعطاه فى الاشكال التخطيطية الثلاثة ، حيث يظهر فى المستوى المقابل للنظر متوسطات الطبقتين ، ويظهر لنا على الوجه العلوى متوسطات العامل الثانى ، واخير يظهر لنا على المستوى الايمن متوسطات العامل الاول ، ويوضح الشكل التخطيطى (٦ـ٨) هذا التصور الفراغى .

الأعمدة

٢ ٠١٠٠	٢ ٠١٣٠	٢ ٠١٢٠	٢ ٠١١٠
٢ ٠٢٠٠	٢ ٠٢٣٠	٢ ٠٢٢٠	٢ ٠٢١٠
٢ ٠٠٠١	٢ ٠٠٣١	٢ ٠٠٢١	٢ ٠٠١١
٢ ٠٠٠٢	٢ ٠٠٣٢	٢ ٠٠٢٢	٢ ٠٠١٢
٢ ٠٠٠٣	٢ ٠٠٣٣	٢ ٠٠٢٣	٢ ٠٠١٣
٢ ٠٠٠٤	٢ ٠٠٣٤	٢ ٠٠٢٤	٢ ٠٠١٤
٢ ٠٠٠٥	٢ ٠٠٣٥	٢ ٠٠٢٥	٢ ٠٠١٥
٢	٢ ٠٠٣٠	٢ ٠٠٢٠	٢ ٠٠١٠

٢ ٠١٠١ ، ٢ ٠١٠٢ ، ٢ ٠١٠٣ ، ٢ ٠١٠٤ ، ٢ ٠١٠٥

٢ ٠٢٠١ ، ٢ ٠٢٠٢ ، ٢ ٠٢٠٣ ، ٢ ٠٢٠٤ ، ٢ ٠٢٠٥

الصفوف

الطبقات

الشكل التخطيطي (٦ ـ ٨)

ويلاحظ ان عدد افراد العينه فى هذه الحالة يساوى ٥ × ٣ × ٢ × ن = نَ . وبصفة عامه فان عدد افراد العينة يساوى ل × ك × هـ × ن = نَ : حيث ل عدد الصفوف الخاصة بالعامل الاول ، ك عدد الاعمدة الخاصة بالعامل الثانى هـ عدد الطبقات أو المستويات ، ن عدد افراد كل وحده .

وحيث انه يمكن تصور العلاقة التى تربط العنصر العام " س " بالمتوسطات التى يضمها الشكل التخطيطى (٦ ـ ٨) على انها تتحدد من :-

$$(م_{لكهـر} - م) = (م_{ل..} - م) + (م_{.ك.} - م) + (م_{..هـ} - م)$$

$$+ (م_{لك.} - م_{ل..} - م_{.ك.} + م) + (م_{ل.هـ} - م_{ل..} - م_{..هـ} + م)$$

$$+ (م_{.كهـ} - م_{.ك.} - م_{..هـ} + م) + (م_{لكهـ} - م_{لك.} - م_{ل.هـ} - م_{.كهـ} + م_{ل..} + م_{.ك.} + م_{..هـ}$$

$$- م) + (م_{لكهـر} - م_{لكهـ.})$$

وباتباع نفس الطريقة المتبعة مع طريقة تحليل التباين فى اتجاهين (تربيع الطرفين و التجميع على كل قيم نَ) نحصل على ثمانية انواع من مجموع المربعات التى تقابل انواع التباين الثمانية الاتية (١١٦ : ١١٩ – ١٢٧) :-

(١) تباين العامل الاول أو الصفوف ويتحدد ومن العلاقة :-

$$ع^2_ل = \frac{ن ك هـ}{ل - 1} \; مجـ_{لَ=1}^{ل} \left(م_{لَ..} - م \right)^2 \qquad (٦ - ٣٠)$$

(٢) تباين العامل الثانى أو الاعمدة ، ويتحدد من العلاقة :-

$$ع^2_ك = \frac{ن ل هـ}{ك - 1} \; مجـ_{كَ=1}^{ك} \left(م_{.كَ.} - م \right)^2 \qquad (٦ - ٣١)$$

(٣) تباين العامل الثالث او الطبقات (المستويات ، ويتحدد من :-

$$ع^2_هـ = \frac{ن ل ك}{هـ - 1} \; مجـ_{هـَ=1}^{هـ} \left(م_{..هـَ} - م \right)^2 \qquad (٦ - ٣٢)$$

(٤) التباين المشترك بين العاملين الاول و الثانى،ويتحدد من العلاقة :-

$$ع^{2}_{لك} = \frac{هـ}{(ل-1)(ك-1)} \left(\sum_{ل=1}^{ل} \sum_{ك=1}^{ك} \left(م_{لك..} - م_{ل...} - م_{.ك..} + م \right)^{2} \right)$$

(٦ – ٣٣)

(٥) التباين المشترك بين العاملين الاول و الثالث ،ويتحدد من العلاقة :ـ

$$ع^{2}_{له} = \frac{ن\ ك}{(ل-1)(هـ-1)} \left(\sum_{ل=1}^{ل} \sum_{هـ=1}^{هـ} \left(م_{ل.هـ.} - م_{ل...} - م_{..هـ.} + م \right)^{2} \right)$$

(٦ – ٣٤)

(٦) التباين المشترك بين العاملين الثانى والثالث ويتحدد من :ـ

$$ع^{2}_{كه} = \frac{ن\ ل}{(ك-1)(هـ-1)} \left(\sum_{ك=1}^{ك} \sum_{هـ=1}^{هـ} \left(م_{.كهـ.} - م_{.ك..} - م_{..هـ.} + م \right)^{2} \right)$$

(٦ – ٣٥)

(٧) التباين المشترك بين العوامل الثلاثة ، ويتحدد من :ـ

$$ع^{2}_{ك \times ل \times هـ} = \frac{ن}{(ل-1)(ك-1)(هـ-1)} \left(\sum_{ل=1}^{ل} \sum_{ك=1}^{ك} \sum_{هـ=1}^{هـ} \left(م_{لكهـ.} - م_{لك..} - م_{ل.هـ.} + م_{ل...} + م_{.ك..} + م_{..هـ.} - م \right)^{2} \right)$$

(٦ – ٣٦)

(٨) تباين الوحدات أو التباين الداخلى (الخطأ)، ويتحدد من العلاقة

$$ع^{2}_{د} = \frac{1}{ل\ ك\ هـ\ (ن-1)} \left(\sum_{ل=1}^{ل} \sum_{ك=1}^{ك} \sum_{هـ=1}^{هـ} \sum_{ر=1}^{ن} \left(س_{لكهـر} - م_{لكهـ.} \right)^{2} \right)$$

(٦ – ٣٧)

وفى ضوء انواع التباين السابق ذكرها يمكن تحديد سبع قيم لنسبة فيشر " ف " هى :-

(١) قيمه ف بالنسبة للعامل الاول ، وتحدد من العلاقة :-

$$\text{ف}_{\text{ل}} = \frac{\text{ع}^{2}_{\text{ل}}}{\text{ع}^{2}_{\text{د}}} \quad \text{، د ح}_{\text{ف ل}} \equiv \text{ل ك هـ (ن} - ١ \text{) / (ل} - ١ \text{)}$$

(٦ − ٢٨)

(٢) قيمه ف بالنسبة للعامل الثانى تتحدد من :-

$$\text{ف}_{\text{ك}} = \frac{\text{ع}^{2}_{\text{ك}}}{\text{ع}^{2}_{\text{د}}} \quad \text{، د ح}_{\text{ف ك}} \equiv \text{ل ك هـ (ن} - ١ \text{) / (ك} - ١ \text{)}$$

(٦ − ٣٩)

(٣) قيمه ف بالنسبة للعامل الثالث ، وتتحدد قيمتها من :-

$$\text{ف}_{\text{هـ}} = \frac{\text{ع}^{2}_{\text{هـ}}}{\text{ع}^{2}_{\text{د}}} \quad \text{، د ح}_{\text{ف هـ}} \equiv \text{ل ك هـ (ن} - ١ \text{) / (هـ} - ١ \text{)}$$

(٦ − ٤٠)

(٤) قيمه ف المشتركة بين العاملين الاول و الثانى وتتحدد من :-

$$\text{ف}_{\text{ل×ك}} = \frac{\text{ع}^{2}_{\text{ل×ك}}}{\text{ع}^{2}_{\text{د}}} \quad \text{، د ح}_{\text{ف ل×ك}} \equiv \text{ل ك هـ (ن} - ١ \text{) / (ل} - ١ \text{) (ك} - ١ \text{)}$$

(٦ − ٤١)

(٥) قيمه ف للعاملين الاول و الثالث وتتحدد بالعلاقة :-

[illegible]

(٦ — ٤٢)

(٦) [illegible] ، وتتحدد من العلاقة

[illegible]

(٦ — ٤٢)

(٧) قيمه ف المشتركة بين العوامل الثلاثة وتتحدد قيمتها من العلاقـة :ـ

$$ف_{ل \times ك \times هـ} = \frac{ع^{2}_{ل \times ك \times هـ}}{ع^{2}_{د}}$$

حيث $ع^{2}_{ل \times ك \times هـ}$ = ل ك هـ (ن — ١) / (ل — ١) (هـ — ١)(ك — ١)

(٦ — ٤٤)

مثال : نفترض ان باحثا قام بتطبيق مقياس الاتجاه نحـــو عمل المرأة فى مجال الطب البيطرى ، وكانت عينه بحثـــة ٢٦٤ فردا نصفها اناث ، وكانت متوسطات الدرجات التـــى حصل عليها افراد العينة فى هذا المقياس كما هى موضحـــة بالجدولين الاتيين والمراد ايجاد قيم ف المختلفـــة ودلالتها .

أولا : عينة الذكور

المستوى الاجتماعى الاقتصادى	ريف					نصف حضر					حضر				
الاول	١٠	٢	١٢	٨	٤	١٢	٤	١٦	١٤	٢	٢٤	٢٦	٣٦	٣٤	٣٢
	١٨	٢٢	٢	١٠		٢٤	٣٠	١٠	٣٠		٤٢	٢٦	٨	٢٤	
المستوى الثانى	١٦	١٦	٢٠	٨	٤	٢٠	٣٠	٢٨	٣٦	٢٤	٥٠	٢٤	٢٨	٢٢	٢٦
	٢٠	٢٠	١٦	٢٠		٢٠	٢٨	١٠	٣٦		١٨	٢٤	٢٦	٢٢	
المستوى الثالث	٢٠	٣٠	٣٤	٣٨	٣٢	٢٤	٢٢	٢٦	٤٢	٣٨	٣٠	٢٠	٤٤	٦٢	٣٨
	١٦	١٢	٤٠	٣٦		٣٨	٦٢	٦٤	٥٤		٧٠	٤٤	٢٢	٣٢	

ثانيا : عينه الاناث

	ريف					نصف حضر					حضر				
المستوى الاول	٣٠	٣٦	٢٠	٢٤	٣٢	٤٤	٣٤	١٨	١٢	٣٤	١٢	٤	١٨	٢٠	٨
	٣٨	١٠	٣٦	٣٢		٣٦	١٠	٨	٦		١٠	٢٤	٤	١٢	
المستوى الثانى	٣٤	٤٠	٣٠	٣٦	٤٤	٢٤	٣٤	٢٢	٢٤	٢٠	١٢	٦	٨	١٦	١٠
	٣٨	٥٠	٣٢	٥٨		٢٠	٣٦	٤٠	٣٢		١٨	١٤	٤	٢٤	
المستوى الثالث	٥٠	٣٢	٣٨	٤٤	٦٢	٣٢	٢٤	٢٤	٢٠	٣٨	١٨	٢٠	٢٤	٣٦	٣٠
	٦٨	٣٨	٢٤	٣٤		٣٨	٦٢	٦٠	٥٢		١٤	١٨	٢٤	١٠	

الحل

لحل هذا المثـال نتبع الخطوات الاتيـة :-

(أ) نوجد متوسطات المجموعات المختلفة وكذلك متوسطات الصفوف و الاعمدة ونسجل النتائج في الجدولين (٦ – ٤) ، (٦ – ٥)

الجـــــدول (٦ – ٤)

متوسطات عينـــة الذكـــــور

المستوى	ريف	نصف حضر	حضر	متوسطات الصفوف
المستوى الاول	٩ر٧	٢٤ر٧	٢٠ر٢	١٨ر٢
المستوى الثانى	١٥ر٦	٢٩ر١	٣٤ر٤	٢٦ر٤
المستوى الثالث	٢٨ر٧	٤١ر١	٤٠ر٢	٣٦ر٧
متوسطات الاعمدة	١٨	٢٨ر٣	٣٤ر٩	٢٧ر١

الجـــــدول (٦ – ٥)

متوسطـــات عينـــة الانـــــاث

المستوى	ريف	نصف حضر	حضر	متوسطات الصفوف
الاول	٢٨ر٧	٢٢ر٤	١٢ر٤	٢١ر٢
الثانى	٤٠ر٢	٢٨	١٢ر٤	٢٦ر٩
الثالث	٤٢ر٧	٣٨ر٩	٢٢ر٧	٣٤ر٧
متوسطات الاعمدة	٣٧ر٢	٢٩ر٨	١٥ر٩	٢٧ر٦

(ب) نوجد متوسطات العينة ككل طبقا للوحدات المبينـــــــة بالجداول السابقة ، ونسجل الناتج فى الجدول (٦-٦).

الجدول (٦ - ٦)
متوسطـــات العينـــة ككــل

المستوى	ريف	نصف حضر	حضر	متوسطات الصفوف
الاول	١٩٫٣	١٨٫٦	٢١٫٣	١٩٫٧
الثاني	٢٧٫٩	٢٨٫٦	٢٣٫٤	٢٦٫٦
الثالث	٣٥٫٧	٤٠	٣١٫٥	٣٥٫٧
متوسطات الاعمدة	٢٧٫٦	٢٩٫٠	٢٥٫٤	٢٧٫٣

(ج) نسجل متوسطات الجدول (٦ - ٦) ومتوسطات الصفـــــوف و الاعمدة بالجدولية (٦-٤) ،(٦ - ٥) فى شكل تخطيطـــى كالشكل (٦ -٨)

الشكل التخطيطى (٦ -٩)

(د) من جدول المعلومات الاساسية نلاحظ أن :ـ

ن = ٩ ، ل = ٣ ، ك = ٣ ، هـ = ٢

$$\therefore \text{ع}^{٢}_{\text{ل}} = \frac{\text{ن ك هـ}}{\text{ل} - ١} \left(\underset{\text{ل}=١}{\overset{٣}{\text{مجـ}}} \left(\text{م}_{\text{ل}..} - \text{م} \right)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩\times٣\times٢}{٣ - ١} \left((١٩٫٧ - ٢٧٫٣)^{٢} + (٢٦٫٦ - ٢٧٫٣)^{٢} + (٣٥٫٧ - ٢٧٫٣)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩\times٣\times٢}{٢} \left(٥٧٫٧٦ + ٠٫٤٩ + ٧٠٫٥٦ \right)$$

$$= ٣٤٧٧٫٨٧$$

$$\text{ع}^{٢}_{\text{ك}} = \frac{\text{ن ل هـ}}{\text{ك} - ١} \left(\underset{\text{ك}=١}{\overset{٣}{\text{مجـ}}} \left(\text{م}_{.\text{ك}.} - \text{م} \right)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩\times٣\times٢}{٣ - ١} \left((٢٧٫٦ - ٢٧٫٣)^{٢} + (٢٩ - ٢٧٫٣)^{٢} + (٢٥٫٤ - ٢٧٫٣)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩\times٣\times٢}{٢} \left(٠٫٠٩ + ٢٫٨٩ + ٣٫٦١ \right)$$

$$= ١٧٧٫٩٣ \cdot$$

$$\text{ع}^{٢}_{\text{هـ}} = \frac{\text{ن ل ك}}{\text{هـ} - ١} \left(\underset{\text{هـ}=١}{\overset{٢}{\text{مجـ}}} \left(\text{م}_{..\text{هـ}} - \text{م} \right)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩\times٣\times٣}{٢ - ١} \left((٢٧٫١ - ٢٧٫٣)^{٢} + (٢٧٫٦ - ٢٧٫٣)^{٢} \right)$$

$$= ٩\times٣\times٣ \left(٠٫٠٤ + ٠٫٠٩ \right)$$

$$= ١٠٫٥٣ \cdot$$

$$ع^{٢}_{ل \times ك} = \frac{ن\ هـ}{(ل-١)(ك-١)} \left(\sum_{ل=١}^{٣} \sum_{ك=١}^{٣} (م_{لك.} - م_{ل..} - م_{.ك.} + م)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩ \times ٢}{(٣-١)(٣-١)} \left((١٩{,}٣ - ١٩{,}٧ - ٢٧{,}٦ + ٢٧{,}٣)^{٢} \right.$$

+(١٨٫٦ – ١٩٫٧ – ٢٩ + ٢٧٫٣)^٢ +(٢١٫٣ – ١٩٫٧ – ٢٥٫٤ + ٢٧٫٣)^٢ + (٢٧٫٩ – ٢٦٫٦ – ٢٧٫٦ + ٢٧٫٣)^٢

+ (٢٨٫٦ – ٢٦٫٦ – ٢٩ + ٢٧٫٣)^٢ + (٢٣٫٤ – ٢٦٫٦ – ٢٥٫٤ + ٢٧٫٣)^٢ + (٣٥٫٧ – ٣٥٫٧ – ٢٧٫٦ + ٢٧٫٣)^٢

+ (٤٠ – ٣٥٫٧ – ٢٩ + ٢٧٫٣)^٢ +(٣١٫٥ – ٣٥٫٧ – ٢٥٫٤ + ٢٧٫٣)^٢)

$$= \frac{٩ \times ٢}{٢ \times ٢} \left(٫٤٩ + ٧٫٨٤ + ١٢٫٢٥ + ١ + ٫٠٩ + ١٫٦٩ \right.$$

$$\left. + ٫٠٩ + ٦٫٧٦ + ٥٫٢٩ \right)$$

$$= ١٥٥٫٢٥$$

بنفس الطريقـــة يمكن ايجـــاد .

$$ع^{٢}_{ل \times هـ} = \frac{ن\ ك}{(ل-١)(هـ-١)} \left(\sum_{ل=١}^{٣} \sum_{هـ=١}^{٢} (م_{ل.هـ} - م_{ل..} - م_{..هـ} + م)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩ \times ٣}{(٣-١)(٢-١)} \left((-١٫٣)^{٢} + (صفر)^{٢} + (١٫٢)^{٢} + (١٫٢)^{٢} \right.$$

$$\left. + (صفر)^{٢} + (-١٫٣)^{٢} \right)$$

$$= \frac{٩ \times ٣}{٢ \times ١} (٦٫٢٦) = ٨٤٫٥١$$

$ع^٢_{ك×هـ} = \frac{ن\ ل}{(ك-١)(هـ-١)}$ (مجـ مجـ (م ك هـ − م ك − م هـ + م)^٢)

$= \frac{٩ \times ٣}{(٣-١)(٢-١)}$ ((−٩ر٤)^٢ + (−ر)^٢ + (٩ر٧)^٢ + (٩ر٣)^٢ + (ر٥)^٢

+ (− ٩ر٨)^٢)

$= \frac{٩ \quad ٣\times}{٢ \times ١}$ (٤٨ر٣٦٥) = ٩٨ر٤٩٣٣

ومن الجدولين (٦-٤) ، (٦ − ٥) و الشكل التخطيطي (٦ − ٩) نوجد :-

$ع^٢_{ل×ك×هـ} = \frac{ن}{(ل-١)(ك-١)(هـ-١)} \times$

(مجـ مجـ مجـ (م ل ك هـ − م ل ك − م ل هـ − م ك هـ

+ م ل + م ك + م هـ − م)^٢)

$= \frac{٩}{(٣-١)(٣-١)(٢-١)}$ ((٤ر١)^٢ + (−٧ر٢)^٢ + (٤ر١)^٢ + (−٩ر١)^٢

+ (٢ر١)^٢ + (٦ر٠)^٢ + (٧ر٠)^٢ + (٥ر١)^٢ + (−٢)^٢ + (−٤ر١)^٢

+ (٧ر٢)^٢ + (−٣ر١)^٢ + (٨ر١)^٢ + (−٢ر١) + (−٦ر)^٢

+ (−٥ر١) + (٢)^٢)

$ع^٢_{ل×ك×هـ} = \frac{٩}{٢ \times ٢ \times ١}$ (٤٧ر٤٦) = ٥٥٧٥ر١٠٤ ≃ ٥٦ر١٠٤

واخيرا نحدد تباين الوحدات (الخطأ)

$$ع_{د}^{2} = \frac{1}{ل \times ك \times هـ (ن - 1)} \left(\underset{ل=1}{\overset{3}{مجـ}}\ \underset{ك=1}{\overset{3}{مجـ}}\ \underset{هـ=1}{\overset{2}{مجـ}}\ \underset{ر=1}{\overset{9}{مجـ}} (س_{لكهـر} - م_{لكهـ})^{2} \right)$$

= ١ / (٢ × ٣×٣ (٩−١)) { ٣٦ر٢٢٩ + ٠١ر٩٥٦ + ٥٦ر٢٣ [illegible]

+ ٨٩ر٨٠٨ + ٢٤ر١٥٠٢ + ٠١ر٨٢٤ + ٨٩ر٢٠٢٢ + ٥٦ر٢٣٠٧

+ ٠١ر٦٦٤ + ٢٤ر١٦٧٨ + ٢٤ر٣٩٠ + ٥٦ر٦٥٩ + ٤٥٦

+ ٢٤ر٣٩٠ + ٦١ر١٦٥١ + ٨٩ر٢٠٠٠ + ٠١ر٦٤٨) = ٧٥ر١٢٥ .

∴ $ع_{د}^{2}$ = ٧٥ر١٢٥ .

(هـ) من الخطوة السابقة نوجد قيم ف ودلالتها :-

حيث ان د ح$_{د}$ = ل ك هـ (ن −١) = ٣×٣×٢×(٩−١) = ١٤٤

$$∴ ف_{ل} = \frac{ع_{ل}^{2}}{ع_{د}^{2}} = \frac{٣٤٧٧ر٨٧}{١٢٥ر٧٥} = ٢٧ر٧$$

، د ح = د ح$_{د}$ / د ح $_{ل}$ = ١٤٤/ (٣ − ١) = ١٤٤ /٢

من الملحق رقم (٨) نلاحظ ان قيمه ف ذات دلالة احصائية عند مستوى ٠٠١ر٠

أى انه يوجد فارق ذو دلالة احصائية " عند مستوى ١ر ٪ بالنسبة لنظرة افراد المستويات الاجتماعية ـ الاقتصادية الى عمل المرأة فى مجال الطب البيطرى .

$$ف_{ى} = \frac{ع^{٢}_{ى}}{ع^{٢}_{د}} = \frac{١٧٧ ر ٩٣}{١٢٥ر٧٥} = ١ر٤١$$

ن ح = ١٤٤/ (٣ − ١) = ١٤٤ / ٢

ويلاحظ من الملحق رقم (٨) ان قيمه ف غير دالة حتى عند مستوى ٥ ٪ ، وبناء علية فلا يوجد فارق بين الريفوالحضر و النصف حضر فى الاتجاه نحو عمل المرأة فى مجال الطـــب البيطـــرى .

، وبالنسبة للعامل الثالث نلاحظ ان :-

$$ف_{هـ} = \frac{ع^{٢}_{هـ}}{ع^{٢}_{د}} = \frac{١٠ر٥٣}{١٢٥ر٧٥} < ١$$

وهذا يعنى ان عنصر الجنس ليس له معنى فى المقارنـــة "(٤١ : ٢٤٣)

$$ف_{ل \times ك} = \frac{ع^{٢}_{ل \times ك}}{ع^{٢}_{د}} = \frac{١٥٥ر٢٥}{١٢٥ر٧٥} = ١ر٢٣$$

د ح = ١٤٤ / (٣ − ١) (٣ − ١) = ١٤٤ / ٤

من الملحق رقم (٨) نلاحظ أن قيمة ف غير دالة . أى أنـــه لايوجد تأثير مشترك بين المستوى الاجتماعى الاقتصادى وبيـــن مستويات التحضر .

$$ف_{ل \times هـ} = \frac{ع^{٢}_{ل \times هـ}}{ع^{٢}_{د}} = \frac{٨٤ ر ٥١}{١٢٥ ر ٧٥} < ١$$

وهذا يؤكد على عدم وجود تأثير مشترك بين المستـــوى

الاجتماعي – الاقتصادي و الديني في الاتجاه نحو عمل المرأة في مجال الطب البيطري .

$$\text{ف}_{\text{ك}\times\text{هـ}} = \frac{\text{ع}^2_{\text{ك}\times\text{هـ}}}{\text{ع}^2_{\text{د}}} = \frac{٤٩٢٣٫٩٨}{١٢٥٫٧٥} = ٣٩٫٢٤$$

ن ج = ١٤٤/(٣ – ١) (٢ – ١) = ١٤٤ / ٢

من الملحق رقم (٨) نلاحظ ان قيمة ف ذات دلالة احصائية عند مستوى " ٠٫٠٠١ " . وهذا يعني وجود تأثير متبـــادل قوي بين الجنس ومستويات التحضر بالنسبة لمجال هذا البحث .

واخيرا $\text{ف}_{\text{ل}\times\text{ك}\times\text{هـ}} = \frac{\text{ع}^2_{\text{ل}\times\text{ك}\times\text{هـ}}}{\text{ع}^2_{\text{د}}} = \frac{١٠٤٫٥٦}{١٢٥٫٧٥} < ١$

اى لايوجد تأثير متبادل بين العوامل الثلاثة فـــــــى آن واحد .

وللوقوف على أي المستويات الاجتماعية – الاقتصاديـــــة اقوى تأثيرا على الاتجاه المذكور فى المثال السابق يمكـــــن استخدام علاقة " Tukey " المحددة بالعلاقة (٦ – ١٩) أو (٦ – ٢٠) ، ثم تحديد دلالة الفرق من الملحق رقـــــم (٩) إما للوقوف على اى من العاملين اقوى تأثيرا فى الاخـــــر " ك أم هـ " المذكورين فى المثال السابق – فانه يستخدم لذلك تحليل التباين المشترك .

ثانيا : تحليل التباين المشترك :–

اتضح لنا من العرض السابق ان تحليل التباين يؤسس علــى النتائج النهائية للتجربة ، ولكنه لايهتم بالنتائج الاوليـــة للنظام التجريبى ، لذا يمكن للباحث استخدام تحليل التبايـــن المشترك فى ضبط أو تصحيح الاختلافات التى قد توجد فـــــــى

هذه النتائج الأولية .

فعلى سبيل المثال ، يستطيع الباحث باستخدام تحليل التباين المشترك تقسيم عينه بحثة الى مجموعتين (ضابطة وتجريبية) . وذلك بناء على حساب الفروق فى معامل الذكاء .

ولاتقتصر فائدة تحليل التباين المشترك على التقسيم الى مجموعات استعدادا للتجريب ، ولكنه يستخدم فى التجريب تمهيدا للتعميم . فعلى سبيل المثال ، نفترض اننا نرغب فى المقارنه بين استخدام ثلاث طرق مختلفة لتعليم فن من الفنون السائدة فى حياتنا ، فاننا نختار لكل طريقة من هذه الطرق مجموعة من الافراد الذين يختلفون عن افراد الطريقتين الاخريتين ، ونحاول تطبيق الطرق الثلاثة على المجموعات المختارة ، ثم نختبر افرادها ، ونقارن درجات المجموعات الثلاثة .

وهنا قد يتسال سائل : اذن ما الفرق بين تحليل التباين وتحليل التباين المشترك ؟ وتتضح الاجابة من كيفية اختيار المجموعات ، فالمجموعات فى تحليل التباين تختار بطريقة يُثبّت فيها كل العوامل التى لا تدخل فى التجريب ، أما فى هذه الطريقة فلا يشترط ذلك ، ولكن اختيار المجموعات يتم بطريقة عشوائية ، ففى المثال المذكور قد يختلف مستوى ذكاء افراد المجموعات الثلاثة ، وهنا يعتبر الذكاء متغير لم يثبّت ، ومن ثم ينبغى ان يستخدم تحليل التباين المشترك كوسيلة للمقارنه هنا دون الحاجة الى تثبيت هذا المتغير .

ويمكن استخدام تحليل التباين المشترك فى مجال التخطيط لبرامج مختلفة ثم يعدل فيها من آن الى اخر للاستفادة بها اكثر استفادة ، فعلى سبيل المثال يمكن

استخدامه في مجال التخطيط التعليمي ، حيث يفترض الكثير من افتراض لنجاح الخطة التعليمية وتحلل الانجازات في نهاية كل خطة جزئية (أو في نهاية الخطة السنوية) ثم يتم التعديل في باقي السنوات التالية بناء على نتائج التحليل .

ولما كانت فكرة تحليل التباين تتعامل مع الظواهر على طبيعتها ، لذا فان اهمية دراسة تحليل التباين المشترك تنبع من هذا الاستخدام المفيد .

وتقوم فكرة تحليل التباين المشترك على افتراض وجود عدد من المجموعات ، كل مجموعة تحوى متغيرين احدهما " س " و الاخر " ص " و المطلوب ايجاد دلالة الفرق بين هذه المجموعات . ويوضح الشكل التخطيطى (٦ – ١٠) هذه الفكرة .

المجموعات

١		٢		٣		....	ل	
$س_{11}$	$ص_{11}$	$س_{12}$	$ص_{12}$	$س_{13}$	$ص_{13}$		$س_{1ل}$	$ص_{1ل}$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	. . . .	⋮	⋮
$س_{ك_1 1}$	$ص_{ك_1 1}$	$س_{ك_2 2}$	$ص_{ك_2 2}$	$س_{ك_3 3}$	$ص_{ك_3 3}$		$س_{ك_ل ل}$	$ص_{ك_ل ل}$

الشكل التخطيطى (٦ – ١٠)

وحيث أن :

$$(س_{وهـ} - م) = (س_{وهـ} - م_{هـ}) + (م_{هـ} - م)$$

$$، (ص_{وهـ} - م') = (ص_{وهـ} - م'_{هـ}) + (م'_{هـ} - م')$$

$$\therefore (س_{وهـ} - م)(ص_{وهـ} - م') = ((س_{وهـ} - م_{هـ}) + (م_{هـ} - م))$$

$$\times ((ص_{وهـ} - م'_{هـ}) + (م'_{هـ} - م'))$$

وبأخذ مجموع الطرفين على كل قيم و ، هـ نحصل على العلاقة (٥٧' : ١٤٧)

$$\sum_{هـ=1}^{ل} \sum_{و=1}^{ك_{هـ}} (س_{وهـ} - م)(ص_{وهـ} - م')$$

$$= \sum_{هـ=1}^{ل} \sum_{و=1}^{ك_{هـ}} (س_{وهـ} - م_{هـ})(ص_{وهـ} - م'_{هـ})$$

$$+ \sum_{هـ=1}^{ل} ك_{هـ} (م_{هـ} - م)(م'_{هـ} - م') + \text{مركبتان صغيرتان}$$

(٦ ـ ٤٥)

فاذا رمزنا لمجموع نواتج ضرب $(س_{وهـ} - م)(ص_{وهـ} - م')$ بالرمز ك ، ولمجموع نواتج حاصل ضرب $(س_{وهـ} - م_{هـ}) \times (ص_{وهـ} - م'_{هـ})$ بالرمز $ك_{د}$ ، ولمجموع حاصل ضرب $ك_{هـ} (م_{هـ} - م)(م'_{هـ} - م')$ بالرمز $ك_{ى}$.

فان العلاقة (٦ ـ ٤٥) تأخذ الصورة

$$ك = ك_{د} + ك_{ى} \qquad (٦ - ٤٥')$$

وحيــث ان :ـ

$$\text{مجـ}_{هـ}\,\text{مجـ}_{و}\,(س_{وهـ} - م)^{٢} = \text{مجـ}_{هـ}\,\text{مجـ}_{و}\,(س_{وهـ} - م_{هـ})^{٢} + \text{مجـ}_{هـ}\,ك_{هـ}\,(م_{هـ} - م)^{٢}$$

$$\therefore\ ج = ج_{د} + ج_{ى} \qquad (٤٦-٦)$$

وبالنسبة للمتغيــر " ص "

$$\text{مجـ}_{هـ}\,\text{مجـ}_{و}\,(ص_{وهـ} - مَ)^{٢} = \text{مجـ}_{هـ}\,\text{مجـ}_{و}\,(ص_{وهـ} - مَ_{هـ})^{٢} + \text{مجـ}_{هـ}\,ك_{هـ}\,(مَ_{هـ} - مَ)^{٢}$$

$$\therefore\ ط = ط_{د} + ط_{ى} \qquad (٤٧-٦)$$

وحيث اننا نتوقع وجود ارتباط بين المتغيرين س ، ص وهذا الارتباط يمكن التعبير عنه بدلالة ك و ج و ط فــــى الصورة الاتيـــة :ـ

$$ر = \frac{ك}{\sqrt{ج}\ \sqrt{ط}} \qquad (٤٨-٦)$$

$$،\ ر_{د} = \frac{ك_{د}}{\sqrt{ج_{د}}\ \sqrt{ط_{د}}} \qquad (٤٩-٦)$$

$$،\ ر_{ى} = \frac{ك_{ى}}{\sqrt{ج_{ى}}\ \sqrt{ط_{ى}}} \qquad (٥٠-٦)$$

فأن هذا الارتباط سوف يؤثر على التباين ، ويمكن التعبير عن التباين الناتج والخاص بقيم س بعد ازاله تأثير ص فى الصورة (٩٨ : ٣٧٢)

$$\frac{ج\,(١ - ر^{٢})}{ن - ٢} = \frac{ج_{د}\,(١ - ر_{د}^{٢})}{ن - ل - ١} + \frac{ج_{ى}\,(١ - ر_{ى}^{٢})}{ل - ١}$$

أى ان :-

$$(ع^٢)_{معدل} = (ع^٢_د)_{معدل} + (ع^٢_ى)_{معدل} \quad (٦-٥١)$$

وبناء عليه فان التباين المعدل بين المجموعات يتحدد من العلاقة

$$(ع^٢_ى)_{معدل} = \frac{١}{ن-١} (ج - \frac{ك^٢}{ط}) - \frac{١}{(ن-ل-١)} (ج_د - \frac{ك^٢_د}{ط_د})$$

(٦ - ٥٢)

وللوقوف على الأثر المتبادل بين ص و س نوجد قيمة ف المعدلة من العلاقة :-

$$ف_{معدل} = \frac{(ع^٢_ى)_{معدل}}{(ع^٢_د)_{معدل}} \quad (٦ - ٥٣)$$

<u>مثال</u> : يرغب مدرس فى المقارنه بين اربعة طرق فى تدريس الهندسة ، لذا قام باختيار اربعين تلميذا من تلاميذه بطريقة عشوائية من الفصول الاربعة التى كان يدرسها (١٠ من كل فصل) وطبق اختبار للذكاء على العينه ، واستخدم فى كل فصل طريقة من الطرق الاربعة ، وفى نهاية التجربة طبق على الفصول الاربعة نفس الامتحان النهائى ، فاذا كانت درجات الذكاء ودرجات الامتحان النهائى معطاه بالجدول (٦-٧) فهل يوجد فارق ذو دلالة احصائية بين الطرق المستخدمه .

الجدول (٦ - ٧)

طرق التـدريس المستخدمـة

١ معامل الذكاء	١ الدرجة	٢ معامل الذكاء	٢ الدرجة	٣ معامل الذكاء	٣ الدرجة	٤ معامل الذكاء	٤ الدرجة
٩٤	١٤	٨٠	٣٨	٩٢	٥٥	٩٤	٣٧
٩٦	١٩	٨٤	٣٤	٩٦	٥٣	٩٤	٢٤
٩٨	١٧	٩٠	٤٣	٩٩	٥٥	٩٨	٢٢
١٠٠	٣٨	٩٧	٤٣	١٠١	٥٢	١٠٠	٤٣
١٠٢	٤٠	٩٧	٦١	١٠٢	٣٥	١٠٣	٤٩
١٠٥	٢٦	١١٢	٦٣	١٠٤	٤٦	١٠٤	٤١
١٠٩	٤١	١١٥	٩٣	١٠٧	٥٧	١٠٨	٢٦
١١٠	٢٨	١١٨	٧٤	١١٠	٥٥	١١٣	٧٠
١١١	٣٦	١٢٠	٧٦	١١١	٤٢	١١٥	٦٣
١٣٠	٦٦	١٢٠	٧٩	١١٨	٨١	١٠٤	٢٤

خطوات الحـل

(١) من الجدول السابق نلاحظ ان متوسطات معامل الذكاء ومتوسطات درجات الامتحان النهائى هى :-

م١ = ١٠٥ر٥ ، م َ١ = ٣٢ر٥

م٢ = ١٠٣ر٣ ، م َ٢ = ٦٠ر٤

م٣ = ١٠٤ر٠ ، م َ٣ = ٥٣ر١

م٤ = ١٠٣ر٣ ، م َ٤ = ٣٩ر٩

م = ١٠٤ر٠٣ ، م َ = ٤٦ر٤٨

(٢) نوجد مجموع نواتج حواصل الضرب ك د ، ك ى حيث :

ك د = مجـ (ه=١ إلى ٤) مجـ (و=١ إلى ١٠) (س و هـ − م هـ) (ص و هـ − م َ هـ)

= ١٨٥٨ر٥ + ٢٥٤٣ر٨ + ٣٤٤ + ٧٤٣ر٣ = ٥٤٨٩ر٦

ك ى = مجـ (هـ=١ إلى ٤) ك هـ (م هـ − م) (م َ هـ − م َ)

= ن مجـ (هـ=١ إلى ٤) (م هـ − م) (م َ هـ − م َ)

= ١٠ مجـ (هـ=١ إلى ٤) (م هـ − ١٠٤ر٠٣) (م َ هـ − ٤٦ر٤٨)

= ١٠ × (− ٢٦ر١٠٧٤) = − ٢٦١ر٠٧٤

∴ ك = ك د + ك ى = ٥٤٨٩ر٦ − ٢٦١ر٠٧٤ = ٥٢٢٨ر٥٢٦

(٣) نوجد مجموع مربعات الفروق بالنسبة لقيم (س) أو معامل الذكاء ، حيث :ــ

ج د = مجـ هـ مجـ و (س و هـ − م هـ)٢

= ٩٨٤ر٥ + ٢١٥٨ر١ + ٥٣٦ + ٤٦٦ر١ = ٤١٤٤ر٧

ج ى = مجـ هـ ك هـ (م هـ − م)٢ = ١٠ مجـ (هـ=١ إلى ٤) (م هـ − ١٠٤ر٠٣)٢

= ١٠ (٣ر٢٢٧٦) = ٣٢ر٢٧٦

∴ ج = ج د + ج ى = ٤١٤٤ر٧ + ٣٢ر٢٧٦ = ٤١٧٦ر٩٧٦

(٥) نوجد مجموع مربعات الفروق بالنسبة لقيم (ص) او درجات الامتحان النهائى ، حيث :-

$$\text{ط}_{\text{د}} = \text{مجـ}_{\text{هـ}}\ \text{مجـ}_{\text{و}} \left(\text{ص}_{\text{و هـ}} - \text{م}'_{\text{هـ}} \right)^{2}$$

$$= \text{٢١٢٠ر٥} + \text{٣٦٤٨ر٤} + \text{١٣٠٦ر٩} + \text{٢٥٦٠ر٩}$$

$$= \text{٩٦٣٦ر٧}$$

$$\text{ط}_{\text{ى}} = \text{مجـ}_{\text{هـ}}\ \text{ك}_{\text{هـ}} \left(\text{م}'_{\text{هـ}} - \text{م}' \right)^{2} = \text{١٠}\ \text{مجـ}_{\text{هـ}=\text{١}}^{\text{٤}} \left(\text{م}'_{\text{هـ}} - \text{٤٨ر٤٦} \right)^{2}$$

$$= \text{١٠} \left(\text{٤٧٦ر٣٢٧٦} \right) = \text{٤٧٦٣ر٢٧٦}$$

$$\therefore \quad \text{ط} = \text{ط}_{\text{د}} + \text{ط}_{\text{ى}}$$

$$= \text{٩٦٣٦ر٧} + \text{٤٧٦٣ر٢٧٦} = \text{١٤٣٩٩ر٩٧٦}$$

(٦) نوجد معاملات ارتباط قيم ص بقيم س ، حيث :-

$$\text{ر} = \frac{\text{ك}}{\sqrt{\text{ج}}\ \sqrt{\text{ط}}} = \frac{\text{٥٢٦ ر ٥٢٢٨}}{\sqrt{\text{٤١٧٦ر٩٧٦}}\ \sqrt{\text{١٤٣٩٩ر٩٧٦}}} = \text{٠ر٦٧٤}$$

$$\text{ر}_{\text{د}} = \frac{\text{ك}_{\text{د}}}{\sqrt{\text{ج}_{\text{د}}}\ \sqrt{\text{ط}_{\text{د}}}} = \frac{\text{٥٤٨٩ر٦}}{\sqrt{\text{٤١٤٤ر٧}}\ \sqrt{\text{٩٦٣٦ر٧}}} = \text{ر٨٦٩}$$

$$\text{ر}_{\text{ى}} = \frac{\text{ك}_{\text{ى}}}{\sqrt{\text{ج}_{\text{ى}}}\ \sqrt{\text{ط}_{\text{ى}}}} = \frac{-\ \text{٢٦١ر٠٧٤}}{\sqrt{\text{٣٢ر٢٧٦}}\ \sqrt{\text{٤٧٦٣ر٢٧٦}}} = -\text{٠ر٦٦٩}$$

(٧) وحيث انه فى هذا المثال نتوقع ان الذكاء يؤثر فى درجات الامتحان النهائى و ليس العكس ، لذا نوجد التباين المعدل بين المجموعات ($\text{ع}^{2}_{\text{ى}}$) معدل بالنسبة

للقيم ص ، حيث تصبح العلاقة (٦ – ٥٢) فى الصورة :-

$$(ع^٢_ى)_{معدل} = \frac{١}{ن-٢}(ط - \frac{ك^٢}{ج}) - \frac{١}{(ن-ل-١)}(ط_د - \frac{ك^٢_د}{ج_د})$$

$$\therefore ع^٢_{معدل} = \frac{١}{ن-٢}(ط - \frac{ك^٢}{ج}) = \frac{١}{٤٠-٢}(١٤٣٩٩٫٩٧٦ - \frac{(٥٢٢٨٫٥٢٦)^٢}{٤١٧٦٫٩٧٦})$$

$$= ٢٠٦٫٧٢$$

$$(ع^٢_د)_{معدل} = \frac{١}{ن-ل-١}(ط_د - \frac{ك^٢_د}{ج_د})$$

$$= \frac{١}{٤٠-٤-١}(٩٦٣٦٫٧ - \frac{(٥٤٨٩٫٦)^٢}{٤١٤٤٫٧})$$

$$= ٨١٫٥٨$$

$$(ع^٢_ى)_{معدل} = ع^٢_{معدل} - (ع^٢_د)_{معدل} = ٢٠٦٫٧٢ - ٨١٫٥٨$$

$$= ١٢٥٫١٤$$

$$\therefore ف = \frac{(ع^٢_ى)_{معدل}}{(ع^٢_د)_{معدل}} = \frac{١٢٥٫١٤}{٨١٫٥٨} = ١٫٥٣$$

$$، د ح = (ن - ل - ١) / ل - ١$$

$$= ٣/٣٥$$

من الملحق رقم (٨) نلاحظ ان قيمة ف غير داله احصائيا حتى عند مستوى ٥ ٪ ، وهذا يؤكد بثقة انه لايوجد فارق ذو دلالة احصائية بين الطرق المستخدمه ، ولكن الفارق فى المتوسطات يرجع الى عامل الذكاء .

الجزء الثانى

المؤشرات الرياضية وقضايا التربية

الفصل الســـابع

المبادىء الأولية للمؤشرات الرياضيــــــة

تعتبر الرياضيات من اللغات المقبولة والسهلة التعامل بها فى شتى الميادين والمجالات . ولحاجة الدراسات التربوية والسلوكية وغيرها من الدراسات الاجتماعية الى هذا النــوع من اللغات ، لذا سنحاول فى هذا الفصل والفصول التاليــة تقديم بعض المؤشرات التى يمكن استخدامها على نطـــاق واسع فى مثل هذه المجالات .

ولما كان الباحثون فى مجالات الدراسات التربويــــة والسلوكية والاجتماعية ليسو جميعهم ممن درسوا الرياضيـات فى التعليم الثانوى أو المرحلة الجامعية الاولى ،لذاسنركز اهتمامنا فى هذا الفصل على توضيح بعض المبادىء الاوليــة الــتى تبنى عليها المؤشرات الرياضية . ومن هذه المبادىء ما يلى :

أولا : نظرية المصفوفات والمحددات :

تعتبر نظرية المصفوفات والمحددات من المبادىء الاوليـة والأساسية التى تقوم عليها فكرة المؤشرات الرياضيـــة . وتستخدم المصفوفات فى جميع المؤشرات الخاصة بالتحليـــل ـ تقريبا ـ كالتحليل العاملى ، وتحليل الكلفة والفائـــده، وغيرها من المؤشرات الخاصة بالتخطيط التربوى .

وتتكون المصفوفه من مجموعة من الصفوف وعدد من الاعمدة، ويقال للمصفوفة التى تتكون من صف واحد وعمود واحد " مصفوفة من الرتبه ١×١ " . اما المصفوفة التى تتكون من ثلاثة صفوف وسبعة اعمدة ،فهى مصفوفة من الرتبه ٣ × ٧ . وبصفة عامة فان المصفوفة التى تتكون من م صفا ، ن عمودا تعتبر مصفوفه من الرتبة م × ن .

وفى بعض الحالات تأخذ المصفوفة شكلا مربعا ، حيث يكون فيها عدد الصفوف مساويا لعدد الأعمده ، ويطلق على هذا النوع من المصفوفات لفظ مصفوفه مربعة من الرتبه ن × ن مثلا . ومن السهل فى هذه الحاله تطبيق قواعد المحددات على هذا النوع من المصفوفات .. اى ان المحددات حالة خاصة من المصفوفات .

ولتوضيح كيفية بناء المصفوفة ، نفترض اننا قسمنا مراحل التعليم الى خمسه مراحل اساسية هى : ما قبل التعليم الاساس ، التعليم الاساس ، التعليم الثانوى وما فى مستواه ، والتعليم العالى والجامعى ، التعليم ما بعد الجامعى .وكنا نرغب فى دراسة حجم الانفاق على هذه المراحل .. فى هذا المثال أمامنا بندين للانفاق : بند النفقات الجاريه والدورية ، وبند النفقات الرأسماليه . ومن ثم يمكننا اعتبار بنود الانفاق صفوفا ، ومراحل التعليم اعمدة ، كما فى الشكل التخطيطى (٧ - ١)

	١	٢	٣	٤	٥
البند الاول	$س_{١١}$	$س_{٢١}$	$س_{٣١}$	$س_{٤١}$	$س_{٥١}$
البند الثانى	$س_{١٢}$	$س_{٢٢}$	$س_{٣٢}$	$س_{٤٢}$	$س_{٥٢}$

الصورة الجدولية لمصفوفة الانفاق التعليمى

الشكل التخطيطى (٧-١)

وبلغة المصفوفة الرياضية يأخذ الشكل التخطيطى (٧-١) صورة مصفوفة من الرتبة ٢ x ٥ أى عدد صفوفها ٢ (صفين) ، وعدد الأعمدة خمسة كما فى الشكل التخطيطى (٧ - ٢) ٠

$$\begin{pmatrix} \text{س}_{٥١} & \text{س}_{٤١} & \text{س}_{٣١} & \text{س}_{٢١} & \text{س}_{١١} \\ \text{س}_{٥٢} & \text{س}_{٤٢} & \text{س}_{٣٢} & \text{س}_{٢٢} & \text{س}_{١٢} \end{pmatrix}$$

الشكل التخطيطى (٧-٢)

وتنقسم المصفوفات المستخدمة فى الدراسات الانسانيـــة والتربوية الى قسمين آساسيين :- القسم الأول منهما يضـــم مصفوفات المعلومات ، وهى المصفوفات التى يمكن تكوينهـا من الملاحظات المباشرة للأفراد والاشياء المراد دراستها ٠ اما القسم الثانى فيضم المصفوفات المشتقة ، اى المصفوفات التى يمكن اشتقاقها من النوع الأول باستخدام قوانين أو عـــلاقات معينه ٠ (٦٤ : ٤)

وتأخذ المصفوفات عدة اشكال مختلفة بسبب اختلاف عـــدد الصفوف عن عدد الأعمدة ، أو بسبب اختلاف العناصر المــكونه للمصفوفة ، ومن هذه الأشكال ما يلى :- (٦٤ : ٣٠ - ٤٦)

١ - المصفوفة المستطيلة العامة ، وهى المصفوفةالعامة التى

لا يكون عدد الصفوف مساويا لعدد الأعمدة كما فى المصفوفة الموضحة بالشكل (٧ - ٢) .

٢ - المصفوفة المربعة : وهى المصفوفة التى يكون فيها عدد الصفوف مساويا لعدد الأعمدة ، أى انها مصفوفة من الرتبة ن × ن كالمصفوفة المرفقة بالشكل التخطيطى (٧ - ٣) .

$$\begin{pmatrix} \text{س}_{\text{ان}} & - - - - - & \text{س}_{٢١} & \text{س}_{١١} \\ \text{س}_{\text{ن٢}} & - - - - - & \text{س}_{٢٢} & \text{س}_{١٢} \\ \text{س}_{\text{ن٣}} & - - - - - & \text{س}_{٢٣} & \text{س}_{١٣} \\ & & \vdots & \vdots \\ \text{س}_{\text{نن}} & - - - - - & \text{س}_{\text{ن٢}} & \text{س}_{\text{ن١}} \end{pmatrix}$$

الشكل التخطيطى (٧ - ٣)

ويستخدم هذا النوع من المصفوفات بكثرة فى الدراسات الاجتماعية كالدراسات الخاصة بالحراك الاجتماعى . فعلى سبيل المثال أشار " كولمان " (١) الى كيفية استخدام المصفوفات المربعة فى دراسة الحراك الاجتماعى الفعلى للأبناء بالنسبة للآباء الأصليين فى دراسة روجوف Rogoff

---

(١) للمزيد من الايضاح يمكن الرجوع الى :- (٢٤ : ١٢ - ١٤)

التى أجريت سنه ١٩٤٠ ، حيث كانت الصفوف تمثل فئات عمـــــل الآباء ، أما الأعمدة فكانت تمثل فئات عمل الابناء .

فاذا علمنا ان عدد فئات عمل الآباء أو الابناء عشــــر فئات هى : المهنى ، شبه المهنى ، الملاك والمديـــــرون والموظفون ، الكتبه والبياعون ، العمال المهرة ، العمـــال شبه المهره ، العمال غير المهرة ، عمال المصالح الاقتصادية والحكومية ، عمال الخدمه الشخصية أو الخدم ، واخيـــــرا الفلاحون ، فانه يمكن فى هذه الحالة توزيع الابناء طبقـــا لفئات عمل الآباء على فئات عمل الابناء . ويوضح الشـــكل التخطيطى رقم (٧-٤) هذه المصفوفة المربعة .

١٢٦	٢٣	٣٣	١٢٧	٦٩	٤٢	١٢	٤	٦	١
١٣	١٧	٣	١٨	٢٥	١٢	٣	٢	٤	—
٨١	٣٨	١٧٥	٣٢٠	١٦٠	٢٢١	٢٧	١٤	٢٢	٥
٧٧	٥٦	٧٣	٤٣٦	١٥٩	١٧١	٢٤	١٣	٢٠	٢
٧٣	٦٩	١٠٨	٤٧١	٨٠٨	٦٧٣	١٤٤	٥٧	٧٦	١٤
٣٥	٢٨	٦١	٢٤٨	٢٥٤	٦١٩	٧٦	٣٣	٦٠	٧
١٤	١١	١٥	٩٠	١٠٢	٢٠٦	١٨٩	١٦	٢٥	٢
٥	٢	١٥	٤٩	٣٣	٧٢	٢٠	١٩	٣	—
٦	٦	٧	٢٧	٣٤	٤٦	٦	٣	١٥	—
٥٨	٢٦	٨٩	٢٣٤	٣٥٦	٤٦٤	١٤٢	٥٤	٨٠	٦٧

الشكل التخطيطـــى (٧ - ٤)

٢ - المصفوفات المربعة المتماثلة : وهى عبارة عـــــن مصفوفة من النوع السابق ، ولكن العنصر $س_{لك}$ = العنصر $س_{كل}$ ، ويستخدم هذا النوع بكثره فى التحليـــــل العاملى لعلم النفس ، وذلك لتماثل معاملات الارتبـــاط

والصورة العامة لمثل هذه المصفوفات يمكن تمثيلها بالشكل التخطيطى (٧-٥) .

$$\begin{pmatrix} س_{١١} & س_{١٢} & س_{١٣} & \cdots\cdots & س_{١ن} \\ س_{٢١} & س_{٢٢} & س_{٢٣} & \cdots\cdots & س_{٢ن} \\ \vdots & \vdots & & & \\ س_{ن١} & س_{ن٢} & س_{ن٣} & \cdots\cdots & س_{نن} \end{pmatrix}$$

الشكل التخطيطى (٧ - ٥)

٤ - المصفوفات القطرية المتماثلة : وهى مصفوفة مربعة ايضا - وتشبه المصفوفات التى من النوع السابق ولكن عناصرها التى لاتوجد على القطر الاساس عبارة عن اصفار .

أى أن $س_{لك} = س_{كل} =$ صفر

حيث ل ، ك = ١ ، ٢ ، ... ، ن ، ل $\neq$ ك .

٥ - المصفوفات القطرية المعيارية : ويمثل هذا النوع حالة خاصة من النوع السابق ، حيث تكون عناصر القطر الاساس متساوية ، ويوضح الشكل التخطيطى (٧-٦) هذا النوع من المصفوفات .

$$\begin{pmatrix} أ & \text{صفر} & \cdots\cdots & \text{صفر} \\ \text{صفر} & أ & & \text{صفر} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ \text{صفر} & \text{صفر} & & أ \end{pmatrix}$$

٦ ـ مصفوفة الوحدة : وهى حالة خاصة من مصفوفات النوع السابق ، حيث تكون كل عناصر القطر الأساس مساوية للواحد الصحيح الموجب .

٧ ـ مصفوفة السمه أو الخاصية : ويستخدم هذا النوع من المصفوفات فى الدراسات السلوكية ، ولاهميتها فى هذا المجال سوف نشير الى نوعين :

أ ـ مصفوفة السمه الثانية وسنرمز لها بالرمز ($غ_٢$)، حيث :

$$غ_٢ = \begin{pmatrix} -١ & صفر \\ صفر & ١ \end{pmatrix}$$

ب ـ مصفوفة السمه الثالثة وسنرمز لهابالرمز ($غ_٣$)، حيث :

$$غ_٣ = \begin{pmatrix} ١ & صفر & صفر \\ صفر & -١ & صفر \\ صفر & صفر & -١ \end{pmatrix}$$

٨ ـ المصفوفات المختلفة التماثل : وهى نوع خاص من المصفوفات المربعة ، حيث تكون عناصر قطرها الأساسى أصفار ، والعناصر الأخرى تخضع للعلاقة :

العنصر $س_{لك} = - س_{كل}$

حيث ل ، ك = ١ ، ٢ ، ... ، ن ، ولكن ل ≠ ك

٩ ـ المصفوفات المثلثية : يعتبر هذا النوع من المصفوفات من الانواع المهمة والكثيرة الأستخدام وبخاصة فى العلوم السلوكية والاجتماعية .

ويقصد بالمصفوفة المثلثية المصفوفة المربعة التى تكون كل العناصر الموجودة تحت القطر الاساسى ـ أوفوق

القطر الاساسى - مساوية للصفر .

ويشير الشكل التخطيطى (٧-٨) الى هذين النوعين من المصفوفات :

س ١١	س ١٢	س ١٣	......	س ١ن
صفر	س ٢٢	س ٢٣	......	س ٢ن
صفر	صفر	س ٣٣	......	س ٣ن
:				
صفر	صفر	صفر	......	س ن ن

النوع الاول

س ١١	صفر	صفر	.....	صفر
س ٢١	س ٢٢	صفر	.....	صفر
س ٣١	س ٣٢	س ٣٣	....	صفر
:	:			
س ن١	س ن٢	س ن٣	...	س ن ن

النوع الثانى

الشكل التخطيطى (٧-٨)

- المصفوفات شبه المثلثية (المثلثية الجزئية) : فى مثل هذه المصفوفات لايقسم القطر الاساس الى مثلثين ولكن نظرا لأن المصفوفة مستطيلة فان صورة المصفوفة تختلف عن النوع الاول . فاذا كانت المصفوفة مكونه من ٥ × ن (حيث ن > ٥) أو مكونة من ن × ٣ مثلا (حيث ن > ٣) فان المصفوفة تأخذ الصورة (٧-٩) وهذا النوع له أهميته فى الدراسات الانسانية .

النوع الأول

س١١	س٢١	س٣١	س٤١	س٥١	.... سن١
صفر	س٢٢	س٣٢	س٤٢	س٥٢	.... سن٢
صفر	صفر	س٣٣	س٤٣	س٥٣	.... سن٣
صفر	صفر	صفر	س٤٤	س٥٤	.... سن٤
صفر	صفر	صفر	صفر	س٥٥	.... سن٥

النوع الثانى

س١١	صفر	صفر
س١٢	س٢٢	صفر
س١٣	س٢٣	س٣٣
س١٤	س٢٤	س٣٤
⋮		
سن١	سن٢	سن٣

الشكل التخطيطى (٧ - ٩)

١١ - مصفوفة الواحد - صفر، ومصفوفة التبادل : ويتمثل النوع الاول مصفوفة عامة للمعلومات ، ومنها مصفوفة تحليل المستوى الاجتماعى - الاقتصادى ذو العبارات المزدوجة (أى التى تحتمل الاجابه عليها بنعم أولا). كأن يتم سوءال الشخص عن الممتلكات (سيارة - تليفزيون - تليفون - مكتبه ....) فاذا أجاب بنعم عى اى منها حصل عى التقدير "١" اما اذا اجاب بلا فانه يحصل على التقدير " صفر " وفى ضوء عينه البحث وعدد العبارات يمكن تكوين مصفوفة الواحد - صفر ، ولا يشترط فيها ان تكون مصفوفة مربعة .

وبالرغم من ان النوع العام يصف المعلومات الاجتماعية التى لها الصورة السابقة ، الا انه يستخدم بكثرة فى العلوم الانسانية والدراسات

السيكولوجيه . وترجع اهمية هذا النوع من المصفوفات الى تبسيطة للمعلومات المعطاه فى استبيانات اومقاييس، هذا بالاضافة الى سهوله التعامل معها تحليليا .

وبالاضافة للنوع السابق يوجد نوع آخر من المصفوفات ، الا أنه ليس مصفوفة معلومات ، بل يتضمن مصفوفة مشتقة يطلق عليها مصفوفة التبادل وهى مصفوفة مربعة يوجد بكل صف أو عمود الرقم "١" وباقى العناصر أصفار ، ويمكن أعتبار مصفوفة الوحدة مصفوفة من هذا النوع ويبين الشكل التخطيطى (٧ - ١٠) النوع الأول (الثنائى) ومصفوفة التبادل .

صفر	١	١	صفر ١
١	صفر ١	١	صفر
١	صفر صفر صفر	١	
١	١	١	صفر صفر

النوع الثنائى(مصفوفه المعلومات)

صفر	١	صفر	صفر
١	صفر	صفر	صفر
صفر	صفر	صفر	١
صفر	صفر	١	صفر

المصفوفة التبادليه

الشكل التخطيطى (٧ - ١٠)

١٢ - المصفوفة الصفرية : وهى المصفوفة التى جميع عناصرها أصفار ، ويمكن استخدامها فى آى مجال من المجالات المختلفة .

١٣ - العوامل : وهى مصفوفات مكونه من صف واحد او عمود واحد .

١٤ - عامس الوحده . وهو حالة خاصه من المصفوفات السابقه حيث تكون المصفوفة كل عناصرها وحدات ، ونستخدم هذه المصفوفة بكثره فى تحليل المعلومات التجريبيه لمجموع الصفوف او مجموع الاعمده .

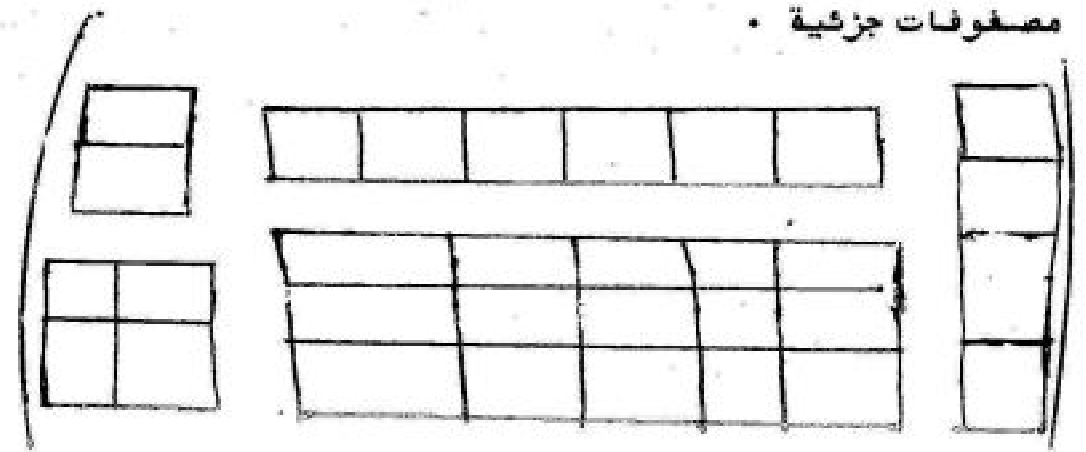
١٥ – عامل السمة او الخاصية • وتشبه هذه المصفوفة المصفوفة السابقة الا ان بعض عناصرها " – ١ " بدلا من "١ " وتستخدم فى التحليل العاملى ، وفى حالة اضافة بعض الصفوف او الاعمدة الى بعضها •

١٦ – عامل الواحد – صفر : وهو حالة خاصة من المصفوفات الخاصة بالعوامل حيث يكون بعض عناصر المصفوفة أصفار والبعض الاخر وحدات •

١٧ – العامل الصفرى : وهو عبارة عن مصفوفة مكونه من صف أو عمود كل عناصرة اصفار •

١٨ – المصفوفة المعيارية الكمية : وهى المصفوفة المكونه من عنصر واحد اى صف واحد وعمود واحد •

١٩ – المصفوفات الجزئية : وهى المصفوفات أو العوامل التى يمكن اقتطاعها من المصفوفة الأم ، ويوضح الشكل (٧–١١) هذا النوع من المصفوفات ، حيث تشير المجموعات الى مصفوفات جزئية •



الشكل التخطيطى (٧ – ١١)

وتقسم المصفوفات بعدة سمات اساسية يمكن ان نتناول منها ما يلى :–

(٧ – ١) اذا كانت المصفوفة أ = المصفوفة ب فان هذا يعنى ان المصفوفتين من نفس الرتبه ، وان العناصر المتناظرة

متساوية ، اى ان $\text{أ}_{\text{ل ك}} = \text{ب}_{\text{ل ك}}$.

ويمكن الاستفادة بهذه الخاصية في تعيين المجاهيل المطلوبة اثناء التعامل مع المتغيرات موضوع الدراسة .

(٧ - ٢) مدور المصفوفه أ ≠ المصفوفة أ وذلك لانه اذا كانت المصفوفه أ من الرتبة م × ن ، فان مدور المصفوفه أ تصبح من الرتبة ن × م ، وحتى اذا كانت م = ن فان $\text{أ}' \neq \text{أ}$ وذلك باستثناء بعض المصفوفات الخاصة كالمصفوفات المتماثلة والمصفوفات القطرية .

(٢ - ٧) اذا كانت المصفوفة أ لها نفس رتبه المصفوفة ب فانه يمكن تعريف مصفوفه ثالثه ج لها نفس الرتبة ، وتتحدد عناصرها بالعلاقة :- (٦٠ : ١٩ - ٢٣)

$$\text{ج}_{\text{ل ك}} = \text{أ}_{\text{ل ك}} \pm \text{ب}_{\text{ل ك}}$$

ويمكن تعميم هذه القاعدة على اكثر من مصفوفة ، كما يمكن استنتاج بعض القواعد والتى منها :-

- المصفوفه أ + المصفوفة ب = المصفوفه ب + المصفوفه أ .
- اذا كانت أ ، ب ، ج ثلاث مصفوفات من نفس الرتبه فان :-
  $$(\text{أ} \pm \text{ب}) \pm \text{ج} = \text{أ} \pm (\text{ب} + \text{ج})$$
- اذا كانت المصفوفتان أ ، ب من نفس الرتبة فان :-
  مدور (أ ± ب) = مدور أ ± مدور ب
- في الامكان تجزيء اى مصفوفة الى عدة مصفوفات ، فعلى سبيل المثال يمكن تجزيء المصفوفة ب الى مصفوفه أخرى أ وعدد " ط " من مصفوفات الوحدة و " حيث ب تعطى بالعلاقة :-

$$\text{ب} = \text{أ} \pm (\text{ط})\,\text{و}$$

$$\begin{bmatrix} س_{١١} \pm ط & س_{٢١} & \cdots & س_{ن١} \\ س_{١٢} & س_{٢٢} \pm ط & \cdots & س_{ن٢} \\ \vdots & & & \\ س_{١م} & س_{٢م} & \cdots & س_{نم} \pm ط \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} س_{١١} & س_{٢١} & \cdots & س_{ن١} \\ س_{١٢} & س_{٢٢} & \cdots & س_{ن٢} \\ \vdots & & & \\ س_{١م} & س_{٢م} & \cdots & س_{نم} \end{bmatrix} \pm ط \begin{bmatrix} ١ & صفر & \cdots & صفر \\ صفر & ١ & \cdots & صفر \\ \vdots & & & \\ صفر & صفر & \cdots & ١ \end{bmatrix}$$

هـ – اذا ضربنا المصفوفة أ فى أى "ق" فهذا يعنى ضـــرب كل عناصر المصفوفة فى نفس العدد ق .

$$ق \begin{pmatrix} س_{١١} & س_{٢١} & \cdots & س_{ن١} \\ س_{١٢} & س_{٢٢} & \cdots & س_{ن٢} \\ \vdots & & & \\ س_{١م} & س_{٢م} & \cdots & س_{نم} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ق س_{١١} & ق س_{٢١} & \cdots & ق س_{ن١} \\ ق س_{١٢} & ق س_{٢٢} & \cdots & ق س_{ن٢} \\ \vdots & \vdots & & \\ ق س_{١م} & ق س_{٢م} & \cdots & ق س_{نم} \end{pmatrix}$$

(٧–٤) اذا كانت المصفوفة أ من الرتبة م × ن والمصفوفة ب من الرتبة ن × هـ ، فانه يمكن تعريف مصفوفة ك من الرتبة م × هـ عناصرها تتحدد بالعلاقه : (٤٤ : ٧٧–٧٨) .

$$ك_{لك} = \sum_{ر=١}^{ن} أ_{لر} \, ب_{رك}$$

حيث ل = ١ ، ٢ ، ... ، م .

ك = ١ ، ٢ ، ٣ ، ... ، هـ .

ولتوضيح الخاصية السابقة نفترض اننا نرغب فى حســـاب العنصر الاول من عناصر المصفوفة ك ، أى العنصر $ك_{١١}$ فاننا نضع ل = ١ ، ك = ١ .. ومن ثم تأخذ العلاقة الصورة :

$$ج_{11} = \sum_{ر=1}^{ن} أ_{1ر}\, ب_{ر1} = أ_{11}\, ب_{11} + أ_{12}\, ب_{21} + أ_{13}\, ب_{31} + \cdots\cdots + أ_{1ن}\, ب_{ن1}$$

فاذا نظرنا للعناصر أ بالنسبة للعنصر $ج_{11}$ وجدنا انها تمثل الصف الأول من المصفوفة أ ، واذا نظرنا للعناصر ب وجدنا انها العمود الاول من المصفوفة ب .. وهكذا . أى أننا عند الضرب نضرب عناصر الصف من المصفوفة الاولى فى عناصر العمود المناظرة لها من المصفوفة الثانية .

(٧-٥) امتدادا للخاصية السابقة يمكن توضيح كيفية ضرب العوامل ، فعلى سبيل المثال اذا كان العامل الأول "س" مكون من صف واحد ون من الأعمدة ، والعامل الثانى "ص" مكون من ن من الصفوف وعمود واحد ، فان ناتج الضرب يكون عبارة عن مصفوفة معيارية أى صف x عمود .

أى أن

$$س \times ص = \begin{Vmatrix} س_{11} & س_{12} & \cdots & س_{1ن} \end{Vmatrix} \begin{bmatrix} ص_{11} \\ ص_{21} \\ \vdots \\ ص_{ن1} \end{bmatrix}$$

$$= \left[س_{11}\, ص_{11} + س_{12}\, ص_{21} + \cdots\cdots + س_{1ن}\, ص_{ن1} \right]$$

أما حاصل ضرب ص x س فينتج مصفوفة مربعة من الرتبة ن x ن .

أى أن ص × س =

$$\begin{bmatrix} \text{ص}_{11} \\ \text{ص}_{12} \\ \vdots \\ \text{ص}_{ن1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{س}_{11} & \text{س}_{21} & \cdots & \text{س}_{1ن} \end{bmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \text{ص}_{11}\,\text{س}_{11} & \text{ص}_{11}\,\text{س}_{21} & \cdots & \text{ص}_{11}\,\text{س}_{1ن} \\ \text{ص}_{12}\,\text{س}_{11} & \text{ص}_{12}\,\text{س}_{21} & \cdots & \text{ص}_{12}\,\text{س}_{1ن} \\ \vdots & & & \\ \text{ص}_{ن1}\,\text{س}_{11} & \text{ص}_{ن1}\,\text{س}_{21} & \cdots & \text{ص}_{ن1}\,\text{س}_{1ن} \end{pmatrix}$$

وبناء على ماسبق فمن الممكن ضرب عامل من الرتبة م × ١ فى عامل آخر من الرتبة ١ × ن لانتاج مصفوفة من الرتبة م × ن . وفى مثل هذه الحالات تتحول عناصر العامل الاول الى اعداد مطلقة نقوم بضربها فى كل عناصر العامل الثانى وليس المناظره فقط كما فى المصفوفات الأخرى .

(٧–٦) اذا كان كل من العاملين ص ، س مقسم الى عوامل جزئية كأن يكونا فى الصوره .

$$\text{س} = \left[\begin{array}{cc|c|ccc} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} & \text{أ}_{31} & \text{أ}_{41} & \text{أ}_{51} & \text{أ}_{61} \end{array}\right] ، \quad \text{ص} = \left[\begin{array}{c} \text{ب}_{11} \\ \text{ب}_{12} \\ \text{ب}_{13} \\ \hline \text{ب}_{14} \\ \text{ب}_{15} \\ \hline \text{ب}_{16} \end{array}\right]$$

$$\text{ص} \times \text{س} = \begin{pmatrix} \text{ب}_{11} \\ \text{ب}_{12} \\ \text{ب}_{13} \\ \hline \text{ب}_{14} \\ \text{ب}_{15} \\ \hline \text{ب}_{16} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} & \vline & \text{أ}_{31} & \vline & \text{أ}_{41} & \text{أ}_{51} & \text{أ}_{61} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ب}_{11} \\ \text{ب}_{12} \\ \text{ب}_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \text{ب}_{11} \\ \text{ب}_{12} \\ \text{ب}_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{31} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \text{ب}_{11} \\ \text{ب}_{12} \\ \text{ب}_{13} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{41} & \text{أ}_{51} & \text{أ}_{61} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \text{ب}_{14} \\ \text{ب}_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \text{ب}_{14} \\ \text{ب}_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{31} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \text{ب}_{14} \\ \text{ب}_{15} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{41} & \text{أ}_{51} & \text{أ}_{61} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \text{ب}_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \text{ب}_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{31} \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} \text{ب}_{16} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{أ}_{41} & \text{أ}_{51} & \text{أ}_{61} \end{bmatrix} \end{bmatrix}$$

$$= \left[\begin{array}{cc|c|ccc} \text{ب}_{11}\cdot\text{أ}_{11} & \text{ب}_{11}\cdot\text{أ}_{21} & \text{ب}_{11}\cdot\text{أ}_{31} & \text{ب}_{11}\cdot\text{أ}_{41} & \text{ب}_{11}\cdot\text{أ}_{51} & \text{ب}_{11}\cdot\text{أ}_{61} \\ \text{ب}_{12}\cdot\text{أ}_{11} & \text{ب}_{12}\cdot\text{أ}_{21} & \text{ب}_{12}\cdot\text{أ}_{31} & \text{ب}_{12}\cdot\text{أ}_{41} & \text{ب}_{12}\cdot\text{أ}_{51} & \text{ب}_{12}\cdot\text{أ}_{61} \\ \text{ب}_{13}\cdot\text{أ}_{11} & \text{ب}_{13}\cdot\text{أ}_{21} & \text{ب}_{13}\cdot\text{أ}_{31} & \text{ب}_{13}\cdot\text{أ}_{41} & \text{ب}_{13}\cdot\text{أ}_{51} & \text{ب}_{13}\cdot\text{أ}_{61} \\ \hline \text{ب}_{14}\cdot\text{أ}_{11} & \text{ب}_{14}\cdot\text{أ}_{21} & \text{ب}_{14}\cdot\text{أ}_{31} & \text{ب}_{14}\cdot\text{أ}_{41} & \text{ب}_{14}\cdot\text{أ}_{51} & \text{ب}_{14}\cdot\text{أ}_{61} \\ \text{ب}_{15}\cdot\text{أ}_{11} & \text{ب}_{15}\cdot\text{أ}_{21} & \text{ب}_{15}\cdot\text{أ}_{31} & \text{ب}_{15}\cdot\text{أ}_{41} & \text{ب}_{15}\cdot\text{أ}_{51} & \text{ب}_{15}\cdot\text{أ}_{61} \\ \hline \text{ب}_{16}\cdot\text{أ}_{11} & \text{ب}_{16}\cdot\text{أ}_{21} & \text{ب}_{16}\cdot\text{أ}_{31} & \text{ب}_{16}\cdot\text{أ}_{41} & \text{ب}_{16}\cdot\text{أ}_{51} & \text{ب}_{16}\cdot\text{أ}_{61} \end{array}\right]$$

مثال : لتوضيح أهمية المصفوفات فى التخطيط التعليمى (مثلا) نفترض أن سياسة الجامعة الأهلية مبنية على فتح بابها ـــــــ

للراغبين فى التخصصات النادرة والمطلوبة فى التنمية كعلوم دراسة الفضاء ، والفنون الهندسية والمعمارية ، وعلوم دراسة الامراض المستعصيه والمستوطنة ، وفنون استصلاح الأراضى والصحارى ، واستخدام الموارد البحرية ومياه البحار ، وفنون الأجهزة الأليكترونية والكومبيوتر ، وعلوم الصوتيات ، وأن نسب القبول فى هذه المجالات ١ ، ٦ ، ٢ ، ٧ ، ٥ ، ٣ ، ١ على الترتيب .

فاذا علم أن الجامعة ستبدأ خطتها بقبول عدد محدد ثم يزداد هذا العدد باطراد فى السنوات التالية بنسبة ٥٠٪ ، ٦٠٪ ، ٧٥٪ ، ١٠٠٪ . من عدد المقبولين فى العام السابق مباشرة ، وذلك بهدف الوصول بالاستيعاب خلال السنوات الخمس الأولى من الخطة الى ٣٥ ألف طالب وطالبة ، فما عدد المقبولين فى المجالات السبعة خلال السنوات الخمس .

الحل :

بفرض أن عدد المقبولين فى العام الأول من الخطة طالب واحد ، وأن عدد المقبولين فى العام التالى ٥ر١ طالبا والثالث ٤ر٢ ، والرابع ٢ر٤ ، والخامس ٤ر٨ طالبا ، فان هذه النسب تكون مصفوفة أو عامل من الرتبة ٥ × ١ .. كالمصفوفة آ حيث :

$$آ = \begin{pmatrix} ١ \\ ١٫٥ \\ ٢٫٤ \\ ٤٫٢ \\ ٨٫٤ \end{pmatrix}$$

كما أن نسب القبول فى المجالات السبعة تكون مصفوفة أو عامل من الرتبة ١ × ٧ كالمصفوفة ب حيث :

$$ب = \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٥ & ٧ & ٢ & ٦ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\therefore\ أ \times ب = \begin{bmatrix} ١ \\ ٥ر١ \\ ٤ر٢ \\ ٢ر٤ \\ ٤ر٨ \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٥ & ٧ & ٢ & ٦ & ١ \end{bmatrix}$$

$$\therefore\ أ \times ب = \begin{bmatrix} ١ & ٣ & ٥ & ٧ & ٢ & ٦ & ١ \\ ٥ر١ & ٥ر٤ & ٥ر٧ & ٥ر١٠ & ٣ & ٩ & ٥ر١ \\ ٤ر٢ & ٢ر٧ & ٠ر١٢ & ٨ر١٦ & ٨ر٤ & ٤ر١٤ & ٤ر٢ \\ ٢ر٤ & ٦ر١٢ & ٠ر٢١ & ٤ر٢٩ & ٤ر٨ & ٢ر٢٥ & ٢ر٤ \\ ٤ر٨ & ٢ر٢٥ & ٠ر٤٢ & ٨ر٥٨ & ٨ر١٦ & ٤ر٥٠ & ٤ر٨ \end{bmatrix}$$

ومجموع عناصر المصفوفة الناتجة يكافىء ٣٥ ألف طالبا وطالبة المقترح قبولهم فى المجالات السبعة خلال الخمس سنوات .

أى أن (مجـ مجـ $أ_{ل}\ ب_{ل}$) × س = ٣٥٠٠٠

∴ ٥ر٤٣٧ س = ٣٥٠٠٠

∴ س = ٨٠

ويوضح الجدول رقم (٧ـ١) عدد المقبولين فى المجالات السبعة خلال السنوات الخمس وجملة المقبولين فى كل عام كذلك جملة المقبولين فى كل مجال ، وذلك بناء على حل المصفوفة أ × ب × س = ٣٥٠٠٠ .

الجـدول (٣-١)

عدد المقبولين فى الجامعة الأهليـــة

	علوم فضاء	هندسة معمارية	امراض	استصلاح	بحار	كومبيوتر	صوتيات	جملة المقبولين
العام الاول	٨٠	٤٨٠	١٦٠	٥٦٠	٤٠٠	٢٤٠	٨٠	٢٠٠٠
العام الثانى	١٢٠	٧٢٠	٢٤٠	٨٤٠	٦٠٠	٣٦٠	١٢٠	٣٠٠٠
العام الثالث	١٩٢	١١٥٢	٣٨٤	١٣٤٤	٩٦٠	٥٧٦	١٩٢	٤٨٠٠
العام الرابع	٣٣٦	٢٠١٦	٦٧٢	٢٣٥٢	١٦٨٠	١٠٠٨	٣٣٦	٨٤٠٠
العام الخامس	٦٧٢	٤٠٣٢	١٣٤٤	٤٧٠٤	٣٣٦٠	٢٠١٦	٦٧٢	١٦٨٠٠
الجملة	١٤٠٠	٨٤٠٠	٢٨٠٠	٩٨٠٠	٧٠٠٠	٤٢٠٠	١٤٠٠	٣٥٠٠٠

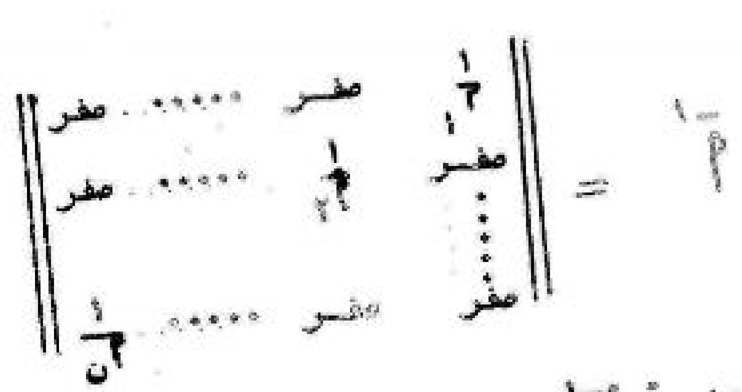
(٧-٧) اذا كانت أ مصفوفة قطرية فان ضرب أ فى نفسهـــا هـ من المرات ينتج مصفوفه قطرية كل عنصر من عناصر القطـــر الاساسى فيها مرفوعا للأس هـ . أى أن

$$\begin{pmatrix} أ_1 & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{صفر} & أ_2 & \cdots & \text{صفر} \\ \vdots & & & \\ \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots & أ_ن \end{pmatrix}^{هـ} = \begin{pmatrix} أ_1^{هـ} & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{صفر} & أ_2^{هـ} & \cdots & \text{صفر} \\ \vdots & & & \\ \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots & أ_ن^{هـ} \end{pmatrix}$$

وبناء على هذه الخاصية فانـــه اذا كانت أ مصفوفة قطرية فان :

$$أ^{\frac{1}{2}} = \begin{pmatrix} \sqrt{أ_1} & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{صفر} & \sqrt{أ_2} & \cdots & \text{صفر} \\ \vdots & & & \\ \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots & \sqrt{أ_ن} \end{pmatrix}$$

وايضا



ومنها أ أ$^{-1}$ = مصفوفة الوحدة . ويمكن الاستفـــادة من هذه الخاصية فى حل المصفوفات وايجاد قيم المجاهيـــل ولايقتصر هذا على المصفوفات القطرية ، ولكن هذا ينطبق علـى جميع المصفوفات المربعة التى يمكن ايجاد مقلوبها .

(٧-٨) مقلوب المصفوفة المتعامدة المربعة هو نفسه مــدور المصفوفة (٦٠ : ٩٢) أى أنه اذا كانت أ مصفوفة متعامــدة فان :

$$أ^{-1} = \text{مدور } أ$$

والمقصود بالمصفوفات المتعامدة : المصفوفات التـــى اذا ضربت من الأيسر فى مدورها كان الناتج مصفوفة قطريـــة (٦٤ : ٣١١) ويستفاد من هذه الخاصية فى التحليل العاملى.

وبالرغم من أن المحددات حالة خاصة من المصفوفات الا أن المحددات تنفرد ببعض الخصائص المميزة (٤٤ : ١٠٠-٤١٩) ومن هذه الخصائص ما يـــلى :

(٧-٩) يمكن فك المحددات باستخدام أحد صفوفهـــا أو احد الأعمدة وذلك بضرب عناصر الصف أو العمود فـــى المحددات الصغرى المتممه مع مراعاة الاشارات ، حيث تـــكون اشارة أول عنصر فى المحدد موجبة ثم تتبادل الاشارات فـــى

المصفوفة فى ط فان قيمة المحدد تصبح $ط^{ن}|أ|$ حيث ن رتبة المحدد ٠

(٧-١١) ان ضرب احد صفوف أو أعمدة المحدد فى مقدار ثابت واضافة الناتج لصف أو عمود آخر لايترتب عليه أى تغيير فى قيمة المحدد ٠ وهذه الخاصيه مفيده وهامة فى فك المحدد ٠ (٣٩ ؛ ١١٦-١١٧) ٠

(٧-١٢) يمكن ايجاد مقلوب المصفوفة المربعه اذا كان مفكوك محددها لايساوى الصفر ، ويتحدد مقلوب المصفوفة أ من العلاقه :

$$\text{أ}^{-1} = \begin{bmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{12} & \cdots\cdots & \text{أ}_{ن1} \\ \text{أ}_{21} & \text{أ}_{22} & \cdots\cdots & \text{أ}_{ن2} \\ \vdots & & & \\ \text{أ}_{1ن} & \text{أ}_{2ن} & \cdots\cdots & \text{أ}_{نن} \end{bmatrix}$$

حيث $\text{أ}_{ل ك}$ هو مفكوك المحدد الأصغر المتمم للعنصر $\text{أ}_{ك ل}$ وقسمة الناتج على مفكوك المحدد أ ٠

ثانيا : **الدوال الرياضية والادلة العدديه :**

ان أهمية الدوال الرياضية لاتقل عن أهمية المصفوفات والمحددات فى خدمة مستخدمى المؤشرات الرياضيه ٠ وتتدرج الدوال الرياضية من أبسط الدوال وهى الدوال العددية (المتواليات العدديه) الى أصعب الدوال ٠ ويهمنا فى هذا المجال التعرف على طبيعة بعض الدوال التى تفيد الباحث فى العلوم الانسانية ٠ ومن هذه الدوال ما يلى :

(أ) المتواليات العددية (السلاسل العددية)

وتأخذ هذه المتواليات الصورة أ ، أ + ء ، أ + ٢ء ، ... ، حدها الأول أ وأساسها ء . فعلى سبيل المثـــــال المتوالية ٩ ، ١٤ ، ١٩ ، ٢٤ ، ... هى متوالية عدديـــة قيمة أ = ٩ ، ء = ١٤-٩ = ١٩-١٤ = ---- = ٥ ويتحـــدد مجموع هذه المتواليات من العلاقة : .

ج = ن/٢ (أ + ل) = ن/٢ (٢ أ + (ن - ١) ء) (٧-١٣)

حيث ل الحد الأخير ، ن عدد حدود المتوالية .

وبصفة عامة يتحدد أى حد من حدود المتوالية العدديـــة من العلاقة : .

حن = أ + (ن - ١) ء (٧-١٤)

(ب) المتواليات أو السلاسل الهندسية :

ويعتبر هذا النوع من الدوال أهم من النوع الاول فـى الدراسات الانسانيه . فكثيرا ماتستخدم فى تحديد حجـــم السكان المتوقع فى المستقبل ، أو فى حساب الاستثماروالعوائد التعليميه ، هذا بالاضافه الى بعض الاستخدامات الأخرى .

وتقوم فكرة السلاسل الهندسيه على أن التزايد أوالتناقص فى الاعداد يأخذ شكل هندسى "مساحه" أى أن التزايدأوالتناقص يتم فى بعدين ، ومن ثم فان المتواليات الهندسية تأخـــذ الصورة : . أ ، أر ، أر٢ ، ... ، أى أن الحد الأول هـــو أ والاساس ر .

ويتحدد مجموع المتوالية الهندسية من العلاقة :

$$ج = \frac{أ(ر^{ن} - ١)}{ر - ١} \qquad (٧-١٥)$$

حيث $ر > ١$ ، ن عدد الحدود

أو

$$ج = \frac{أ(١ - ر^{ن})}{١ - ر} \qquad (٧-١٦)$$

حيث $ر < ١$ ٠

وفى الحالة الاخيرة اذا زاد عدد الحدود فان قيمة $ر^{ن}$ ، تقترب من الصفر ، ومن ثم فان مجموع المسلسلات الهندسية يأخذ الصورة : ٠

$$ج = \frac{أ}{١ - ر} \qquad (٧-١٧)$$

اما الحد النونى فى المتوالية الهندسية فيتحدد بالعلاقة : ٠

$$ح_{ن} = أ ر^{ن - ١} \qquad (٧-١٨)$$

والعلاقة (٧-١٨) لها أهميتها فى دراسة اقتصاديات التعليم كما سيتضح فى الفصل التاسع ٠

(ج) <u>السلاسل العددية الهندسية</u> : ٠

وهى السلاسل التى على الصورة : ٠

$$أ ، (أ + ٥)ر ، (أ + ٢٥)ر^{٢} ، ...$$

ويتحدد الحد النونى فى هذه السلاسل من العلاقة : ٠

$$ح_{ن} = (أ + (ن - ١)٥) ر^{ن-١} \quad ... \qquad (٧-١٩)$$

أما المجموع فيتحدد من العلاقة :

$$\text{ج} = \frac{\text{أ}(\text{ر}^{\text{ن}} - ١)}{\text{ر} - ١} + \frac{(\text{ن} - ١)\,\text{ء}\,\text{ر}^{\text{ن}}}{\text{ر} - ١} - \frac{\text{ء}\,\text{ر}(\text{ر}^{\text{ن}-١} - ١)}{(\text{ر} - ١)^{٢}}$$

$$= \frac{[\text{أ} + (\text{ن} - ١)\,\text{ء}]\,\text{ر}^{\text{ن}} - \text{أ}}{\text{ر} - ١} - \frac{\text{ء}\,\text{ر}(\text{ر}^{\text{ن}-١} - ١)}{(\text{ر} - ١)^{٢}}$$

$$= \frac{\text{ل}\,\text{ر} - \text{أ}}{\text{ر} - ١} - \frac{\text{ء}\,\text{ر}(\text{ر}^{\text{ن}-١} - ١)}{(\text{ر} - ١)^{٢}}$$

حيث ل الحد الأخير ، $\text{ر} > ١$ (٧−٢٠)

واذا كانت السلسة الهندسية العددية فى الصورة :

$$\text{أ}\,\text{ر}^{-\text{ل}} ،\ (\text{أ} + \text{ء})\,\text{ر}^{-(\text{ل}+١)} ،\ (\text{أ} + ٢\text{ء})\,\text{ر}^{-(\text{ل}+٢)} ،\ \ldots\ldots$$

فان مجموع هذه السلسلة يتحدد بالعلاقة :

$$\text{ج} = \frac{\text{أ}\,\text{ر}^{-\text{ل}} - (\text{أ} + \text{ن}\,\text{ء})\,\text{ر}^{-(\text{ن}+\text{ل})}}{١ - \text{ر}^{-١}} + \frac{\text{ء}\,\text{ر}^{-(\text{ل}+١)}(١ - \text{ر}^{-\text{ن}})}{(١ - \text{ر}^{-١})^{٢}}$$

..... (٧−٢١)

(د) الدوال الجبرية واللوغاريتمية والزائدية :

يطلق على النماذج التى تحكم المتغيرات المرتبطة ببعضها البعض لفظ "دوال" ، وتأخذ هذه الدوال صور متعددة ، ولكنها – فى مجملها – تربط المتغيرات المستقلة بالمتغيرات التابعة فعلى سبيل المثال اذا كانت ص تتغير طبقا لتغير س فانه يقال ان ص دالة للمتغير المستقل س ، وتكتب فى الصورة :

$\text{ص} = \text{د}(\text{س})$ أو $\text{ص} = \text{ف}(\text{س})$ (٧−٢٢)

وقد يوجد اكثر من متغير يعتمد عليهم المتغير التابع . فعلى سبيل المثال : دخل الفرد يتوقف على تعليمه وخبرته وعمره و.... ومن ثم فان المتغير التابع أو الدخل "د" يعتمد على اكثر من متغير : التعليم "ت" والخبرة "خ" ، والسن "ن" ، وتكتب العلاقة بين الدخل وهذه المتغيرات فى الصورة :

$$د = ف (ت ، خ ، ن) \quad (٧-٢٣)$$

وفى بعض الحالات تأخذ الدوال صور لوغاريتمية ، كأن تأخذ العلاقة (٧-٢٣) الصورة :

$$ص = د(س) = أ \ لو \ س + ب \quad (٧-٢٤)$$

حيث أ ، ب ثوابت ، "لو" اختصار لفظ "لوغاريتم).
ويمكن وضع العلاقة السابقة فى الصورة :

$$أ \ لو \ س = ص - ب$$

$$\therefore \quad لو \ س = \frac{ص - ب}{أ}$$

ومنها $$س = هـ^{\frac{ص - ب}{أ}} = هـ^{\frac{ص}{أ}} \cdot هـ^{-\frac{ب}{أ}}$$

$$= هـ^{م ص} \cdot ك = ك \ هـ^{م ص} \quad (٧-٢٥)$$

حيث هـ أساس اللوغاريتم الطبيعى ويساوى ٢٫٧١٨٣ ، م ، ك ثوابت عددية .

وقد تكون الدالة د(س) مزيج من الدوال اللوغاريتمية والجبرية والزائدية .

بعض خصائص الدوال اللوغاريتمية والزائدية :

للدوال اللوغاريتمية والزائدية العديد من الخصائص التى ينبغى معرفتها قبل التعامل معها فى الاغراض التى تتطلب معالجة مشكلات باستخدام هذه الداول ، ومن هذه الخصائص مايلى :

١ ـ العدد المقابل لقيمة اللوغاريتم هو دالة أسية ، أى أنه اذا كان ص = لو س فان

$$س = هـ^{ص} \quad \cdots \quad (٧-٢٦)$$

٢ ـ لوغاريتم الدالة الأسية يساوى الأس فقط ، فاذا كان :

$ص = هـ^{س}$

فأن $$لو ص = لو هـ^{س} = س \quad (٧-٢٧)$$

٣ ـ لوغاريتم حاصل ضرب قيمتين س ،ص يكافىء مجموع لوغاريتميهما . أى أنه اذا كانت

$$ع = ص \times س$$

فان $$لو ع = لو(ص \times س) = لو ص + لو س \quad (٧-٢٨)$$

٤ ـ لوغاريتم حاصل قسمة قيمتين س ، ص يكافىء الفرق بين لوغاريتميهما ، فاذا كانت :

$$ع = \frac{ص}{س} \quad فان$$

$$لو ع = لو \frac{ص}{س} = لو ص - لو س \quad (٧-٢٩)$$

٥ ـ لوغاريتم قيمة مرفوعة لأس محدد يساوى حاصل ضرب الأس فى قيمة لوغاريتم القيمة ... أى

$$لو س^{ن} = ن لو س \quad (٧-٣٠)$$

٦ – اذا كانت ر كمية صغيرة – اقل من الواحد الصحيح – فان :

لو(١ + ر) ≅ ر حيث ر ≤ ٣ر٠

لو(١ + ر) ≅ ر – ١ر٠ حيث ٣ر٠ < ر < ٧ر٠

لو(١ + ر) ≅ ر – ٢ر٠ حيث ٧ر٠ < ر < ٩ر٠

لو(١ + ٩ر) ≅ ٦٤ر٠ (٧-٣١)

(هـ) **الادلة العدديـــــة** :

يستخدم فى الابحاث التربوية والنفسية والاجتماعيــة العديد من الادلة العددية كنسب الطلاب الى المدرسين أو الفصول، أو وحدات التكلفة ، ونسب الذكاء ، والمستويات الاجتماعية والاقتصادية ، ونسب التوظيف وتكاليف المعيشة ، ومعـــدلات الزيادة السكانية ، والكثافة السكانية ، ونسب توزيع السكان ونسب ومعدلات الخصوبة ، ومعدلات الانجاب أو الوفيات ، ومعدلات الاجور والدخل السنوى ، ومعدلات الانفاق و ... (٦٢ : ٥٠٤) .. وسوف نستخدم بعض الأدلة العددية فى هذا الجزء ، وبخاصة فــى الفصل الاخير .

ثالثا : **الدوال التفاضلية والتكاملية** :

استخدمنا فى الجزء الاول بعض الدوال التفاضلية ، كمـا استخدمنا بعض الدوال التكاملية فى تحديد مساحة المنحنــى الاعتدالى ، ونحاول القاء نظرة سريعة على بعض الدوال التى قد يستخدمها الباحث فى مجال العلوم الانسانية والتربوية .

وتستخدم الدوال التفاضلية للوقوف على طبيعة العلاقـــات الوظيفية المدروسة ، وتحليل التغيرات المرتبطة بالظاهـــرة ولغير مرتبطة .

ويمكن استخدام هذه الدوال بنجاح فى حالات انتظام التغير ، بمعنى أنه اذا كانت الظاهرة ص تتغير بصورة منتظمة بالنسبة للمتغير المستقل س مهما صغر مقدار هذا التغير ، فانه يمكن استخدام الداول التفاضلية . ويمكن التعبير عن ذلك فى صورة رياضية بالعلاقات الآتية :

١ – اذا كانت $\text{ص} = \text{أ}\,\text{س} + \text{ب}$

فان $\text{ص} + \Delta\text{ص} = \text{أ}(\text{س} + \Delta\text{س}) + \text{ب}$

ومنها $\Delta\text{ص} = \text{أ}\,\Delta\text{س}$

$$\therefore \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} = \text{أ} \lim_{\Delta\text{س} \to \text{صفر}} \frac{\Delta\text{س}}{\Delta\text{س}} = \text{أ} \times ١$$

$$\therefore \frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \text{أ} \qquad (٧-٣٢)$$

وبصفة عامة اذا كانت $\text{ص} = \text{د}(\text{س})$

$$\frac{d\text{ص}}{d\text{س}} = \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} = \frac{d}{d\text{س}}\left(\text{د}(\text{س})\right) \qquad (٧-٣٣)$$

٢ – اذا كانت $\text{ص} = \text{د}(\text{س})$ ، $\text{ع} = \text{د}(\text{س})$: فان

أ) $\Delta(\text{ص}\,\text{ع}) \simeq (\Delta\text{ص})\,\text{ع} + \text{ص}\,(\Delta\text{ع})$

$$\text{ومنها } \frac{d}{d\text{س}}(\text{ص}\,\text{ع}) = \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta(\text{ص}\,\text{ع})}{\Delta\text{س}} = \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\text{ص}}{\Delta\text{س}} \cdot \text{ع} + \text{ص} \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\text{ع}}{\Delta\text{س}}$$

$$\therefore \frac{d}{d\text{س}}(\text{ص}\,\text{ع}) = \frac{d\text{ص}}{d\text{س}} \cdot \text{ع} + \text{ص}\,\frac{d\text{ع}}{d\text{س}} \qquad (٧-٣٤)$$

ب) $\Delta\left(\frac{\text{ص}}{\text{ع}}\right) = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}\left(\frac{\Delta\text{ص}}{\text{ص}} - \frac{\Delta\text{ع}}{\text{ع}}\right)$

ومنها

$$\lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\left(\frac{\text{ص}}{\text{ع}}\right)}{\Delta\text{س}} = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}\left(\lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\left(\frac{\Delta\text{ص}}{\text{ص}}\right)}{\Delta\text{س}} - \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\left(\frac{\Delta\text{ع}}{\text{ع}}\right)}{\Delta\text{س}}\right)$$

$$\therefore \frac{\text{ء}}{\text{ءس}}\left(\frac{\text{ص}}{\text{ع}}\right) = \frac{\text{ص}}{\text{ع}}\left(\frac{1}{\text{ص}}\,\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} - \frac{1}{\text{ع}}\,\frac{\text{ءع}}{\text{ءس}}\right)$$

$$= \frac{\text{ع ص}' - \text{ص ع}'}{\text{ع}^{2}} \qquad (\text{٧–٣٥})$$

حيث $\text{ص}' = \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}$ ، $\text{ع}' = \frac{\text{ءع}}{\text{ءس}}$

٣ – اذا كانت $\text{ص} = \text{هـ}^{\text{س}}$

فان $\Delta\,\text{ص} = \Delta\,\text{هـ}^{\text{س}} = \text{هـ}^{\text{س}}\,\Delta\,\text{س}$

ومنها

$$\lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\,\text{ص}}{\Delta\,\text{س}} = \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\,\text{هـ}^{\text{س}}}{\Delta\,\text{س}} = \text{هـ}^{\text{س}} \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\,\text{س}}{\Delta\,\text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ء}}{\text{ءس}}\left(\text{هـ}^{\text{س}}\right) = \text{هـ}^{\text{س}} \qquad (\text{٧–٣٦})$$

٤ – اذا كانت $\text{ص} = \text{لو س}$

فان $\Delta\,\text{ص} = \Delta\,(\text{لو س}) = \frac{\Delta\,\text{س}}{\text{س}}$

ومنها

$$\lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\,\text{ص}}{\Delta\,\text{س}} = \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\,(\text{لوس})}{\Delta\,\text{س}} = \frac{1}{\text{س}} \lim_{\Delta\text{س} \to ٠} \frac{\Delta\,\text{س}}{\Delta\,\text{س}}$$

$$\therefore \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ء}}{\text{ءس}}\,(\text{لو س}) = \frac{1}{\text{س}} \qquad (\text{٧–٣٧})$$

٥ – اذا كانت $\text{ص} = \text{لو س}$

$$\text{فان } \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \frac{\text{ء}}{\text{ءس}}\,(\text{لو}_{١٠}\,\text{س}) = \frac{\text{٠ر٤٣٤٣}}{\text{س}} \qquad (\text{٧–٣٨})$$

وذلك لأن

$$\text{لو}_{١٠}\,\text{س} = \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{س} \times \text{لو}_{١٠}\,\text{هـ}$$

$$= \text{لو}_{\text{هـ}}\,\text{س} \times \text{٠ر٤٣٤٣}$$

$$= \text{٠ر٤٣٤٣ لو}_{\text{هـ}}\,\text{س} \qquad (\text{٧–٣٩})$$

وبجانب التفاضل التام يوجد التفاضل الجزئي والــذي يستخدم في تحديد الثوابت البحثية عند استخدام فـــكرة الانحرافات الصغرى .

فعلى سبيل المثال اذا كانت الدالة ع تتغير طبقــا لتغير أي من المتغيرين ص ، س وكانت العلاقة بين ع وكــل من ص ، س في الصــورة :

$$ع = د(ص ، س) \qquad (٧-٤٠)$$

فان تغير ع قد يحدث نتيجة لحدوث التغير في س ، أي أن

$$\frac{\partial ع}{\partial س} = \frac{\partial}{\partial س} \left(د(ص ، س) \right) \qquad (٧-٤١)$$

حيث "∂" تشير الى التفاضل الجزئي .

واما ان تتغير ع طبقا لتغير ص ، أي أن :

$$\frac{\partial ع}{\partial ص} = \frac{\partial}{\partial ص} \left(د(ص ، س) \right) \qquad (٧-٤٢)$$

مثال : . اذا كان عدد المقبولين بالتعليم العالي يخضـــع للعلاقة : .

$$ق = أ ج + ب$$

حيث أ ، ب متغيرات برامترية .

ق عدد المقبولين ، ج عدد الناجحين بالثانويـــة والمطلوب تحديد قيم أ ، ب

الحل : .

لتحديد قيم أ ، ب نفترض أن عدد الذين تم قبولهـــم بالفعل هو ق . ثم نوجد هذه القيم (أ،ب) عندما يكـــون مجموع الانحرافات الصغرى بين ق′ ، ق اصغر مايمكن .

أى أن

$$\underset{\text{ق} \to \text{ق}'}{\text{نهـا}} \ \text{مـ} \ (\text{ق}' - \text{ق})^{٢} = \text{صفر}$$

فى هذه الحالة نستخدم التفاضل الجزئى ، فاذا افترضنا أن :

$$\text{ص} = \text{مـ} \ (\text{ق}' - \text{ق})^{٢} = \text{مـ} \ (\text{ق}' - \text{أ ج} - \text{ب})^{٢}$$

فأن

$$\frac{\partial \text{ص}}{\partial \text{أ}} = ٢ \ \text{مـ} \ (\text{ق}' - \text{أ ج} - \text{ب}) \times (\text{ج}) = \text{صفر}$$

$$\therefore \ \text{مـ ج ق}' - \text{أ مـ ج}^{٢} - \text{ب مـ ج} = \text{صفر} \qquad (١)$$

$$\frac{\partial \text{ص}}{\partial \text{ب}} = ٢ \ \text{مـ} \ (\text{ق}' - \text{أ ج} - \text{ب}) \times -١ = \text{صفر}$$

$$\therefore \ \text{مـ ق}' - \text{أ مـ ج} - \text{مـ ب} = \text{صفر}$$

$$\therefore \ \text{مـ ق}' - \text{أ مـ ج} - \text{ب ن} = \text{صفر} \qquad (٢)$$

وبحل المعادلتين (١) ، (٢) حلا آنيا نحصل على : .

$$\text{أ} = \frac{\text{ن مـ ج ق}' - \text{مـ ج مـ ق}'}{\text{ن مـ ج}^{٢} - (\text{مـ ج})^{٢}}$$

$$\text{ب} = \frac{\text{مـ ق}' \text{مـ ج}^{٢} - \text{مـ ج مـ ج ق}'}{\text{ن مـ ج}^{٢} - (\text{مـ ج})^{٢}}$$

وبجانب الدوال التفاضلية توجد الدوال التكاملية ، والتى تعتبر عملية عكسية لعمليات التفاضل . وتتضح هذه العلاقة اذا علمنا أن (٩٢ : ١٨٧-٢٠٢) :-

$$\text{ص} = \text{مـ} \ \Delta \ \text{ص} \qquad ، \qquad \text{س} = \text{مـ} \ \Delta \ \text{س}$$

فاذا وجدنا علاقة بين ص ، س بحيث يعتمد التغير فى ص على التغير فى س ، فان هذه العلاقة يمكن التعبير عنها فى الصورة :

$$\Delta \text{ص} = \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} \times \Delta \text{س} \qquad (٧-٤٣)$$

وبأخذ مجموع الطرفين نحصل على :

$$\text{مج}\ \Delta \text{ص} = \text{مج}\ \frac{\Delta \text{ص}}{\Delta \text{س}} \times \Delta \text{س} \qquad (٧-٤٤)$$

فاذا كانت العلاقة بين Δ ص ، Δ س منتظمة ومتماثلة مهما صغرت قيم Δ ص ، Δ س فان العلاقة (٧-٤٣) تأخذ الصورة :

$$\text{ءص} = \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} \times \text{ءس} \qquad (٧-٤٥)$$

كما أن العلاقة (٧-٤٤) تأخذ الصورة :

$$\int \text{ءص} = \int \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\ \text{ءس} \qquad (٧-٤٦)$$

حيث " $\int$ " تشير الى عملية التكامل أو تجميع العناصر الصغيرة المتماثلة .

فاذا كانت $\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}} = \text{س}^{\text{ن}}$

فان $\int \text{ءص} = \int \frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\ \text{ءس}$

ومنها

$$\text{ص} = \int \text{س}^{\text{ن}}\ \text{ءس} = \frac{\text{س}^{\text{ن}+1}}{\text{ن}+1} + \text{ثابت} \qquad (٧-٤٧)$$

حيث ن عددا صحيحا موجبا أو سالبا أو كسرى ولكنها لاتساوى "-١" .

وفى الحالات التى تكون فيها الدالة التفاضلية $\left(\frac{\text{ءص}}{\text{ءس}}\right)$ مكونة من مجموع عدة دوال ، فان تكاملها يكافىء تكامل

هذه الدوال . أى أنه اذا كانت $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \text{ف}_1(\text{س}) + \text{ف}_2(\text{س}) + \dots$

فان

$$\int \text{ء ص} = \int \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} \; \text{ء س}$$

$$= \int \left(\text{ف}_1(\text{س}) + \text{ف}_2(\text{س}) + \dots\dots \right) \text{ء س}$$

ومنها

$$\text{ص} = \int \text{ف}_1(\text{س}) \; \text{ء س} + \int \text{ف}_2(\text{س}) \; \text{ء س} + \dots \qquad (٧-٤٨)$$

وبجانب الدوال التكاملية الخطية التى يستطيع الباحث فى المجالات الانسانية اجراءها بسهولة توجد بعض الدوال الخاصة والتى ينبغى معرفتها قبل التعامل معها ، ومن هذه الدوال ما يلى :

١) اذا كانت $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \text{هـ}^{\text{أس}}$

فان

$$\int \text{ء ص} = \int \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} \; \text{ء س} = \int \text{هـ}^{\text{أس}} \text{ء س} = \frac{\text{هـ}^{\text{أس}}}{\text{أ}} + \text{ثابت} \qquad (٧-٤٩)$$

٢) اذا كانت $\frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} = \frac{1}{\text{س}}$

أى عندما ن = -١ فى العلاقة (٧-٤٧) فى مثل هذه الحالة لايمكن تطبيق العلاقة (٧-٤٧) لأن ناتج التكامل $\left(\frac{1}{\text{صفر}}\right)$ أى قيمة غير محدودة .

ولكن من المعروف أن $\frac{\text{ء}}{\text{ء س}}(\text{لوس}) = \frac{1}{\text{س}}$ ، وحيث أن التكامل مقلوب التفاضل .

$$\therefore \int \text{ء ص} = \int \frac{\text{ء ص}}{\text{ء س}} \; \text{ء س}$$

$$= \int \frac{1}{\text{س}} \text{ء س} = \text{لو س} + \text{ثابت} \qquad (٧-٥٠)$$

٣) اذا كانت $ع = هـ^{\int \frac{ءص}{ءس} ءس}$

فبأخذ لوغاريتمات الطرفين للأساس "هـ" نحصل على :

$$لو ع = \int \frac{ءص}{ءس} ءس \qquad (٧-٥١)$$

وفى هذه الحالة يتعامل الباحث مع الطرف الايسر كمافى الحالات السابقة .

٤) اذا كانت $\frac{ءص}{ءس} = أ^{س}$

فان

$$\int ءص = \int \frac{ءص}{ءس} ءس$$

$$= \int أ^{س} ءس$$

ومنها

$$ص = \frac{أ^{س}}{لو أ} + ثابت \qquad (٧-٥٢)$$

٥) من المعلوم ان المساحة تحت المنحنى الاعتدالى والمحصورة بينه وبين المحور السينى فى الحالة التى يمر المحور الصادي بمركز المنحنى تعطى بالعلاقة :

$$ح = ٢ \int_{صفر}^{ز} \frac{١}{\sqrt{٢ ط}} هـ^{-\frac{ز^{٢}}{٢}} ءز \qquad (٧-٥٣)$$

فانه لتكامل العلاقة السابقة نعلم أن :

$$هـ = (١ + \frac{١}{ن})^{ن}$$

ومنها

$$هـ^{-\frac{ز^{٢}}{٢}} = (١ + \frac{١}{ن})^{-\frac{ن ز^{٢}}{٢}}$$

$$\therefore\ \text{هـ}^{-\frac{\text{ز}^{2}}{2}} = 1 - \frac{\text{ز}^{2}}{2\,\underline{|1}} + \frac{\text{ز}^{4}}{2^{2}\,\underline{|2}} - \frac{\text{ز}^{6}}{2^{3}\,\underline{|3}} + \ldots\ldots$$

وبالتعويض فى العلاقة (٧-٥٣) والتكامل باستخـــــــدام العلاقات السابقة نحصل على :

$$\text{ح} = \frac{2}{\sqrt{2\text{ط}}} \int_{0}^{\text{ز}} \left(1 - \frac{\text{ز}^{2}}{2\,\underline{|1}} + \frac{\text{ز}^{4}}{2^{2}\,\underline{|2}} - \frac{\text{ز}^{6}}{2^{3}\,\underline{|3}} + \ldots\right) \text{ء ز}$$

$$= \frac{2}{\sqrt{2\text{ط}}} \left(\text{ز} - \frac{\text{ز}^{3}}{3 \times 2\,\underline{|1}} + \frac{\text{ز}^{5}}{5 \times 2^{2}\,\underline{|2}} - \frac{\text{ز}^{7}}{7 \times 2^{3}\,\underline{|3}} + \ldots\right)$$

(٧-٥٤)

ويمكن وضع العلاقة السابقة فى الصـــورة :

$$\text{ح} = \frac{2}{\sqrt{\text{ط}}}\left(\left(\frac{\text{ز}}{\sqrt{2}}\right) - \frac{1}{3\,\underline{|1}}\left(\frac{\text{ز}}{\sqrt{2}}\right)^{3} + \frac{1}{5\,\underline{|2}}\left(\frac{\text{ز}}{\sqrt{2}}\right)^{5} - \frac{1}{7\,\underline{|3}}\left(\frac{\text{ز}}{\sqrt{2}}\right)^{7} + \ldots\right)$$

(٧-٥٥) ......

هذه بعض العلاقات والنظريات التى يعتمد عليها هـــذا الجزء .

الفصل الثامن

التحليل العاملى

(٨ - ١) مقدمة :-

يعتبر التحليل العاملى احد الطرق الرياضية المتعددة التى يمكن استخدامها فى معالجة وتحليل البناء الداخلى للجداول والمصفوفات الخاصة بمعاملات الارتباطالتى توجد بين المتغيرات ، وكذلك التباين المشترك بينها .

وبالرغم من ان التحليل العاملى ظهر فى البداية فى مجال علم النفس ، حيث قام كل من بيرسون وثارستون وبرت وغيرهم باستخدام التحليل العاملى فى مجال ابحاث علم النفس ، وبخاصة الابحاث المتعلقة بالقدرات والفروق الفردية ، الا أن التحليل العاملى اصبح الان يستخدم على مدى واسع ليس فى مجال علم النفس فحسب ، ولكن فى كل المجالات التربوية والاجتماعية والاقتصادية والعلمية والبيولوجية .

وتبنى فكرة التحليل العاملى على اساس حساب اوتفسير مصفوفة التباين المشترك بين المتغيرات الواقعة تحت الدراسة ، وذلك باستخدام اقل عدد من الافتراضات اوالعوامل أو الوحدات الدالة الممكنة (١٤٣ : ٥٦) .

وتتكون المصفوفة العامةللتحليل العاملى من ن صفا من المتغيرات ، و م عمودا من العوامل .. اى ان المتغيرات تمثل بالصفوف ، بينما تمثل العوامل بالاعمدة .

فعلى سبيل المثال يمكن تكوين مصفوفة تبين العلاقة بين عوامل الجنس والسن والذكاء والتعليم ومتغيرات الدخل والنجاح فى الحياة العامة او العملية ، والقدرة على فلسفة الامور والتريس فى اتخاذ القرارات ، والقدرة على تكوين علاقات اجتماعية ، والتمثيل السياسى • ويبين الشكل التخطيطى (٨ – ١) الصورة الجدولية لمصفوفة التحليل العاملى •

العوامل / المتغيرات	الجنس	السن	الذكاء	التعليم
الدخل	٠ر٦٠	٠ر٩٥	٠ر٨٠	٠ر٨٥
النجاح فى الحياة	٠ر٥٥	٠ر٧٠	٠ر٨٥	٠ر٦٥
الفلسفة والتريس	٠ر٥٠	٠ر٩٠	٠ر٩٠	٠ر٧٥
تكوين علاقات اجتماعية	٠ر٦٥	٠ر٨٥	٠ر٧٥	٠ر٧٠
التمثيل السياسى	٠ر٥٥	٠ر٨٠	٠ر٦٥	٠ر٧٠

الصورة الجدوليه لمصفوفة التحليل
العاملى
الشكل التخطيطى (٨–١)

ويمكن تحويل المعلومات الموجودة فى الصورة الجدولية لمصفوفة التحليل العاملى الى صورة مصفوفة عامة ، ثم التعامل مع هذه المصفوفة رياضيا ، اى استخدام التحليل الرياضى لعناصر المصفوفة المبينة بالشكل (٨ – ٢) •

٦٠ر٠	٩٥ر٠	٨٠ر٠	٨٥ر٠
٥٥ر٠	٧٠ر٠	٨٥ر٠	٦٥ر٠
٥٠ر٠	٩٠ر٠	٩٠ر٠	٧٥ر٠
٦٥ر٠	٨٥ر٠	٧٥ر٠	٧٠ر٠
٥٥ر٠	٨٠ر٠	٦٥ر٠	٧٠ر٠

المصفوفة (٨ – ٢)

(٨ – ٢) فكرة التحليل العاملى :-

ولتوضيح فكرة التحليل العاملى لمصفوفتى التباين والارتباط نحاول استخدام مثال بسيط (٦٠ : ١٦٧ – ١٨٢). فاذا افترضنا اننا نريد تحليل العلاقة بين عامل الذكاء ومتوسط الدخل الشهرى المذكورين فى المصفوفة (٨ – ٢) تحليلا عامليا ، فأول خطوة تتمثل فى بيان نوع هذه العلاقة ، وواضح انها علاقة ارتباطية (ر = ٨ر٠) ومن ذلك نستطيع كتابه مصفوفة الارتباط بين الذكاء والدخل فى الصورة •

	التعليم	الدخل
التعليم	١	٨ر٠
الدخل	٨ر٠	١

فاذا افترضنا اننا أخذنا معاملات ذكاء خمسة افراد وكذلك متوسط دخلهم الشهرى وسجلنا الناتج فى مصفوفة ط ، حيث :-

$$\text{ط} = \begin{Vmatrix} \text{٦٠} & \text{٩٦} \\ \text{٥٠} & \text{١٠٢} \\ \text{٧٠} & \text{١٠٨} \\ \text{٩٠} & \text{١١٤} \\ \text{٨٠} & \text{١٢٠} \end{Vmatrix}$$

فاذا اوجدنا انحرافات كل من معاملات الذكاء ومتوسط الدخل الشهرى عن الوسط الحسابى لكل منها ، فاننا نحصل على مصفوفة الانحرافات (ح) ، حيث :-

$$\text{ح} = \begin{Vmatrix} \text{١٠ –} & \text{١٢ –} \\ \text{٢٠ –} & \text{٦ –} \\ \text{صفر} & \text{صفر} \\ \text{٢٠} & \text{٦} \\ \text{١٠} & \text{١٢} \end{Vmatrix}$$

ومن الفصلين السادس والسابع يمكن كتابة مصفوفة التباين والتباين المشترك فى الصورة ك حيث :-

$$\text{ك} = \frac{1}{\text{ن}} \times (\text{مدور ح})\ (\text{ح})$$

$$= \frac{1}{\text{٥}} \begin{bmatrix} \text{١٢} & \text{٦} & \text{صفر} & \text{٦–} & \text{١٢ –} \\ \text{١٠} & \text{٢٠} & \text{صفر} & \text{٢٠–} & \text{١٠ –} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{١٠ –} & \text{١٢ –} \\ \text{٢٠ –} & \text{٦ –} \\ \text{صفر} & \text{صفر} \\ \text{٢٠} & \text{٦} \\ \text{١٠} & \text{١٢} \end{bmatrix}$$

$$= \frac{1}{\text{٥}} \begin{Vmatrix} \text{٤٨٠} & \text{٣٦٠} \\ \text{١٠٠٠} & \text{٤٨٠} \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \text{٩٦} & \text{٧٢} \\ \text{٢٠٠} & \text{٩٦} \end{Vmatrix}$$

وواضح انها مصفوفة متماثلة ، ويمكن استخدامها فـــى ايجاد مصفوفة الاتجاهات المحددة لاتجاهات العوامل ، ولتحديد قيم هذه الاتجاهات نفترض ان :ـ

$$\begin{Vmatrix} \text{٧٢} - \text{هـ} & \text{٩٦} \\ \text{٩٦} & \text{٢٠٠} - \text{هـ} \end{Vmatrix} = \text{صفر}$$

$$\therefore\ (\text{٧٢} - \text{هـ})(\text{٢٠٠} - \text{هـ}) - \text{٩٦} \times \text{٩٦} = \text{صفر}$$

$$\therefore\ \text{هـ}^{\text{٢}} - \text{٢٧٢ هـ} + \text{٥١٨٤} = \text{صفر}$$

$$\text{ومنها هـ} = \frac{-(-\text{٢٧٢}) \pm \sqrt{(-\text{٢٧٢})^{\text{٢}} - \text{٤} \times \text{١} \times \text{٥١٨٤}}}{\text{٢} \times \text{١}}$$

$$= \frac{\text{١}}{\text{٢}}\,(\text{٢٧٢} \pm \text{٢٣٠ر٦}) = \text{٢٥١ر٣} \ \text{ أو } \ \text{٢٠ر٧}$$

وفى الحالة التى تكون فيها هـ = ٢٥١ر٣ فان :ـ

$$\begin{bmatrix} -\text{١٧٩ر٣} & \text{٩٦} \\ \text{٩٦} & -\text{٥١ر٣} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ع}_{\text{١}} \\ \text{ع}_{\text{٢}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{bmatrix}$$

$$\text{ومنها } -\text{١٧٩ر٣ ع}_{\text{١}} + \text{٩٦ ع}_{\text{٢}} = \text{صفر}$$

$$\therefore\ \frac{\text{ع}_{\text{١}}}{\text{ع}_{\text{٢}}} = \frac{\text{٩٦}}{\text{١٧٩ر٣}} \qquad (\text{١})$$

وعندما تكون هـ = ٧ر٢٠ فان :-

$$\begin{Vmatrix} \text{٩٦} & \text{٣ر٥١} \\ \text{٣ر١٧٩} & \text{٩٦} \end{Vmatrix} \begin{Vmatrix} \text{ج}_1 \\ \text{ج}_2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{Vmatrix}$$

ومنهـا :-

$$\text{٩٦ ج}_1 + \text{٣ر١٧٩ ج}_2 = \text{صفر}$$

$$\therefore \quad \frac{\text{ج}_1}{\text{ج}_2} = \frac{\text{-٣ر١٧٩}}{\text{٩٦}} \qquad (٢)$$

من (١) ،(٢) نحصل على المصفوفة الاتجاهية المتعامدة " ج " حيث :-

$$\text{ج} = \begin{Vmatrix} \text{٣ر١٧٩ -} & \text{٩٦} \\ \text{٩٦} & \text{٣ر١٧٩} \end{Vmatrix}$$

وتعتبر هذه المصفوفة معيارية لاحتوائها على نفس درجات القياس المستخدمة ويمكن ان نشتق من هذه المصفوفة مصفوفة لها نفس الخاصية المتعامدة ، ولنفترض ان المصفوفة الجديدة هى " ص " حيث " ص " تتحدد من العلاقة :-

$$\text{ص} = \frac{1}{|\text{ج}|^{1/2}}\,\text{ج} = \frac{1}{(\text{٤١٣٦٤ر٤٩})^{1/2}} \begin{matrix} \text{٣ر١٧٩ -} & \text{٩٦} \\ \text{٩٦} & \text{٣ر١٧٩} \end{matrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \text{٠ر٨٨ -} & \text{٠ر٤٧} \\ \text{٠ر٤٧} & \text{٠ر٨٨} \end{pmatrix}$$

ويلاحظ من العلاقات السابقة ان :ـ

ك ص = ص هـ

حيث :ـ

$$هـ = \begin{pmatrix} ٢٥١ر٣ & صفر \\ صفر & ٢٠ر٧٧ \end{pmatrix}$$

ومنها ك = ص هـ $ص^{-1}$

ولكن من الخاصية (٧ ـ ٨) نجد ان :ـ

$ص^{-1}$ = مدور ص

∴ ك = ص هـ (مدور ص)

فاذا اعتبرنا ان المصفوفة هـ كحاصل ضرب مصفوفتين قطريتين $هـ^{١/٢}$ × $هـ^{١/٢}$ فان العلاقة السابقة تأخذ الصورة :ـ

ك = ص $هـ^{١/٢}$ $هـ^{١/٢}$ (مدور ص)

= ص $هـ^{١/٢}$ (مدور $هـ^{١/٢}$) (مدور ص)

= (ص $هـ^{١/٢}$) × مدور (ص $هـ^{١/٢}$)

∴ ك = ل (مدور ل)

اى ان مصفوفة التباين والتباين المشترك ك يمكن تجزيئها الى عاملين ل ، ومدور ل ،حيث :ـ

$$ل = ص\,هـ^{١/٢} = \begin{pmatrix} ٠ر٤٧ & -٠ر٨٨ \\ ٠ر٨٨ & ٠ر٤٧ \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \sqrt{٢٥١ر٣} & صفر \\ صفر & \sqrt{٢٠ر٧٧} \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} \text{٠ر٤٧} & -\text{٠ر٨٨} \\ \text{٠ر٨٨} & \text{٠ر٤٧} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{١٥ر٨٥} & \text{صفر} \\ \text{صفر} & \text{٤ر٥٥} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{٧ر٤٥} & -\text{٤} \\ \text{١٣ر٩٥} & \text{٢ر١٤} \end{pmatrix}$$

وبنفس الطريقة السابقة يمكن تحليل مصفوفة الارتبـــاط فحيث ان :ــ

$$\text{ر} = \begin{pmatrix} \text{١ر٠} & \text{٠ر٨} \\ \text{٠ر٨} & \text{١ر٠} \end{pmatrix}$$

اذن يمكن ايجاد مصفوفة الاتجاهات المحددة لإتجاهــات العوامل من :ــ

$$(\text{١} - \text{هـ})^{\text{٢}} - (\text{٠ر٨})^{\text{٢}} = \text{صفر}$$

ومنها هـ = ١ر٨ أو ٠ر٢

عندما هـ = ١ر٨

$$\therefore \begin{pmatrix} -\text{٠ر٨} & \text{٠ر٨} \\ \text{٠ر٨} & -\text{٠ر٨} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \text{ج}_{\text{١}} \\ \text{ج}_{\text{٢}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{pmatrix}$$

ومنهـــا :ــ

$$\frac{\text{ج}_{\text{١}}}{\text{ج}_{\text{٢}}} = \frac{\text{١}}{\text{١}}$$

وعندما تكون هـ = ٠ر٢ فان

$$\begin{pmatrix} \text{٠ر٨} & \text{٠ر٨} \\ \text{٠ر٨} & \text{٠ر٨} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \text{ج}_{\text{١}} \\ \text{ج}_{\text{٢}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{صفر} \\ \text{صفر} \end{pmatrix}$$

ومنهـــا :-

$$\frac{ج_1}{ج_2} = \frac{-1}{1}$$

$$\therefore \; ج = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

وبناء علية فان المصفوفة ص تاخذ الصورة :-

$$ص = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$$

وكما فى تحليل مصفوفة التباين والتباين المشـــــترك نلاحظ ان :-

ر ص = ص هـ

$\therefore$ ر = ص هـ ص$^{-1}$

= ص هـ (مدور ص)

لان المصفوفة ص متعامـــدة .

وبنفس الطريقة السابقة نجزىء المصفوفة هـ الـــــــى مصفوفتين ، اى ان :-

ر = ص هـ$^{1/2}$ هـ $^{1/2}$ (مدور ص)

= (ص هـ $^{1/2}$)(مدور هـ $^{1/2}$) (مدور ص)

= (ص هـ $^{1/2}$) × مدور (ص هـ $^{1/2}$)

$\therefore$ ر = ل (مدور ل)

$$ل = س\ هـ^{1/2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sqrt{1.8} & \text{صفر} \\ \text{صفر} & \sqrt{0.2} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 0.71 & -0.71 \\ 0.71 & 0.71 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1.34 & \text{صفر} \\ \text{صفر} & 0.45 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.95 & -0.32 \\ 0.95 & 0.32 \end{bmatrix}$$

اى انه امكن تجزىء مصفوفة الارتباط الى عاملين ،ويتضح مما سبق ان العوامل " ل " لها نفس طبيعة المصفوفة الاساسية او الام . فعلى سبيل المثال نلاحظ ان عناصر "ل" فى الحالة الثانية كسرية ، وذلك لان معامل الارتباط $-1 \leq ر \leq 1$ وهذا هو مفهوم مصطلح التحليل العاملى من الناحية الرياضية المجردة .

(٨ – ٣) تحليل مصفوفة الدرجات المعيارية :-

بناء على ما سبق يتضح انه يمكن تحليل كل عنصر من عناصر مصفوفة التباين والتباين المشترك ، أو مصفوفة الارتباط الى عدة عناصر كل عنصر منها ينتمى الى عامل، هذا بالاضافة الى عنصر باقى ينتمى الى مصفوفة البواقى ، أو مصفوفة العامل الشاذ أو الفريد " Unique Factor" وبناء عليه يمكن تحليل المصفوفة الاساسية الى عدة عوامل بالاضافة الى مصفوفة العامل الشاذ .

ولبيان ذلك .. نعلم ان الدرجة المعيارية " ز " لطالب ما فى اختيار من الاختبارات تتحدد بمدى الفرق او انحراف

درجته عن الوسط الحسابى مقاسا بوحدة الانحراف المعيـــارى اى ان :ـ

$$ز = \frac{س - م}{ع}$$

وفى ضوء ذلك ، اذا كانت المصفوفة الاساسية هـــــى مصفوفة الدرجات المعيارية لعدد من الافراد فى عدد مـــــن الاختبارات او المتغيرات ، فانه يمكن تجزىء هذه المصفوفـة الى عدة مصفوفات أو عوامل . ويمكن التعبير عن العلاقـــة الموجودة بين عناصر المصفوفة الام وعناصر العوامل فــــى الصورة (٤١ : ٤٠٧ – ٤٠٩) :ـ

$$ن_{لك} = آ_{ل١} ف_{١ك} + آ_{ل٢} ف_{٢ك} + \cdots + آ_{له} ف_{هك} + د_{ل} ق_{لك} \quad (٨-١)$$

حيـــــث :ـ

ل = ١ ، ٢ ، ... ، ن من المتغيرات .

، ك = ١ ، ٢ ، ... ، ى من المفردات أو القيـــم .

، $ن_{لك}$ هى الدرجة المعيارية للفرد ك فى المتغير ل .

، $ف_{١ك}$ هى درجته المعيارية فى العامل العام الاول .

، $ف_{٢ك}$ هى درجته المعيارية فى العامل العام الثانى .

، واخيرا $ف_{هك}$ هى درجته المعيارية فى العامل العام رقـم " هـ " .

اما $ق_{لك}$ فهى الدرجة المعيارية للفرد " ك " فيمـــــا يطلق عليه العامل الفريد او الشاذ ، والذى يكون متضمنــــا فى المتغير الفردى " ل " .

والمقادير $آ_{ل١}$ ، $آ_{ل٢}$ ، .... ، $آ_{له}$ تمثل اوزان عاملية

خاصية او مجموعة من الدرجات تتصل بدرجة العامل العـــام، ويهدف التحليل العامل الى ايجاد هذه المقادير بالدرجـــة الاولى اكثر من الاهتمام بالتنبوء او حساب العوامل ف .

واخيرا يمثل المقدار دي المتصل بالعامل الشاذ مقدار وزن هذا العامل بالنسبة للمتغير " ل "

وتتضح العلاقة بين العوامل " ف" اذا تصورنا تثبيـــت قيمة ك " للفرد " ، فى هذه الحالة نلاحظ ان العلاقـــة (٨ ـ ١) تأخذ الصورة :ـ

$$\begin{aligned}
\text{ن}_{1} &= \text{أ}_{11}\,\text{ف}_{1} + \text{أ}_{21}\,\text{ف}_{2} + \cdots + \text{أ}_{1\text{هـ}}\,\text{ف}_{\text{هـ}} + \text{د}_{1}\,\text{ق}_{1} \\
\text{ن}_{2} &= \text{أ}_{12}\,\text{ف}_{1} + \text{أ}_{22}\,\text{ف}_{2} + \cdots + \text{أ}_{2\text{هـ}}\,\text{ف}_{\text{هـ}} + \text{د}_{2}\,\text{ق}_{2} \\
&\vdots \\
\text{ن}_{\text{ن}} &= \text{أ}_{\text{ن}1}\,\text{ف}_{1} + \text{أ}_{\text{ن}2}\,\text{ف}_{2} + \cdots + \text{أ}_{\text{ن}\text{هـ}}\,\text{ف}_{\text{هـ}} + \text{د}_{\text{ن}}\,\text{ق}_{\text{ن}}
\end{aligned} \qquad (٨ - ٢)$$

ومع ملاحظة ان الدرجات المعيارية للفرد " ك " تمثـــل عمود من اعمدة المصفوفة الاساسية " ز " ومن ثم يمكـــن وضع العلاقة (٨ ـ ٢) فى الصورة :ـ

$$\begin{bmatrix} \text{ن}_{1} \\ \text{ن}_{2} \\ \vdots \\ \text{ن}_{\text{ن}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} & \cdots & \text{أ}_{1\text{هـ}} \\ \text{أ}_{12} & \text{أ}_{22} & \cdots & \text{أ}_{2\text{هـ}} \\ \vdots & & & \\ \text{أ}_{\text{ن}1} & \text{أ}_{\text{ن}2} & \cdots & \text{أ}_{\text{ن}\text{هـ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ف}_{1} \\ \text{ف}_{2} \\ \vdots \\ \text{ف}_{\text{هـ}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \text{د}_{1} & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{صفر} & \text{د}_{2} & \cdots & \text{صفر} \\ \vdots & & & \\ \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots & \text{د}_{\text{ن}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ق}_{1} \\ \text{ق}_{2} \\ \vdots \\ \text{ق}_{\text{ن}} \end{bmatrix}$$

$$\|\text{ن}\| = \text{أ}\,\|\text{ف}\| + \text{د}\,[\text{ق}] \qquad (٨ - ٣)$$

ويطلق على العلاقات (٨ – ٣) نمط العامل ، ويلاحـــظ على هذا النمط ان $\text{ف}_{١}$ ، $\text{ف}_{٢}$ ، ... ، $\text{ف}_{\text{هـ}}$ تعتبر عوامـــل مستقلة وغير مرتبطة ببعضها البعض ، ويترتب على هذةالخاصية تعامد هذه العوامل على بعضها البعض .

واذا رجعنا مرة اخرى الى العلاقة (٨ – ١) واخذنـــا مجموع الطرفين على كل قيم ل ، ك ، فان هذة العلاقـــة ستأخذ الصورة :-

$$\text{مج}_{\text{ل}}\,\text{مج}_{\text{ك}}\,\text{ز}_{\text{لك}} = \text{مج}_{\text{ل}}\,\text{مج}_{\text{ك}}\,\text{أ}_{\text{ل}١}\,\text{ف}_{١\text{ك}} + \text{مج}_{\text{ل}}\,\text{مج}_{\text{ك}}\,\text{أ}_{\text{ل}٢}\,\text{ف}_{٢\text{ك}} + \cdots +$$

$$+ \text{مج}_{\text{ل}}\,\text{مج}_{\text{ك}}\,\text{أ}_{\text{لهـ}}\,\text{ف}_{\text{هـك}} + \text{مج}_{\text{ل}}\,\text{مج}_{\text{ك}}\,\text{د}_{\text{ل}}\,\text{ق}_{\text{لك}} \qquad (٨-٤)$$

ويتمثل الطرف الايمن المصفوفة ز ، اما المقادير التـــى بالطرف الايسر فيمثل كل منها حاصل ضرب مصفوفتين كما فـــى العلاقة (٨ – ٣) ، فاذا كان عدد الافراد او القيم ى ، فان الطرف الايسر يحوى " ٢ ى " من ازواج المصفوفات المضروبـــه ويمكن وضع العلاقة (٨ – ٤) فى صورة مصفوفات (٦١: ٢٤–٢٨) كمـا يلـــــى :-

$$\begin{bmatrix} \text{ز}_{١١} & \text{ز}_{٢١} & \cdots & \text{ز}_{١\text{ى}} \\ \text{ز}_{١٢} & \text{ز}_{٢٢} & \cdots & \text{ز}_{٢\text{ى}} \\ \vdots & \vdots & & \\ \text{ز}_{١\text{ن}} & \text{ز}_{٢\text{ن}} & \cdots & \text{ز}_{\text{نى}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \text{أ}_{١١} & \text{أ}_{٢١} & \cdots & \text{أ}_{١\text{هـ}} \\ \text{أ}_{١٢} & \text{أ}_{٢٢} & \cdots & \text{أ}_{٢\text{هـ}} \\ \vdots & & & \vdots \\ \text{أ}_{\text{ن}١} & \text{أ}_{\text{ن}٢} & \cdots & \text{أ}_{\text{نهـ}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \text{ف}_{١١} & \text{ف}_{٢١} & \cdots & \text{ف}_{١\text{ى}} \\ \text{ف}_{١٢} & \text{ف}_{٢٢} & \cdots & \text{ف}_{٢\text{ى}} \\ & & & \\ \text{ف}_{\text{هـ}١} & \text{ف}_{\text{هـ}٢} & \cdots & \text{ف}_{\text{هـى}} \end{bmatrix} +$$

$$\begin{bmatrix} د_1 & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{صفر} & د_2 & \cdots & \text{صفر} \\ \vdots & & & \\ \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots & د_ن \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ق_{11} & ق_{21} & \cdots & ق_{1ى} \\ ق_{12} & ق_{22} & \cdots & ق_{2ى} \\ \vdots & & & \\ ق_{ن1} & ق_{ن2} & \cdots & ق_{نى} \end{bmatrix}$$

(٨-٥)

(٨ - ٤) التحليل العاملى لمصفوفة التباين :-

وحيث ان التحليل العاملى يركز فى المقام الاول علـــى تحليل مصفوفة التباين والتباين المشترك ، أو مصفوفـــة الارتباط ، فانه يمكن وضع العلاقة بين التباين والدرجـــات المعيارية " ز " فى الصورة (٦١ : ١٧) :-

$$ع^2_ل = \frac{\text{مج}\ ز^2_{ل ك}}{ى} = \sum_{و=1}^{هـ} أ^2_{لو} \left(\frac{\text{مج}\ ف^2_{وك}}{ى} \right) + د^2_ل \frac{\text{مج}\ ق^2_{ل ك}}{ى}$$

$$+ 2 \sum_{و < ب = 1}^{هـ} أ_{لو}\, أ_{لب} \left(\frac{\text{مج}\ ف_{وك}\, ف_{بك}}{ى} \right) +$$

$$+ 2\, د_ل \sum_{و=1}^{هـ} أ_{لو} \times \left(\frac{\text{مج}\ ف_{وك}\, ق_{لك}}{ى} \right)$$

(٨ - ٦)

حيـــث :-

ك = ١ ، ٢ ، .... ، ى

وحيث ان تباين الدرجات المعيارية يساوى الواحـــد الصحيح ، وينطبق ذلك ايضا على العوامل المتضمنة ، فـــان

العلاقة (٨ ـ ٦) تأخذ الصورة :ـ

$$\text{ع}^{2}_{\text{ل}} = 1 = \sum_{\text{و}=1}^{\text{هـ}} \text{أ}^{2}_{\text{لو}} + \text{د}^{2}_{\text{ل}} + 2 \sum_{\text{و}<\text{ب}=1}^{\text{هـ}} \text{أ}_{\text{لو}}\ \text{أ}_{\text{لب}}\ \text{ق}_{\text{ف}_{\text{و}}\text{ف}_{\text{ب}}}$$

$$+ 2\, \text{د}_{\text{ل}} \sum_{\text{و}=1}^{\text{هـ}} \text{أ}_{\text{لو}}\ \text{ق}_{\text{ف}_{\text{و}}\text{ق}_{\text{ل}}} \qquad (٨ - ٧)$$

وحيث ان العوامل غير مرتبطة ببعضها البعض ، فان :ـ

$$\text{ع}^{2}_{\text{ل}} = 1 = \sum_{\text{و}=2}^{\text{هـ}} \text{أ}^{2}_{\text{لو}} + \text{د}^{2}_{\text{ل}}$$

$$= \text{أ}^{2}_{\text{ل}1} + \text{أ}^{2}_{\text{ل}2} + \cdots + \text{أ}^{2}_{\text{لهـ}} + \text{د}^{2}_{\text{ل}}$$

$$= \text{ح}^{2}_{\text{ل}} + \text{د}^{2}_{\text{ل}} \qquad (٨ - ٨)$$

وتمثل العلاقة (٨ ـ ٨) التباين الكلى للاختبار أو المتغير " ل " وواضح ان هذا التباين أمكن تجزئته الى عدة مركبات ، تمثل المركبة الاولى منه ($\text{أ}^{2}_{\text{ل}1}$) مركبة التباين المقابلة للعامل الاول ،والمقدار ($\text{أ}^{2}_{\text{ل}2}$) يمثل مركبة التباين المقابلة للعامل الثانى ، وهكذا ...، كما سنلاحظ فيما بعد ان ($\text{أ}_{\text{لك}}$) تمثل معامل الارتباط بين المتغيرات والعوامل . وبصفة عامة يمكن تجزىء العلاقة (٨ ـ ٨) الى مركبتين : المركبة الاولى " $\text{ح}^{2}_{\text{ل}}$ " وتمثل تباين العامل العام ، ($\text{د}^{2}_{\text{ل}}$) وتمثل تباين العامل الشاذ أو الفريد ، وهو التباين الذى يقتصر على المتغير " ل " ولا يشترك مع المتغيرات الاخرى . (١٤٣ : ٧٣ ـ ٧٦) .

ويتحدد اقصى ما يشترك به العامل " $\text{ف}_{\text{و}}$ " فى تباين كل المتغيرات بالعلاقة :ـ

$$ع^{2}_{و} = \sum_{ل=1}^{ن} أ^{2}_{لو} \qquad (8 - 9)$$

حيـــث :-

و = ١ ، ٢ ، ... ، هـ

أما مدى اسهام كل العوامل العامة بالنسبة الى التباين الكلى لكل المتغيرات فيتحدد بالعلاقـــة :-

$$ع^{2} = \sum_{و=1}^{هـ} ع^{2}_{و} \qquad (8 - 10)$$

ويهمنا فى هذا المجال النسبة $\frac{ع^{2}}{ن}$ والتى تستخدم فـى التحليل العاملى ، كما سيتضح فيما بعـــد :-

ويتكون تباين العامل الشاذ أوالفريدمنمركبتين : مركبـة التباين الدقيقة للاختبار ، وتنسب هذة المركبة الى القدرات الفريدة أو الشاذة التى تظهرها مجموعة الاختبارات المماثلـة لهذا الاختبار ، هذا بالاضافة الى مركبة التباين الخاطـىء أو غير الموثوق فيه (١٤٣ : ٧٥) أى أن :-

$$د^{2}_{ل} = ع^{2}_{ق.ل} + ع^{2}_{غ.ل} \qquad (8 - 11)$$

وفى ضوء هذه العلاقة والعلاقة (٨ – ٨) ، اذا كانـت نتيجة التحليل العاملى فى الصورة (١٤٣ : ٧٤) :-

$$\begin{bmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & أ_{٣١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & أ_{٣٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & أ_{٣٣} \\ أ_{١٤} & أ_{٢٤} & أ_{٣٤} \\ أ_{١٥} & أ_{٢٥} & أ_{٣٥} \\ أ_{١٦} & أ_{٢٦} & أ_{٣٦} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} ب_{٤١} & ب_{٥١} & \text{صفر} & \text{صفر} & \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots\cdots \\ \text{صفر} & ب_{٦٢} & & & & & \\ & & ب_{٧٣} & ب_{٧٤} & & & \\ & & & & ب_{٧٥} & & \\ & & & & & ب_{٧٦} & ب_{٨٦} \\ & & & & & & ب_{٩٧} \end{bmatrix}$$

$$\times \begin{Vmatrix} غ_{١١} & \text{صفر} & \cdots & \cdots \\ \text{صفر} & غ_{٢٢} & & \\ \cdot & & غ_{٣٣} & \\ & & & غ_{٤٤} \\ & & & & غ_{٥٥} \end{Vmatrix}$$

فان $(أ^{٢}_{١١} + أ^{٢}_{٢١} + أ^{٢}_{٣١}) + ب^{٢}_{٤١} + ب^{٢}_{٥١} + ع^{٢}_{١١} = ١$

ويتحددتباين درجة الثقة (٦١ ؛ ٢٤) من العلاقة :-

$$ش^{٢}_{ل} = ١ - ع^{٢}_{خ.ل}$$

$$= ح^{٢}_{ل} + ع^{٢}_{ق.ل} \qquad (٨ - ١٢)$$

ويمكن تلخيص العلاقات السابقة [١] ووضعها فى الصورة الجدولية الاتية :

الادلة الرياضية	العلاقات الجبرية التى تحكمها
التباين الكلى	$\text{ح}^{٢}_{\text{ل}} + \text{ع}^{٢}_{\text{ق.ل}} + \text{ع}^{٢}_{\text{خ.ل}} = \text{ح}^{٢}_{\text{ل}} + \text{د}^{٢}_{\text{ل}} = ١$
تباين الثقة	$\text{ث}^{٢}_{\text{لل}} = \text{ح}^{٢}_{\text{ل}} + \text{ع}^{٢}_{\text{ق.ل}} = ١ - \text{ع}^{٢}_{\text{خ.ل}}$
التباين العام	$\text{ح}^{٢}_{\text{ل}} = ١ - \text{د}^{٢}_{\text{ل}}$
التباين الدقيق	$\text{ع}^{٢}_{\text{ق.ل}}$
تباين العامل الفريد	$\text{د}^{٢}_{\text{ل}} = \text{ع}^{٢}_{\text{ق.ل}} + \text{ع}^{٢}_{\text{خ.ل}}$
التباين الخاطىء	$\text{ع}^{٢}_{\text{خ.ل}} = ١ - \text{ث}^{٢}_{\text{لل}}$

وفى ضوء الادلة السابقة يمكن تعريف المؤشر الرياضى ظل حيث ظل يتحدد من العلاقة :-

$$\text{ظ}_{\text{ل}} = \frac{\text{التباين العام}}{\text{تباين الثقة}} \times ١٠٠ = \frac{\text{ح}^{٢}_{\text{ل}}}{\text{ح}^{٢}_{\text{ل}} + \text{ع}^{٢}_{\text{ق.ل}}} \times ١٠٠ \qquad (٨-١٣)$$

ويلاحظ أن $\text{ظ}_{\text{ل}} \leq ١٠٠$ ، وعندما تكون $\text{ظ}_{\text{ل}} = ١٠٠$ فان $\text{ع}^{٢}_{\text{ق.ل}} =$ صفرا

---

(١) يمكن الرجوع الى الاثبات الرياضى لكل العلاقات السابقة فى المرجع (٦٥ : ٣٢٦ - ٣٦٠) .

(٨ – ٥) التحليل العاملي للارتباط :-

ذكرنا سابقا ان التحليل العاملي يبدأ دائما بمصفوفة معاملات الارتباط بين المتغيرات ، ويتم تمثيل التحليل بمجموعة من العوامل كل عامل له وزن معين " أ " ونحاول هنا ايجاد العلاقة بين هذه العوامل ومعاملات الارتباط التي تضمها المصفوفة الاساسية.

وحيث ان العلاقة بين معامل الارتباط والدرجات المعيارية يمكن وضعها في الصورة :-

$$ر_{ل و} = \frac{مج^{ى} \; ز_{ل ك} \cdot ز_{و ك}}{ى - ١} \qquad (٨ - ١٤)$$

من العلاقة (٨ – ١) بوضع ل = و نجد ان :-

$$ز_{ل ك} = أ_{ل ١} \, ف_{١ ك} + أ_{ل ٢} \, ف_{٢ ك} + \cdots + أ_{ل هـ} \, ف_{هـ ك} + د_{ل} ق_{ل ك}$$

$$ز_{و ك} = أ_{و ١} \, ف_{١ ك} + أ_{و ٢} \, ف_{٢ ك} + \cdots + أ_{و هـ} \, ف_{هـ ك} + د_{و} ق_{و ك}$$

وبالتعويض في العلاقة (٨ – ١٤) مع ملاحظة ان حاصل ضرب :-

$$ف_{ل ك} \cdot ف_{ل ك} = ١$$

$$، \quad ف_{ل ك} \cdot ف_{و ك} = صفر \qquad (حيث \; ل \neq و)$$

وان العوامل الفريدة غير مرتبطة ، فاننا نحصل على :-

$$ر_{ل و} = أ_{ل ١} \cdot أ_{و ١} + أ_{ل ٢} \cdot أ_{و ٢} + \cdots + أ_{ل هـ} \cdot أ_{و هـ} \qquad (٨ - ١٥)$$

حيـــــث :ـ

$$\text{ل} \neq \text{و} \ ، \ \text{ل} \ ، \ \text{و} = ١ \ ، \ ٢ \ ، \ ... \ ، \ \text{ن}$$

والقيمة $\text{أ}_{\text{ل}١} \cdot \text{أ}_{\text{و}١}$ ينظر اليها على انها مقدار ما يسهم به العامل الاول فى معامل الارتباط $\text{ر}_{\text{ل}\text{و}}$ ، وهكذا بالنسبه لحاصل ضرب الازواج الاخـــــرى[1].

وبأخذ مجموع كل عمود من اعمدة مصفوفة الارتباط ، فاننا نحصـــــل علـى :ـ

$$\text{مج ر}_{\text{ل}\text{و}} = \text{أ}_{\text{و}١} \text{مج أ}_{\text{ل}١} + \text{أ}_{\text{و}٢} \text{مج أ}_{\text{ل}٢} + ... + \text{أ}_{\text{وهـ}} \text{مج أ}_{\text{لهـ}} \qquad (٨ - ١٦)$$

وبأخذ مجموع كل الاعمدة نحصل علـــــى :ـ

$$\underset{\text{و}}{\text{مج}} \ \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{ر}_{\text{ل}\text{و}} = \underset{\text{و}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{و}١} \ \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{ل}١} + \underset{\text{و}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{و}٢} \ \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{ل}٢} +$$

$$+ ... \ \underset{\text{و}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{وهـ}} \ \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{وهـ}} \qquad (٨ - ١٧)$$

ولكـــــن ...

$$\underset{\text{و}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{و}.} = \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{ل}.}$$

وبالتعويض فى العلاقة (٨ ـ ١٧) نحصل على :ـ

$$\underset{\text{و}}{\text{مج}} \ \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{ر}_{\text{ل}\text{و}} = (\underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{ل}١})^{٢} + (\underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{ل}٢})^{٢} + ... +$$

$$+ (\underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{لهـ}})^{٢} = \sum_{\text{ب}=١}^{\text{هـ}} (\underset{\text{ل}}{\text{مج}} \ \text{أ}_{\text{لب}})^{٢} \qquad (٨ - ١٨)$$

---

(١) انظر الاثبات الريـاضـــــى (٦١ : ١٩ ـ ٢٢)

ونستلخص من ذلك ان مجموع كل المعاملات فى مصفوفة الارتباط يكافىء مجموع مربعات كل عمود من اعمدة المصفوفة العاملية المتعامدة المناظرة . (١٤٣ ؛ ١٥٠) .

وتبين العلاقات الاربع السابقة امكانية تجزىء عناصر مصفوفة معاملات الارتباط الى عدة عناصر ينتمى كل منها الى عامل من العوامل . وتتحدد هذه العناصر فى ضوء العلاقة (٨ – ١٥) . وبصفة عامة ، تتحدد العلاقة بين مصفوفة الارتباط والمصفوفة أ بالعلاقة :–

$$\|\text{ر}\| = \|\text{أ}\| \cdot \|\text{أ}'\| \qquad (٨ - ١٩)$$

حيث :–

$\|\text{أ}'\|$ ترمز الى مدور $\|\text{أ}\|$.

اى أن :–

$$= \begin{pmatrix} \text{ج}_{1}^{2} & \text{ر}_{21} & \cdots & \text{ر}_{\text{ل}1} & \cdots & \text{ر}_{\text{ن}1} \\ \text{ر}_{12} & \text{ح}_{2}^{2} & \cdots & \text{ر}_{\text{ل}2} & \cdots & \text{ر}_{\text{ن}2} \\ \vdots & & & & & \\ \text{ر}_{1\text{ل}} & \text{ر}_{2\text{ل}} & \cdots & \text{ح}_{\text{ل}}^{2} & \cdots & \text{ر}_{\text{ن}\text{ل}} \\ \vdots & & & & & \\ \text{ر}_{1\text{ن}} & \text{ر}_{2\text{ن}} & \cdots & \text{ر}_{\text{ل}\text{ن}} & \cdots & \text{ه}_{\text{ن}}^{2} \end{pmatrix}$$

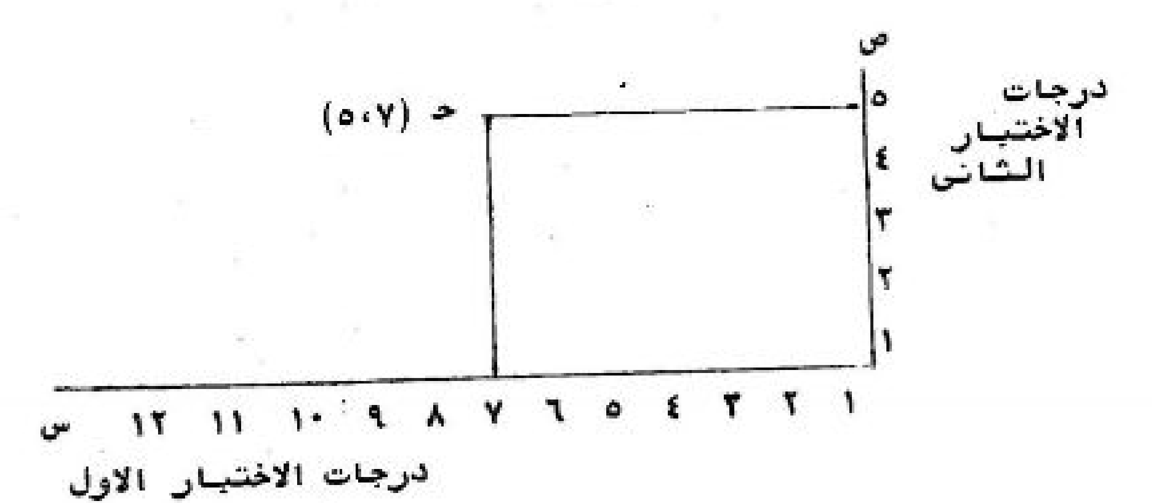
$$\begin{pmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{21} & \cdots & \text{أ}_{\text{ه}1} \\ \text{أ}_{12} & \text{أ}_{22} & \cdots & \text{أ}_{\text{ه}2} \\ \vdots & & & \\ \text{أ}_{1\text{ل}} & \text{أ}_{2\text{ل}} & \cdots & \text{أ}_{\text{ه}\text{ل}} \\ \text{أ}_{1\text{ن}} & \text{أ}_{2\text{ن}} & \cdots & \text{أ}_{\text{ه}\text{ن}} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} \text{أ}_{11} & \text{أ}_{12} & \cdots & \text{أ}_{\text{ل}1} & \cdots & \text{أ}_{\text{ن}1} \\ \text{أ}_{21} & \text{أ}_{22} & \cdots & \text{أ}_{\text{ل}2} & \cdots & \text{أ}_{\text{ن}2} \\ & & & & & \\ \text{أ}_{1\text{ه}} & \text{أ}_{2\text{ه}} & \cdots & \text{أ}_{\text{ل}\text{ه}} & \cdots & \text{أ}_{\text{ن}\text{ه}} \end{pmatrix}$$

وفى الحالة التى تكون فيها العوامل العامة غيرمرتبطة يتحدد الفارق بين النتائج التى نحصل عليها بالملاحظة والنتائج التى نحصل عليها بالعلاقة (٨ – ١٥) من العلاقة (٧١ – ٢١) :-

$$\bar{ر}_{لو} = ر_{لو} - (أ_{ل١}\, أ_{و١} + أ_{ل٢}\, أ_{و٢} + \cdots + أ_{لهـ} \cdot أ_{وهـ}) \qquad (٨ - ٢٠)$$

(٨ – ٦) المفهوم الهندسى للتحليل العاملى :-

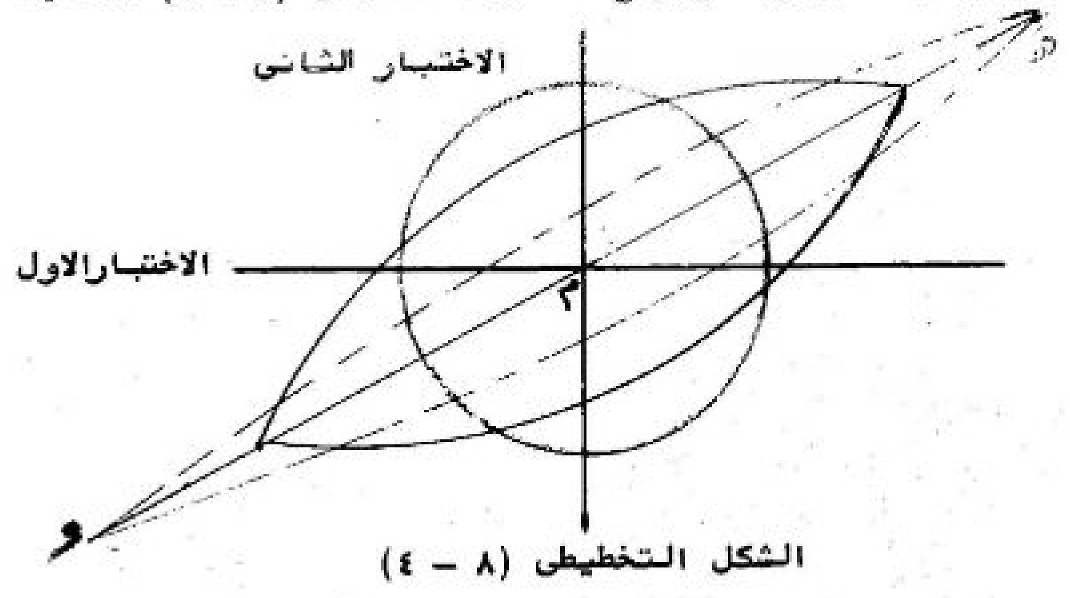
نعلم انه اذا حصل شخص ما على "٧" درجات فى الاختبار "أ" ، "٥" درجات فى الاختبار "ب" . واردنا تمثيل الدرجتين تمثيلا بيانيا باستخدام محورين متعامدين : المحور السينى يمثل درجات الاختبار "أ" ، والصادى يمثل درجات الاختبار "ب" ، فاننا نحصل على الشكل التخطيطى (٨ – ٣) التى تمثل نقطة " جـ " درجتى الطالب المذكور .



الشكل التخطيطى (٨ – ٣)

فاذا تصورنا زيادة العدد الى "٥" الاف طالب مثلا، وكل طالب حددنا درجته فى الاختبارين بنفس الطريقة السابقة ،

فان النقاط اما ان تأخذ شكل دائري وفى هذه الحالة لايوجد ارتباط بين الاختبارين ، واما ان تاخذ شكل قطع ناقص ، وكلما طال محوره عن قطر الدائرة الاولى كلما زادت قوة الارتباط ، اى كلما كان القطع الناقص رفيعا كلما كان الارتباط قويا (١٤٢ : ٩٢ - ٩٣) . ويوضح الشكل التخطيطى (٨ - ٤) ذلك :



الشكل التخطيطى (٨ - ٤)

ومع ملاحظة ان معامل الارتباط عندما تأخذ ازواج الدرجات شكل دائرى يكون مساويا للصفر ، بينما يزداد معامل الارتباط عندما تأخذ ازواج الدرجات شكل القطع الناقص الداخلى " ر = ٥ر. " ، ويزداد الارتباط باقتراب ازواج الدرجات من خط التماثل و م هـ ، حيث يلاحظ ان ر بالنسبة للقطع الناقص المنقط تساوى ٨ر. ،فاذا نطبقت هذه الازواج على الخط و م هـ اصبح الارتباط كاملا (ر = ١) .

اما الارتباط السالب فيمثل بالخط العمودى على و م هـ وينطبق ما سبق على الخط العمودى مع مراعاة زيادة الارتباط السالب كلما اقتربت ازواج الدرجات من الخط العمودى.ويطلق على هذه الخطوط الممثلة لدائرة الارتباط والقطاعات

الاخرى الخطوط الكنتوريه للارتباط . (١٤٢ : ٩٣) .

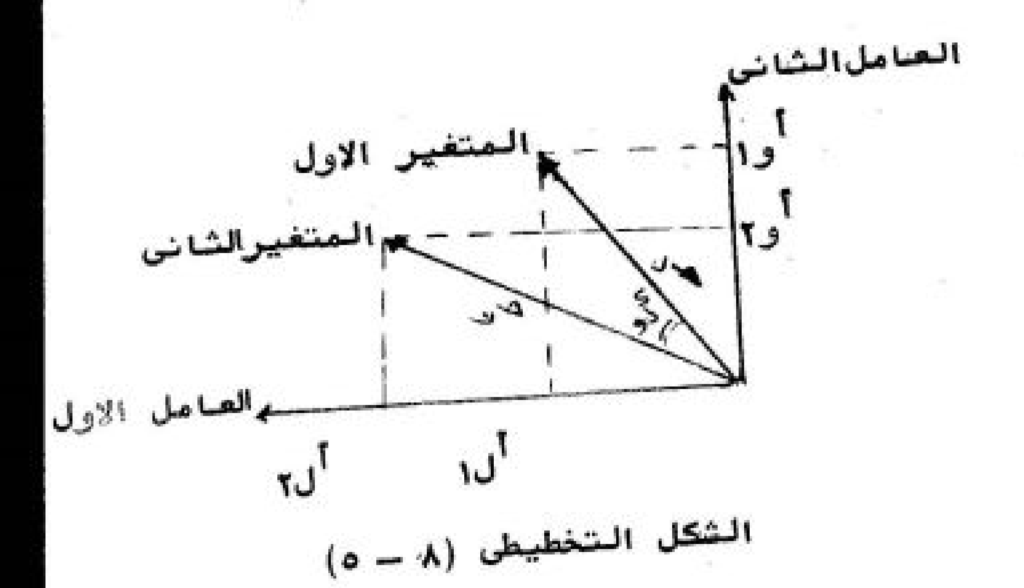
وفى حالة وجود ثلاثة اختبارات فان تحديد درجات كل طالب يتطلب وجود ثلاثة محاور متعامدة ، اى نستخدم الفراغ الاقليدى بابعاده الثلاثة، وينطبق ما سبق على هذه الحالة ولكن مع مراعاة ان الارتباط الصفرى يمثل بشكل كروى ، بينما تمثل الارتباطات الاخرى باشكال بيضاوية ، وكلما اقترب الشكل البيضاوى من المحور كلما زادت قوة الارتباط (١٤٢ :٩٣-٩٧)

وينطبق ما سبق على كل الحالات ولكن مع مراعاة ان الابعاد فى الحالة التى يزداد عدد الاختبارات فيها عن ثلاثة تكون ابعادا تخيلية وليست ابعادا حقيقية . كلما ينطبق ذلك كله على معاملات الارتباط باعتبارها نواتج عددية ، ويمكن الاستفادة من ذلك فى تمثيل اكبر عدد من البيانات باستخدام معاملات ارتباطها بدلا من استخدام الدرجات الخام .

فعلى سبيل المثال ، اذا امكن تجزىء مصفوفة الارتباط الى عاملين متعامدين كما فى الشكل (٨ – ٥) ،واذا افترضنا امكانية تمثيل المتغير " ل " بمتجة طوله " $ح_ل$ " والمتغير " و " بمتجه طوله " $ح_و$ " وافترضنا ان الزاوية المحصورة بين المتجهين هى " $د_{لو}$ " ، فان معامل الارتباط بين المتغيرين (١٤٣ : ٨٧ – ٩١) يتحدد من العلاقة :-

$$ر_{لو} = ح_ل \cdot ح_و \; جتا \; د_{لو} \qquad (٨ – ٢١)$$

حيث $|ح_ل| \leq ١$ ، $|ح_و| \leq ١$



الشكل التخطيطى (٨ – ٥)

وتمثل اسقاطات رؤوس المتجهات على المحورين المتعامد الممثلين للعاملين قيم أل١ ، أو١ للمتغير الاول ، أل٢ ، أو٢ للمتغير الثانى .

(٨ – ٧) التحليل القطرى او المثلثى :-

يعتبر التحليل القطرى من ابسط طرق التحليل العاملى وتعتمد خطوات هذه الطريقة على العلاقة الموجودة بين مصفوفة الارتباط وشكل الاختبار والبناء العاملى ومصفوفة العامل .

وتتضح اهمية هذه الطريقة فى مجال علم النفس فاذا كان لدينا مجموعة من الاختبارات التى تقيس بعض القدرات الطائفية للافراد فانة يمكن استخدام هذا النوع من التحليل للوقوف على العامل العام للذكاء ، وذلك بتحليل مصفوفة الارتباط بين ازواج هذة الاختبارات .

فعلى سبيل المثال اذا طبقنا الاختبارات المذكورة على مجموعة طلابية . ثم اوجدنا معاملات الارتباط بين الازواج المختلفة من هذة الاختبارات وسجلنا هذه المعاملات فى مصفوفة فاننا

نحصل على مصفوفة مثلثية (١٤٣ ؛ ١٠١ – ١٠٥) ، كما فى المصفوفة (٨ – ٦) .

$$\text{ر} = \begin{pmatrix} \text{ر}_{11} & \text{ر}_{22} & & & \\ \text{ر}_{12} & \text{ر}_{23} & \text{ر}_{33} & & \\ \text{ر}_{13} & & & & \\ \vdots & & & & \\ \text{ر}_{\text{ن}1} & \text{ر}_{\text{ن}2} & \text{ر}_{\text{ن}3} & \cdots & \text{ر}_{\text{ن ن}} \end{pmatrix}$$

المصفوفة (٨ – ٦)

ويتحدد عدد العناصر المستقلة للمصفوفة ر من العلاقة :–

عدد معاملات الارتباط المستقلة للمصفوفة ر $= \frac{1}{2}$ ن(ن+١)
اما العناصر التى يحويها الجزء الباقى من المصفوفة ر – الجزء شبه المنحرف – فهى معاملات تمثل معاملات الارتباط اسفل القطر الاساسى .

وتأخذ المصفوفة العاملية نفس الصورة السابقة ، ولكن عناصر الجزء العلوى – الجزء شبه المنحرف – تكون كلهـا اصفار . وتبين المصفوفه (٨ – ٧) المصفوفة العامليه – مصفوفة العامل العام – الناتجة من تحليل مصفوفة الارتباط (٨ – ٦) .

$$\begin{pmatrix} \text{أ}_{11} & \text{صفر} & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{أ}_{12} & \text{أ}_{22} & \text{صفر} & \cdots & \text{صفر} \\ \text{أ}_{13} & \text{أ}_{23} & \text{أ}_{33} & \cdots & \text{صفر} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \text{أ}_{\text{ن}1} & \text{أ}_{\text{ن}2} & \text{أ}_{\text{ن}3} & \cdots & \text{أ}_{\text{ن ن}} \end{pmatrix}$$

المصفوفة العاملية (٨ – ٧)

مثال : اذا كانت معاملات الارتباط بين مجموعة من اختيارات القدرات معطاه بالمصفوفة المثلثية الاتية [1]

٠ر٧٢				
٠ر٦٣	٠ر٥٦			
٠ر٥٤	٠ر٤٨	٠ر٤٢		
٠ر٤٥	٠ر٤٠	٠ر٣٥	٠ر٣٠	
٠ر٣٦	٠ر٣٢	٠ر٢٨	٠ر٢٤	٠ر٢٠

فما مدى اسهام هذه الاختبارات فى اظهار العامل العام للذكاء .

الحل :-

من الملاحظ ان المطلوب فى المثال السابق هو تحديد عناصر العامل العام . وتتحدد هذه العناصر من العلاقة (٨ – ١٥) . أى أن :-

$$\text{ر}_{\text{و}} = \text{أ}_{\text{ل}١} \cdot \text{أ}_{\text{و}١} + \text{أ}_{\text{ل}٢} \cdot \text{أ}_{\text{و}٢} + \cdots + \text{أ}_{\text{لهـ}} \cdot \text{أ}_{\text{وهـ}}$$

وحيث ان مصفوفة العامل المطلوب تشبه المصفوفة العامليه (٨ – ٧) .

$$\therefore \text{ر}_{١١} = \text{أ}_{١١} \cdot \text{أ}_{١١} + \text{صفر}$$

$$\therefore \text{أ}^{٢}_{١١} = ٠\text{ر}٧٢ \quad \text{ومنها} \quad \text{أ}_{١١} = ٠\text{ر}٨٥$$

وحيث ان $\text{ر}_{١} = \text{أ}_{\text{ل}١} \cdot \text{أ}_{١١} + \text{أ}_{\text{ل}٢} \cdot \text{أ}_{٢١}$

$$\therefore \text{ر}_{١} = \text{أ}_{\text{ل}١} \cdot \text{أ}_{١١} + \text{أ}_{\text{ل}٢} \times \text{صفر}$$

---

(١) معاملات الارتباط مأخوذة من (١٤٢ : ٦) .

ومنها $أ_{ل١} = \frac{1}{أ_{11}} ر_{ل١} = \frac{1}{٥٨ر٠} ر_{ل١}$

ومن هذه العلاقة باعطاء ل = ٢ ، ٣ ، ٤ ، ٥ ، يمكن تحديد عناصر العمود الاول .

وحيث ان $ر_{٢٢} = أ_{١٢} \cdot أ_{١٢} + أ_{٢٢} \cdot أ_{٢٢} +$ صفر

$\therefore أ^{2}_{١٢} + أ^{2}_{٢٢} = ر_{٢٢}$

$\therefore (٧٤ر٠)^{2} + أ^{2}_{٢٢} = ٥٦ر٠$

ومنها $أ_{٢٢} = ٠٩ر٠$

وحيث ان $ر_{ل٢} = أ_{ل١} \cdot أ_{١٢} + أ_{ل٢} \cdot أ_{٢٢}$

وحيث ان كل من $ر_{ل٢}$ ، $أ_{ل١}$ ، $أ_{١٢}$ ، $أ_{٢٢}$ معروفة ، اذن يمكن تحديد $أ_{ل٢}$ من العلاقة :-

$$أ_{ل٢} = \frac{1}{أ_{٢٢}} (ر_{ل٢} - أ_{ل١} \cdot أ_{١٢}) .$$

وبوضع ل = ٣ ، ٤ ، ٥ نحصل على عناصر العمود الثاني من المصفوفة العاملية :-

وحيث ان $ر_{٣٣} = أ_{١٣} \cdot أ_{١٣} + أ_{٢٣} \cdot أ_{٢٣} + أ_{٣٣} \cdot أ_{٣٣} +$ صفر

$\therefore أ^{2}_{٣٣} = ر_{٣٣} - (أ^{2}_{١٣} + أ^{2}_{٢٣})$

ومنها $أ_{٣٣} = ٠٩ر٠$

وكذلك $ر_{ل٣} = أ_{ل١} \cdot أ_{١٣} + أ_{ل٢} \cdot أ_{٢٣} + أ_{ل٣} \cdot أ_{٣٣}$

$$ - \quad أ_{ل٣} = \frac{1}{أ_{٣٣}} \left(ر_{ل٣} - (أ_{ل١} \cdot أ_{١٣} + أ_{ل٢} \cdot أ_{٢٣}) \right) $$

وباعطاء "ل" القيم ٤ ، ٥ نحصل على عناصر العمود الثالث ، ويمكن الحصول على $أ_{٤٤}$ من العلاقة :-

$$ أ_{٤٤}^{٢} = ر_{٤٤} - (أ_{١٤}^{٢} + أ_{٢٤}^{٢} + أ_{٣٤}^{٢}) $$

ومنهـــا $أ_{٤٤}$ = ١٠ر٠

أما $أ_{٤٥}$ فيتحدد من العلاقة :-

$$ أ_{٤٥} = \frac{1}{أ_{٤٤}} \left(ر_{٤٥} - (أ_{١٥} \cdot أ_{١٤} + أ_{٢٥} \cdot أ_{٢٤} + أ_{٣٥} \cdot أ_{٣٤}) \right) $$

واخيرا نحدد العنصر $أ_{٥٥}$ من العلاقة :-

$$ أ_{٥٥} = ر_{٥٥} - (أ_{١٥}^{٢} + أ_{٢٥}^{٢} + أ_{٣٥}^{٢} + أ_{٤٥}^{٢}) $$

ومنهـــا :-

$أ_{٥٥}$ = ٠٨ر٠

ندون نتائج الخطوات السابقة فى مصفوفة كالمصفوفة العاملية (٨ – ٧) ، ومن ثم نحصل على مدى اظهار الاختبارات المدون معاملات الارتباط بين الازواج المختلفة منها لعامل الذكاء العام . ويتحدد هذا العامل بالمصفوفة الاتية :-

٨٥ر٠	صفر	صفر	صفر	صفر
٧٤ر٠	٠٩ر٠	صفر	صفر	صفر
٦٤ر٠	٠٨ر٠	٠٩ر٠	صفر	صفر
٥٣ر٠	٠٧ر٠	٠٦ر٠	١٠ر٠	صفر
٤٢ر٠	٠٥ر٠	٠٨ر٠	٠٩ر٠	٠٨ر٠

(٨-٨) التحليل فى بعديـــن :

تعتبر طريقة التحليل فى بعدين من اقدم طرق التحليــــل العاملى ، ويرجع الفضل فى ظهور هذه الطريقة الى "اسبيرمان" الذى استخدمها فى سنه ١٩٠٤ للتوصل الى الصيغة او النظريـــة الخاصة بالعامل العام للقدرة العقلية • (٦١ : ١١٣)•

وتؤسس طريقة التحليل فى بعدين على تحليل مصفوفة الارتباط الى عامل عام يمثل البعد الاول ، ومجموعة من العوامل الفريدة تمثل البعد الثانى • فعلى سبيل المثال اذا تم تطبيـــــق اختبارات قدرات (آ) على عينة طلابية •• فمن الممكن تحليــــل الدرجات المعيارية لهذا الاختبار فى بعدين : بعد يقيــــس العامل العام ، وبعد يقيس القدرة الطائفية الخاصـــــة بالاختبار ، وتتحدد درجة أى طالب فى الاختبار "ل" من العلاقة :

$$ن_ل = آ_{ل}.\ ف. + آ_ل\ ق_ل. \qquad (٨-٢٢)$$

حيث

ل = ١ ، ٢ ، ٣ ، ••• ، ن

، "ف" هى العامل العـــــام

اما قل فهى العامل الخاص •• ومن ثم يوجد ن من العوامل الفريدة او الخاصة •

ويمكن ايجاد العلاقة بين مصفوفة الارتباط والمصفوفـــات العاملية بنفس الطريقة المتبعة فى البند (٨-ه) وبافتـــراض ان العلاقةتحليل (٨-٢٠) تساوى الصفر •

أى أن $ن_ل\ ك$ = صفــــر ••

... وبهذا

$$أ_{ول} \; أ_{وك} = ر_{لك} = أ_{ل.} \cdot أ_{ك.} \qquad (٨ - ٢٣)$$

وبضرب العلاقة (٨ - ٢٣) فى مربع معامل العامل العـام المطبق " و " نحصل على العلاقة :-

$$أ^{٢}_{و.} \; ر_{لك} = أ^{٢}_{و.} \cdot أ_{ل.} \cdot أ_{ك.} = (أ_{و.} \cdot أ_{ل.})(أ_{و.} \cdot أ_{ك.}) \qquad (٨ - ٢٤)$$

$$= ر_{ول} \cdot ر_{وك}$$

وبأخذ مجموع الطرفين على ل ،ك نحصل على

$$أ^{٢}_{و.} \sum_{ل > ك = ١}^{ن} ر_{لك} = \sum_{ل > ك = ١}^{ن} ر_{ول} \cdot ر_{وك} \qquad (٨ - ٢٥)$$

حيث ان مربع معامل العامل العام يكافىء التباين العام $ح^{٢}_{و.}$

$$أ^{٢}_{و.} = ح^{٢}_{و} = \frac{\sum_{ل > ك = ١} ر_{ول} \cdot ر_{وك}}{\sum_{ل > ك = ١}^{ن} ر_{لك}} \qquad (٨ - ٢٦)$$

حيـــث و ≠ ل ، و ≠ ك

وبهذا :-

$$أ^{٢}_{و.} = \frac{ر_{٢١} \cdot ر_{٣١} + ر_{٢١} \cdot ر_{٤١} + \cdots + ر_{٢١} \; ر_{ن١} + ر_{٣١} \; ر_{٤١} + \cdots}{ر_{٢٣} + ر_{٢٤} + \cdots + ر_{٢ن} + ر_{٣٤} + \cdots}$$

$$\frac{+ \cdots + ر_{١(ن-١)} \; ر_{ن١}}{+ ر_{٣ن} + \cdots + ر_{(ن-١)ن}}$$

وبصفة عامة تتحدد قيمية $أ^{٢}_{و}$ من العلاقة (٧١ : ١١٢ - ١١٤) :-

$$\text{أ}^{2}_{\text{و.}} = \text{ح}^{2}_{\text{و}} = \frac{\left(\sum_{\text{ل}=1}^{\text{ن}} \text{ر}_{\text{ول}}\right)^{2} - \sum_{\text{ل}=1}^{\text{ن}} \text{ر}^{2}_{\text{ول}}}{2\left(\sum_{\text{ل}>\text{ك}=1}^{\text{ن}} \text{ر}_{\text{لك}} - \sum_{\text{ل}=1}^{\text{ن}} \text{ر}_{\text{ول}}\right)} \qquad (٨ - ٢٧)$$

حيث :-

وثابت ، ل $\neq$ و

، $\sum_{\text{ل}=1}^{\text{ن}} \text{ر}_{\text{ول}}$ هى مجموعة معاملات الارتباط فى العمود " و "من المصفوفة ال ـ ! .

، $\sum_{\text{ل}=1}^{\text{ن}} \text{ر}^{2}_{\text{ول}}$ هى مجموع مربعات الارتباط فى العمود "و" ايضا

، $\sum_{\text{ل}>\text{ك}=1}^{\text{ن}} \text{ر}_{\text{لك}}$ هى مجموعة كل معاملات الارتباط اسفل القطر الاساسى فى مصفوفة الارتباط لنفس المتغيرات .

ويمكن من جدول الادلة الرياضية تحديد تباين العامل الخاص من العلاقة :-

$$\text{أ}^{2}_{\text{و}} = 1 - \text{ح}^{2}_{\text{و}} = - \text{أ}^{2}_{\text{و.}} \qquad (٨ - ٢٨)$$

مثال :-

طبقت مجموعة من الاختبارات على مجموعة طلابية ، فاذا كانت معاملات الارتباط بين درجات هوءلاء الطلاب فى الاختبارات العوامل العامة المتوقعة الداخلة فى الوحدات القطرية معطاه بالمصفوفة التالية ..

المطلوب تحليل هذه المصفوفة فى بعدين احداهما يُظهر القدرة العامة (العامل العام) والاخر يُظهر القدرات الطائفية : اللغوية (W) واللفظية (V) والتذكر (M) والعدد (N)

والادراك (P) والاستدلال (D) .

مصفوفة الارتباط للمتغيرات المذكورة وعلاقتها بالعوامل المختلفة المتوقعة (١)

اللغة القومية						
التربية القومية	٠ر٤٣٩					
الجغرافيا	٠ر٤٢٩	٠ر٤٣٩				
التاريخ	٠ر٤١٠	٠ر٣٥١	٠ر٤١٠			
الحساب	٠ر٢٨٨	٠ر٣٥٤	٠ر١٦٤	٠ر٠٩٥		
الجبر	٠ر٣٢٩	٠ر٣٢٠	٠ر١٩٠	٠ر٠٩٥	٠ر٠٩٥	
الهندسة	٠ر٢٤٨	٠ر٣٢٩	٠ر١٨١	٠ر٤٧٠	٠ر٤٦٤	٠ر٤٧٠

الحـــل :-

اولا :- نوجد مجموع كل عمود من الاعمدة السابقة مع مراعاة ان المصفوفة السابقة تعتبر مصفوفة متماثلة ، وذلك للحصول على :-

مجـ (ل = ١ ... ٦) سول = (٢ر١٥٣ ، ٢ر٢٣٢ ، ١ر٧٠٦ ، ٢ر٤٦٦ ، ٢ر٤٩٣ ، ٢ر١٦٢)

ثانيا : نوجد مجموع مربعات كل عمود من اعمدة المصفوفة السابقة بنفس الطريقة السابقة ، وذلك للحصول على :

مجـ (ل = ١ ... ٦) $س^{2}$ول = (٠ر٨٠٦٢ ، ٠ر٨٤٤٦ ، ٠ر٥٥٥٢ ، ١ر١٦٤١ ، ١ر١٧٠١ ، ٠ر٨٥٩٦)

---

(١) اخذت معاملات الارتباط من (٨٩ : ٣٢) .

ثالثا :- نوجد $\sum_{ل>ك=١}^{ن}$ ر لك اى مجموع معاملات الارتباط الموجودة اسفل القطر الاساسى ، أى أن :-

$$\sum_{ل\ ك=١}^{٦} ر_{لك} = ٨٫٠٨$$

ومنها يمكن ايجاد رقم مقام العلاقة (٨ - ٢٧) حيث يتحدد بالعلاقة :-

٢ ($\sum_{ل>ك=١}^{٦}$ ر لك - $\sum_{ل=١}^{ن}$ ر ل) ={١١٫٨٥٤ ، ١١٫٦٩٦ ، ١٢٫٧٤٨ ، ١١٫٢٢٨ ، ١١٫١٧٤ ، ١١٫٨٣٦}

رابعا :- نحدد قيم $أ^{٢}_{و٠}$ من العلاقة (٨ - ٢٧) ، أى أن :-

$أ^{٢}_{٠١}$ = ٠٫٣٢٣٠ ، $أ^{٢}_{٠٢}$ = ٠٫٣٥٣٧ ، $أ^{٢}_{٠٣}$ = ٠٫١٨٤٨

$أ^{٢}_{٠٤}$ = ٠٫٤٣٨ ، $أ^{٢}_{٠٥}$ = ٠٫٤٥١٥ ، $أ^{٢}_{٠٦}$ = ٠٫٣٢٢٣

خامسا : نوجد قيم $أ_{و٠}$ فتحدد عناصر العامل العام ، حيث :-

$أ_{٠١}$ = ٠٫٥٦٨٤ ، $أ_{٠٢}$ = ٠٫٥٩٤٨ ، $أ_{٠٣}$ = ٠٫٤٢٩٨

$أ_{٠٤}$ = ٠٫٦٦١٨ ، $أ_{٠٥}$ = ٠٫٦٧١٩ ، $أ_{٠٦}$ = ٠٫٥٦٧٧

سادسا :- نحدد تباين العوامل الخاصة أو الفريدة من العلاقة)(٨ - ٢٨) اى من العلاقة :-

$$أ^{٢}_{و} = ١ - أ^{٢}_{و٠}$$

ومنها :-

$أ_{1}$ = ٠ر٨٢٢٨ ، $أ_{2}$ = ٠ر٨٠٣٩ ، $أ_{3}$ = ٠ر٩٠٢٩

$أ_{4}$ = ٠ر٧٤٩٧ ، $أ_{5}$ = ٠ر٧٤٠٦ ، $أ_{6}$ = ٠ر٨٢٣٢

∴ مصفوفة أوزان العامل العام هـــى :ـ

ف. =

٠ر٥٦٨٤
٠ر٥٩٩٨
٠ر٤٢٩٨
٠ر٦٦١٨
٠ر٦٧١٩
٠ر٥٦٧٧

ومصفوفة اوزان العوامل الخاصــة هــى :ـ

ف =

D	P	N	M	V	W
صفـــر	صفـــر	صفـــر	صفـــر	صفـــر	٠ر٨٢٢٨
صفـــر	صفـــر	صفـــر	صفـــر	٠ر٨٠٣٩	صفـــر
صفـــر	صفـــر	صفـــر	٠ر٩٠٢٩	صفـــر	صفـــر
صفـــر	صفـــر	٠ر٧٤٩٧	صفـــر	صفـــر	صفـــر
صفـــر	٠ر٧٤٠٦	صفـــر	صفـــر	صفـــر	صفـــر
٠ر٨٢٣٢	صفـــر	صفـــر	صفـــر	صفـــر	صفـــر

(٨ – ٩) التحليل العاملى باستخدام "طريقة مركز الثقـــــل" او المركـــز[1] :ـ

فى الطرق السابقة اتضح ان عدد العوامل اقل من عـــدد المتغيرات ، وذلك بفرض انه لا يوجد باق بعد التحليل، ولكن الواقع غير ذلك ، ففى بعض الحالات تكون مصفوفة البواقـــــى

(١) استخدام هذا التعبير "The Centroid Method of Condensation" فى (١٠٥ : ٣٠٦ – ٣١٥)

مصفوفة صفرية فعلا ، ولكن فى حالات اخرى تضم مصفوفة البواقي عناصر غير صفريـــــة .

وقد استخدمت العديد من الطرق لعلاج ذلك كطريقة استخدام المربعات الصغرى التى تجعل مصفوفة البواقى اقل ما يمكـــن فى نفس الوقت الذى تجعل فيه عناصر المصفوفة العاملية اكبر ما يمكن (١٤٣ : ١٤٩) ، وطرق اخرى متعددة لا يسع المجـــال لذكرها هنا .

وتعتمد فكرة التحليل العاملى باستخدام المركز (٧١ : ١٨٠ – ١٩٠) على افتراض وجود مركز وهى فى داخل المجموعـــة يتوسط كل النقاط المحددة لرؤوس المتجهات ، ومن ثـــم فان اطوال هذه المتجهات منسوبه الى هذه النقطة تتحـــدد بالعلاقات الاتيـــة :-

$$\frac{1}{\text{ن}}\sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{ل}1} \text{ ، } \frac{1}{\text{ن}}\sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{ل}2} \text{ ، } \cdots \text{ ، } \frac{1}{\text{ن}}\sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{لهـ}} \qquad (٨ - ٢٩)$$

فاذا تصورنا نقل المحور الاساسى الاول الى هذه النقطـــة فان اسقاطات هذه النقطة على كل المحاور الاخرى ستتلاشـــى ، أى أن :-

$$\sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{ل}2} = \sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{ل}3} = \cdots = \sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{لهـ}} = \text{صفر} \qquad (٨ - ٣٠)$$

وبالتعويض من العلاقات السابقة فى العلاقة (٨ – ١٨) نحصل على العلاقة الاتيـــة :-

$$\sum_{\text{و}}\sum_{\text{ل}} \text{س}_{\text{لو}} = \sum_{\text{ب}=1}^{\text{هـ}} \left(\sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{لب}}\right)^2 = \left(\sum_{\text{ل}} \text{أ}_{\text{ل}1}\right)^2$$

(٨ – ٣١)

وحيث ان المحور الاساسى الاول يتضمن نقطة المركز ، فان المسافة بين المركز ونقطة الاصل تتحدد بالعلاقة :-

$$\text{ط} = \frac{1}{\text{ن}} \; \text{س}_{\text{ل}} \; \text{أ}_{\text{ل}1} \qquad (٨ - ٣٢)$$

وبوضع $\text{ت} = \text{س}_{\text{و}} \, \text{س}_{\text{ل}} \, \text{ر}_{\text{ل و}}$ والتعويض من العلاقة (٨ - ٣١) نحصل علـــى :-

$$\text{ط} = \frac{1}{\text{ن}} \sqrt{\text{ت}} \qquad (٨ - ٣٣)$$

وبالتعويض من العلاقات (٨ - ٣٠) فى العلاقة (٨ - ١٦) نحصل علـــى :-

$$\text{س}_{\text{ل}} \, \text{ر}_{\text{ل و}} = \text{س}_{\text{ل}} \, \text{أ}_{\text{ل}1} = \text{أ}_{\text{و}1} \sqrt{\text{ت}} \qquad (٨ - ٣٤)$$

$$\text{وبوضع} \quad \text{ك} = \text{س}_{\text{ل}} \, \text{ر}_{\text{ل و}} \qquad (٨ - ٣٥)$$

$$\therefore \; \text{ك} = \text{أ}_{\text{و}1} \sqrt{\text{ت}} \qquad (٨ - ٣٦)$$

ومنهـــا

$$\text{أ}_{\text{و}1} = \frac{\text{ك}}{\sqrt{\text{ت}}} \qquad (٨ - ٣٧)$$

فاذا افترضنا ان $\text{م} = \frac{1}{\sqrt{\text{ت}}}$ فان العلاقة السابقة تأخـذ الصـورة :-

$$\text{أ}_{\text{و}1} = \text{م} \, \text{ك} \qquad (٨ - ٣٨)$$

ويمكن ترجمة العلاقات السابقة الى خطوات عملية فـــى التحليل العاملى . فعلى سبيل المثال اذا كانت العلاقـــة بين مجالات الانفاق المختلفة فى السنوات العشر الاخيـــرة (العسكرية - الاقتصادية - التعليمية - الصحية - النقـــل

والمواصلات ـ التامين والعاشات) معطاه بالمصفوفة الاتية (١)

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٥٥ر٠	٤٣ر٠	٣٢ر٠	٢٨ر٠	٣٦ر٠
٢	٥٥ر٠		٥٠ر٠	٢٥ر٠	٣١ر٠	٣٢ر٠
٣	٤٣ر٠	٥٠ر٠		٣٩ر٠	٢٥ر٠	٣٣ر٠
٤	٣٢ر٠	٢٥ر	٣٩ر٠		٤٣ر٠	٤٩ر٠
٥	٢٨ر٠	٣١ر٠	٢٥ر٠	٤٣ر٠		٤٤ر٠
٦	٣٦ر٠	٣٢ر٠	٣٣ر٠	٤٩ر٠	٤٤ر٠	

والمراد تحليل هذه المصفوفة الى عدة مصفوفات تبين العوامل الموءثرة فى شكل الانفاق وتوزيعة بالنسبة لهذا المجتمع .

خطوات الحل :ـ

الخطوة الاولى :ـ

نوجد افضل تقدير للتباين العام $ح_ل^٢$ المكون لعناصر القطر الاساسى . وهنا يوجد اكثر من طريقة ، نذكر منها:

أ ـ استخدام العلاقة (٨ ـ ٨) وتصلح هذه الطريقة عند الانتهاء من التحليل العاملى ، حيث يمكن فى ضوء مصفوفة معاملات العوامل $\|أ\|_{ن هـ}$ تحديد قيمة $ح_ل^٢$ من العلاقة :ـ

$$ح_ل^٢ = أ_{ل١}^٢ + أ_{ل٢}^٢ + \cdots + أ_{لهـ}^٢$$

ب ـ تقسيم مصفوفة الارتباط الى رباعيات "مصفوفات من الرتبة ٢ × ٢" بحيث تضم الرباعية التباين العام غير المعروف ، علما بان قيمة محددد كل رباعية تشمل عنصر من

(١) مثال افتراضى اخذت معاملات ارتباطه من (١٠٥ : ٣٠٨) .

القطر الاساسي تساوى الصفر (٧١ : ٦٨ – ٧١) ، اى ان :–

$$\begin{pmatrix} \text{ح}_{\text{ل}}^{2} & \text{ر}_{\text{لك}} \\ \text{ر}_{\text{و.}} & \text{ر}_{\text{وك}} \end{pmatrix} = \text{صفرا}$$

ومنهـــا :–

$$\text{ح}_{\text{ل}}^{2} = \frac{\text{ر}_{\text{و.}} \times \text{ر}_{\text{لك}}}{\text{ر}_{\text{وك}}} \qquad (٨ - ٣٩)$$

وتصلح هذه الطريقة عندما يكون المطلوب هو ايجـــاد عامل عام واحـــد .

حـ – تقسيم مصفوفة الارتباط الى مصفوفة من الرتبـــة الثالثة (٣ × ٣) بحيث يضم كل محدد منها احد التباينات العامة غير المحددة ، ثم تحديد التباين العام $\text{ح}_{\text{ل}}^{2}$ عنـــدما يكون مفكوك المحدد مكافئا للصفر . وتصلح هذه الطريقـــة عندما يكون المطلوب هو تحليل مصفوفة الارتباط الى عامليـن عاميين بالاضافة للعوامل الفريدة (٧١ : ٧٢ – ٧٦) .

د – عندما يكون المطلوب تحديد عدد " هـ " من العوامـــل (٧١ : ٧٧ – ٨٣) كما فى الحالة العامة ، فان تحديـــد التباين العام " $\text{ح}_{\text{ل}}^{2}$ " يكون صعبا وينبغى استخدام الكومبيوتـــر حيث يتم تقسيم مصفوفة الارتباط الى عدد من المحددات رتبـــة كل منها (هـ + ١) بشرط ان يتم اختيار صفوف واعمدة كـــل منها بحيث يضم تباين عام واحد ، كما هو موضـــح :–

القطر الاساسي تساوى الصفر (٧١ : ٦٨ – ٧١) ، اى ان :-

$$\begin{vmatrix} ح_{ل}^{2} & ر_{لك} \\ ر_{و} & ر_{وك} \end{vmatrix} = \text{صفرا}$$

ومنها :-

$$ح_{ل}^{2} = \frac{ر_{و} \times ر_{لك}}{ر_{وك}} \qquad (٨ - ٣٩)$$

وتصلح هذه الطريقة عندما يكون المطلوب هو ايجاد عامل عام واحد .

حـ - تقسيم مصفوفة الارتباط الى مصفوفة من الرتبة الثالثة (٣ x ٣) بحيث يضم كل محدد منها احد التباينات العامة غير المحددة ، ثم تحديد التباين العام $ح_{ل}^{2}$ عندما يكون مفكوك المحدد مكافئا للصفر . وتصلح هذه الطريقة عندما يكون المطلوب هو تحليل مصفوفة الارتباط الى عاملين عاميين بالاضافة للعوامل الفريدة (٧١ : ٧٢ - ٧٦) .

د - عندما يكون المطلوب تحديد عدد " هـ " من العوامل (٧١ : ٧٧ - ٨٣) كما في الحالة العامة ، فان تحديد التباين العام " $ح_{ل}^{2}$ " يكون صعبا وينبغى استخدام الكومبيوتر حيث يتم تقسيم مصفوفة الارتباط الى عدد من المحددات رتبة كل منها (هـ + ١) بشرط ان يتم اختيار صفوف واعمدة كل منها بحيث يضم تباين عام واحد ، كما هو موضح :-

$$
\Delta = \left|\begin{array}{l}
\text{ح}_{١}^{٢} \quad ر_{٣١} \quad ر_{٥١} \quad \cdots \quad ر_{١،٢ك-١} \quad \cdots \quad ر_{١،٢هـ+١} \\
ر_{١٢} \quad ر_{٣٢} \quad ر_{٥٢} \quad \cdots \quad ر_{٢،٢ك-١} \quad \cdots \quad ر_{٢،٢هـ+١} \\
ر_{١٤} \quad ر_{٣٤} \quad ر_{٥٤} \quad \cdots \quad ر_{٤،٢ك-١} \quad \cdots \quad ر_{٤،٢هـ+١} \\
\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\
ر_{٢ل١} \quad ر_{٢ل٣} \quad ر_{٢ل٥} \quad \cdots \quad ر_{٢ل،٢ك-١} \quad \cdots \quad ر_{٢ل،٢هـ+١} \\
\cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \quad \cdots \\
ر_{٢هـ١} \quad ر_{٢هـ٣} \quad ر_{٢هـ٥} \quad \cdots \quad ر_{٢هـ،٢ك-١} \quad \cdots \quad ر_{٢هـ،٢هـ+١}
\end{array}\right| = \text{صفر}
$$

وبفك المحدد السابق ووضع الناتج مساويا للصفر نحصل على :ـ

$$\text{ح}_{ل}^{٢} = \frac{١}{\Delta_{١١}} \sum_{و=١}^{هـ} (-١)^{و-١} \; ر_{٢و،١} \; \Delta_{٢و،١} \qquad (٨-٤٠)$$

حيـــث :ـ

$\Delta_{١١}$ هو المحدد الاصغر الناتج من حذف العمود الاول والصف الاول (العمود والصف اللذين يضمان $\text{ح}_{١}^{٢}$)

$\Delta_{٢و،١}$ هو المحدد الناتج من حذف الصف والعمود اللذيـــن يضمان معامل الارتباط $ر_{٢و،١}$

، ٢ هـ + ١ $\leq$ ن

ويفضل ايجاد متوسط $\text{ح}_{ل}^{٢}$ باستخدام كل الاحتمالات الممكنة والتى تتحدد من العلاقة ($\frac{ن}{٢هـ+١}$) ثم تحدد الخطأ المعيارى للتباين العام $\text{ح}_{ل}^{٢}$ من العلاقة :ـ

$$\text{الخطأ المعيارى} = \text{ح}_{ل}^{٢} \sqrt{٢ / ن} \qquad (٨-٤١)$$

حيــــث :ـ

ن َ عدد افــراد العينـــــه .

هـ ـ استخدام الطرق التقريبية العشوائية لايجـــــــاد التباين العام وذلك عندما يكون عدد العوامل العامة عاملين (هـ = ٢) . ويستخدم فى هذه الطرق اكثر من علاقة (٦١ : ٨٣ – ٨٤) منهـــــــا :ـ

$$\text{ح}^{2}_{\text{ل}} = \frac{\text{ر}_{\text{لك}} \times \text{ر}_{\text{لو}}}{\text{ر}_{\text{كو}}}$$

وذلك بتجزىء مصفوفة الارتباط الى محددات كما فـــــــى العلاقة (٨ – ٣٩) . أو باستخدام المتوسط ، وهنا يتحـــدد التباين العام من العلاقة :ـ

$$\text{ح}^{2}_{\text{ل}} = \sum_{\text{ك}=1}^{\text{ن}} \left(\frac{\text{ر}_{\text{لك}}}{\text{ن} - 1} \right) \qquad (٨ – ٤٢)$$

حيــــث ك ≠ ل

أو بتقسيم مصفوفة الارتباط الى مجموعات أو وحـــــدات كل مجموعة تتكون من ب من المتغيرات ، بحيث تحوى كـــــل مجموعة ($\text{ح}^{2}_{\text{ل}}$) ، وتتحدد قيمة $\text{ح}^{2}_{\text{ل}}$ من العلاقـــــة :ـ

$$\text{ح}^{2}_{\text{ل}} = \frac{1}{\text{خ}} \sum_{\text{و} > \text{ك} = 1}^{\text{ب}} \left(\frac{\text{ر}_{\text{لك}} \times \text{ر}_{\text{لو}}}{\text{ر}_{\text{كو}}} \right) \qquad (٨ – ٤٣)$$

حيــــث :ـ

ك ،و ≠ ل

$$، \quad خ = ق_{٢}^{ب-أ} = \frac{\lfloor ب-١}{\lfloor ٢ \; \lfloor (ب-١)-٢} = \frac{\lfloor ب-١}{\lfloor ٢ \; \lfloor ب-٣}$$

من الرباعيـــات :-

و - استخدام التقريب التام فى تحديد التباين العـــام وذلك عند زيادة عدد العوامل العامة عن عاملين (هـ > ٢) ويستخدم لذلك (٦١ : ٨٤ - ٨٥) العلاقات التالية :-

فى حالة استخدام التحليل بالنسبة لمركز كما فى المثال .

$$ح^{٢}_{ل} = \left(\sum_{ك=١}^{ن} س_{لك} \right)^{٢} / \sum_{ك=١}^{ن} \sum_{و=١}^{ن} س_{كو} \qquad (٨ - ٤٤)$$

أو باستخدام علاقة التثبيت :-

$$ح^{٢}_{ل} = \left(\frac{ن}{ن-١} \right) \left(\sum_{ك=١}^{ن} س_{لك} \right)^{٢} / \left(\sum_{ك=١}^{ن} \sum_{و=١}^{ن} س_{كو} \right)$$

(٨ - ٤٥)

حيــث ك ≠ ل ، ك ≠ و

وفى ضوء الطرق السابقة يمكن تحديد التباين العـــام باستخدام العلاقة (٨ - ٤٤) مع افتراض ان عناصر القطـــر الاساسى هى اكبر معاملات الارتباط الموجودة (ارتبـــاط المتغير بنفســه) حيث يمكن وضع المصفوفة المذكورة فى الصورة الاتيـــة :.

ر =

١	٠ر٥٥	٠ر٤٣	٠ر٣٢	٠ر٢٨	٠ر٣٦
٠ر٥٥	١	٠ر٥٠	٠ر٢٥	٠ر٣١	٠ر٣٢
٠ر٤٣	٠ر٥٠	١	٠ر٣٩	٠ر٢٥	٠ر٣٣
٠ر٣٢	٠ر٢٥	٠ر٣٩	١	٠ر٤٣	٠ر٤٩
٠ر٢٨	٠ر٣١	٠ر٢٥	٠ر٤٣	١	٠ر٤٤
٠ر٣٦	٠ر٣٢	٠ر٣٣	٠ر٤٩	٠ر٤٤	١

$\sum_{ل=١}^{٦}$ ص. = ٢ر٩٤ ٢ر٩٣ ٢ر٠٩ ٢ر٨٨ ٢ر٧١ ٢ر٩٤ ٣ر١٧

ومنهـــا :-

$جـ_{١}^{٢} = \frac{(٢ر٩٤)^{٢}}{٣ر١٧} = ٠ر٥٠٠$ ، $جـ_{٢}^{٢} = ٠ر٤٩٦$

$جـ_{٣}^{٢} = ٠ر٤٨٦$ ، $جـ_{٤}^{٢} = ٠ر٤٧٩$

$جـ_{٥}^{٢} = ٠ر٤٢٥$ ، $جـ_{٦}^{٢} = ٠ر٥٠٠$

فاذا افترضنا ان معدلات الانفاق أخذت لعدد نَ مـــن السنوات ، حيث نَ = ١٠ ،فانه يمكن تحديد الخطأ المعياري للتباين العام $ح_{ل}^{٢}$ من العلاقة (٨ – ٤١) حيث يكون مقدار هذا الخطأ على الترتيب :-

الخطأ المعياري = (٠ر٢٢٤ ، ٠ر٢٢٣ ، ٠ر٢١٧ ، ٠ر٢١٤ ، ٠ر١٩٠ ، ٠ر٢٢٤)

ومن ثم يأخذ التباين العام $ح_{ل}^{٢}$ القيم $حَ_{ل}^{٢}$ حيـــث :-

$حَ_{ل}^{٢} = ح_{ل}^{٢}$ + الخطأ المعياري .

أى ان

$$ح^2_{ل} \equiv$$ (٧٢٤ر٠ ، ٧١٩ر٠ ، ٧٠٣ر٠ ، ٦٩٣ر٠ ، ٦١٥ر٠ ، ٧٢٤ر٠)

الخطوة الثانية :

ندخل القيم المصححة للتباين العام $ح^2_{ل}$ فى القطر الاساسى للمصفوفة السابقة ، وذلك باستبدالها بقيم الوحدات الافتراضية ، ثم نوجد قيم $ك_{و}$ وذلك من العلاقة (٨ — ٣٥) ومن ثم نحصل على :ـ

$ك_{و} \equiv$ (٦٦٤ر٢ ، ٦٤٩ر٢ ، ٦٠٣ر٢ ، ٥٧٣ر٢ ، ٣٢٥ر٢ ، ٦٦٤ر٢)

ومنهـــــار :ـ

$$ت = \sum_{و=1}^{6} ك_{و} = ١٥ر٤٧٨$$

$$\therefore \sqrt{ت} = ٣ر٩٣٤ \quad ، \quad م = \frac{1}{\sqrt{ت}} = ٠ر٢٥٤$$

ومن ذلك يمكن تحديد قيم "$أ_{و1}$" وذلك باستخدام العلاقة (٨ — ٣٧) حيث :ـ

$أ_{و1} \equiv$ (٦٨ر٠ ، ٦٧ر٠ ، ٦٦ر٠ ، ٦٥ر٠ ، ٥٩ر٠ ، ٦٨ر٠)٠

وتمثل القيم "$أ_{و1}$" معاملات العامل المركزى الاول ، وهذة المعاملات تنتج مصفوفة متماثلة عناصر قطرها الاساسى $أ^2_{و1}$ ، وباقى العناصر تمثل حاصل ضرب $أ_{ل1}$ ٠ $أ_{ك1}$ ٠ فاذا رمزنا للمصفوفة الناتجة بالرمز $ج_1 = \|أ_{ل1} \; أ_{ك1}\|$ فان هذه المصفوفة يمكن وضعها فى الصورة الجدولية الاتية :ـ

المصفوفة الجدولية $ج_1 = \| أ_{ل1} أ_{ك1} \|$

	٠ر٦٨	٠ر٦٧	٠ر٦٦	٠ر٦٥	٠ر٥٩	٠ر٦٨
٠ر٦٨	٠ر٤٦٢	٠ر٤٥٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٠١	٠ر٤٦٢
٠ر٦٧	٠ر٤٥٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٣٦	٠ر٣٩٥	٠ر٤٥٦
٠ر٦٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٣٦	٠ر٤٢٩	٠ر٣٨٩	٠ر٤٤٩
٠ر٦٥	٠ر٤٤٢	٠ر٤٣٦	٠ر٤٢٩	٠ر٤٢٣	٠ر٣٨٤	٠ر٤٤٢
٠ر٥٩	٠ر٤٠١	٠ر٣٩٥	٠ر٣٨٩	٠ر٣٨٤	٠ر٣٤٨	٠ر٤٠١
٠ر٦٨	٠ر٤٦٢	٠ر٤٥٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٠١	٠ر٤٦٢

$ى_{ل1} = \sum_{ك} أ_{ل1} أ_{ك1} \equiv$

٢ر٦٧٢	٢ر٦٣٤	٢ر٥٩٤	٢ر٥٥٦	٢ر٣١٨	٢ر٦٧٢

$أ_{ل1} د_1 \equiv$

٢ر٦٧٢	٢ر٦٣٣	٢ر٥٩٤	٢ر٥٥٥	٢ر٣١٩	٢ر٦٧٢

ويمكن التأكد من صحة النواتج الخاصة بالمصفوفة الجدولية السابقة بمقارنة مجموع عناصر كل عمود بحاصل ضرب $أ_{ل1} \times د_1$ حيث $د_1 = \sum أ_{ل1}$ وذلك كما حدث في الصفين النهائي وما قبله.

الخطوة الثالثة :-

نوجد مصفوفة البواقي وذلك بطرح عناصر المصفوفة $ج_1$ من عناصر مصفوفة الارتباط المناظرة لها ، فاذا رمزنا للمصفوفة الناتجة بالرمز " $ر_1$ " فان كل عنصر فيها يتحدد من العلاقة :-

$$ر_{1\,لك} = ر_{لك} - ج_{لك}$$

أى ان مصفوفة البواقى تتحدد بالمصفوفة الجدولية $\| ر_{1\,لك} \|$ الاتيــة :-

المصفوفة الجدولية $ع_1 = \| أ_{ل1} أ_{ك1} \|$

	٠ر٦٨	٠ر٦٧	٠ر٦٦	٠ر٦٥	٠ر٥٩	٠ر٦٨
٠ر٦٨	٠ر٤٦٢	٠ر٤٥٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٠١	٠ر٤٦٢
٠ر٦٧	٠ر٤٥٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٣٦	٠ر٣٩٥	٠ر٤٥٦
٠ر٦٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٣٦	٠ر٤٢٩	٠ر٣٨٩	٠ر٤٤٩
٠ر٦٥	٠ر٤٤٢	٠ر٤٣٦	٠ر٤٢٩	٠ر٤٢٣	٠ر٣٨٤	٠ر٤٤٢
٠ر٥٩	٠ر٤٠١	٠ر٣٩٥	٠ر٣٨٩	٠ر٣٨٤	٠ر٣٤٨	٠ر٤٠١
٠ر٦٨	٠ر٤٦٢	٠ر٤٥٦	٠ر٤٤٩	٠ر٤٤٢	٠ر٤٠١	٠ر٤٦٢

$ى_{ل1} = مج_{ك} أ_{ل1} أ_{ك1} =$

٢ر٦٧٢ ٢ر٦٣٤ ٢ر٥٩٤ ٢ر٥٥٦ ٢ر٣١٨ ٢ر٦٧٢

$أ_{ل1} د_1 =$

٢ر٦٧٢ ٢ر٦٣٣ ٢ر٥٩٤ ٢ر٥٥٥ ٢ر٣١٩ ٢ر٦٧٢

ويمكن التأكد من صحة النواتج الخاصة بالمصفوفة الجدولية السابقة بمقارنة مجموع عناصر كل عمود بحاصل ضرب $أ_{ل1} \times د_1$ حيث $د_1 = مى أ_{ل1}$ وذلك كما حدث في الصفين النهائى وما قبلة .

الخطوة الثالثة :-

توجد مصفوفة البواقى وذلك بطرح عنا صر المصفوفة $ع_1$ من عناصر مصفوفة الارتباط المناظرة لها ، فاذارمزنا للمصفوفة الناتجة بالرمز " ر " فان كل عنصر فيها يتحدد من العلاقة :-

$$_1ر_{لك} = ر_{لك} - ع_{لك}$$

أى ان مصفوفة البواقى تتحدد بالمصفوفة الجدولية $\| _1ر_{لك} \|$ الاتية :-

المصفوفة الجدولية ‖ ر ل ك ‖

	١	٢	٣	٤	٥	٦
١	(٢٦٢ر٠)	٠٩٤ر٠	-٠١٩ر٠	-١٢٢ر٠	-١٢١ر٠	-١٠٢ر٠
٢	٠٩٤ر٠	(٢٦٠ر٠)	٠٥٨ر٠	-١٨٦ر٠	-٠٨٥ر٠	-١٣٦ر٠
٣	-٠١٩ر٠	٠٥٨ر٠	(٢٦٧ر٠)	-٠٣٩ر٠	-١٣٩ر٠	-١١٩ر٠
٤	-١٢٢ر٠	-١٨٦ر٠	-٠٣٩ر٠	(٢٧٠ر٠)	٠٤٦ر٠	٠٤٨ر٠
٥	-١٢١ر٠	-٠٨٥ر٠	-١٣٩ر٠	٠٤٦ر٠	(٢٦٧ر٠)	٠٣٩ر٠
٦	-١٠٢ر٠	-١٣٦ر٠	-١١٩ر٠	٠٤٨ر٠	٠٣٩ر٠	(٢٦٢ر٠)

مـ ا ر ل ك ≡ -٠٠٨ر٠   ٠٠٥ر٠   ٠٢٨ر٠   ٠١٧ر٠   ٠١١ر٠   -٠٠٨ر٠
ك

وواضح أن المصفوفة السابقة تحوى معاملات بعضها سالب والبعض الاخرموجب ، كما ان مجموع كل عمود يختلف عن الصفر مما يدل على وجود عامل اخر ، وهذا العامل يشتق من المصفوفة الجدولية للبواقى السابقة .

اى انه فى حالة وجود بواقى تشكل مصفوفة غير صفرية فاننا نستمر فى التحليل بعد ايجاد العامل المركزى الاول . ولما كان مجموع عناصر مصفوفة البواقى باشاراتها قد تؤول الى الصفر ، لذا ينبغى عكس اشارات عناصر هذه المصفوفة بصورة تجعلها تعطى اكبر قيمة ممكنة للمقدار " ت " ، وقد نأخذ مجموع مقياس المعاملات التى تضمها مصفوفة البواقى (١٤٣ :١٥٣-١٥٧) وقد نلجا الى طرق اخرى منها طريقة ثارستون (١٤٣ :١٦٥-١٧٠) والتى تتلخص فى الخطوات التالية :-

(١) نوجد مجموع اعمدة المصفوفة الجدولية ‖ ر ل ك ‖ وذلك بعد اهمال العناصر القطرية ، ولنرمز للناتج بالرمز ك و . حيث :-

$$ك_و = \sum_{ل=١}^{٦} س_{ل} ، س_{٠} =$$

(–٢٧٠ر٠ ، –٢٥٥ر٠ ، –٢٣٩ر٠ ، –٢٥٣ر٠ ، –٢٥٦ر٠ –٢٧

(٢) نوجد قيمة ($-\frac{١}{٢}$ ك$_و$) ثم نحدد القيم الاكبر ايجابيـ
باقواس .

$-\frac{١}{٢}$ ك$_و$ = ((١٣٥ر٠) ، ١٢٨ر٠ ، ١٢٠ر٠ ، ١٢٧ر٠ ، ١٢٨ر٠
(١٣٥ر٠)) .

(٣) نقوم بجمع $-\frac{١}{٢}$ ك$_و$ على عناصر الصف الاكثر ايجابيـ
مع اعتبار العناصر القطرية اصفار، وحيث انه يوجد فـ
مثالنا قيمتان لهما نفس الايجابية العالية لذا نأخذ المقد
الذى يكون مجموع " ا ر ك "فيـه اى مجموع العمود الـذ
يوجد فيه هذا المقدار اكبر من مجموع العمود الذى يوجـ
فيه المقدار الاخر . وحيث ان العمودين لهما نفس المجمـو
اذن نأخذ الصف التالى فى الايجابية . وواضح ان مثالنا يحو
صفين لهما نفس الايجابية (+ ١٢٨ر٠) الا ان الصف الخامـ
مجموعه اكبر من مجموع الصف الثانى ، وبناء عليه نقوم بجمـ
عناصر الصف الخامس على قيم ($-\frac{١}{٢}$ ك$_و$) المقابلة وسنرمز للنات
بالرمز (+ (٥)) اى ان :-

$-\frac{١}{٢}$ ك$_و$ +(٥) = (١٤٠ر٠ ، ٠٤٣ر٠ ، –١٩٠ر٠ ، ١٧٣ر٠ ، (١٢٨ر٠)
،(١٧٤ر٠)) .

(٤) نحدد المقدار الاعلى ايجابية فى الخطوة السابقة باقواس
وذلك باستثناء المقدار الخاص بالصف الخامس ، ثم نحدد الصف
المقابل ونجمع عناصرة على القيم السابقة .

وحيث ان اعلى قيمية هى (١٧٤ر٠) والخاصة بالصف السادس

∴ + (٦) ≡ (− ٨٨٠ر٠ ، −٠٩٣ر٠ ، −١٣٨ر٠ ، (٢٢١ر٠) ، (١٦٧ر٠) ، (١٧٤ر٠)) ،

(٥) نكرر الخطوات السابقة ونلاحظ ان الصف الرابع هو اعلى ايجابية لذا نقوم بجمع عناصره على الخطوة السابقة ، اى ان

+ (٤) ≡ (−٢١٠ر٠ ، −٢٧٩ر٠ ، −١٧٧ر٠ ، (٢٢١ر٠) ، (٢١٣ر٠) (٢٢٢ر٠))

وواضح انه لا يوجد مقادير اخرى اعلى ايجابية يمكن اخذها بعد الصفوف التى اخذت :ـ

(٦) نضرب الناتج فى الخطوة السابقة فى (−٢) ونرمز للناتج بالرمز ط حيث :ـ

ط ≡ (٤٢٠ر٠ ، ٥٥٨ر٠ ، ٣٥٤ر٠ ، −٤٤٢ر٠ ، −٤٢٦ر٠ ، − ٤٤٤ر٠) .

(٧) نفترض ان العناصر القطرية هى اكبر المعاملات الموجودة فى اعمدة ‖ ا ص ك ‖ بغض النظر عن اشارتها ، اى ان :ـ

ا ص ل ≡ (١٢٢ر٠ ، ١٨٦ر٠ ، ١٣٩ر٠ ، ١٨٦ر٠ ، ١٣٩ر٠ ، ١٣٦ر٠)

(٨) نعتبر اشارة ا ص ل هى نفس اشارة "ط" ونرمز للناتج بالرمز " د " حيث :ـ

د = (١٢٢ر٠ ، ١٨٦ر٠ ، ١٣٩ر٠ ، −١٨٦ر٠ ، −١٣٩ر٠ ، −١٣٦ر٠)

(٩) نوجد مجموع (ط + د) ونرمز للناتج بالرمز " ى" حيث :ـ

ى = (٥٤٢ر٠ ، ٧٤٤ر٠ ، ٤٩٣ر٠ ، −٦٢٨ر٠ ، −٥٦٥ر٠ ، −٥٨٠ر٠)

(١٠) نوجد قيمة ت حيث :-

ت = مج أ ى = ٠ر٥٤٢ + ٠ر٧٤٤ + ٠ر٤٩٣ + ٠ر٦٢٨ + ٠ر٠٦٥ + ٠ر٠٨٠ = ٣ر٥٥٢

∴ ت = ١ر٨٨٤٧ ومنهـــا م = $\frac{١}{\sqrt{ت}}$ = ٠ر٥٣٠٦

وفى ضوء الخطوات السابقة تأخذ المصفوفة الجدوليـــــة أ ص ل ك الصورة الاتيـــة :-

الخطوة	١	٢	٣	٤	٥	٦
١		٠ر٠٩٤	-٠ر٠١٩	-٠ر١٢٢	-٠ر١٢١	-٠ر١٠٢
٢	٠ر٠٩٤		٠ر٠٥٨	-٠ر١٨٦	-٠ر٠٨٥	-٠ر١٣٦
٣	-٠ر٠١٩	٠ر٠٥٨		-٠ر٠٣٩	-٠ر١٣٩	-٠ر١١٩
٤	-٠ر١٢٢	-٠ر١٨٦	-٠ر١٣٩		٠ر٠٤٦	٠ر٠٤٨
٥	-٠ر١٢١	-٠ر٠٨٥	-٠ر١٣٩	٠ر٠٤٦		٠ر٠٣٩
٦	-٠ر١٠٢	-٠ر١٣٦	-٠ر١١٩	٠ر٠٤٨	٠ر٠٣٩	
$ك_و = مج_{ل=١}^{٦}$ أ ص ل	-٠ر٢٧٠	-٠ر٢٥٥	-٠ر٢٣٩	-٠ر٢٥٣	-٠ر٢٥٦	-٠ر٢٧٠
$-\frac{١}{٢}$ $ك_و$	٠ر١٣٥	٠ر١٢٨	٠ر١٢٠	٠ر١٢٧	٠ر١٢٨	٠ر١٣٥
+ (٥)	٠ر٠١٤	٠ر٠٤٣	-٠ر١٩٠	٠ر١٧٣	[illegible]	(٠ر١٧٨)
+ (٦)	-٠ر٠٨٨	-٠ر٠٩٣	-٠ر١٣٨	(٠ر٢٢١)	(٠ر١٦٧)	(٠ر١٧٤)
+ (٤)	-٠ر٢١٠	-٠ر٢٧٩	-٠ر١٧٧	(٠ر٢٢١)	(٠ر٢١٣)	(٠ر٢٢٢)
ط = -٢(٠٠٠ + (٤))	٠ر٤٢٠	٠ر٥٥٨	٠ر٣٥٤	-٠ر٤٤٢	-٠ر٤٢٦	-٠ر٤٤٤
أ ص ل	٠ر١٢٢	٠ر١٨٦	٠ر١٣٩	٠ر١٨٦	٠ر١٣٩	٠ر١٣٦
د	٠ر١٢٢	٠ر١٨٦	٠ر١٣٩	-٠ر١٨٦	-٠ر١٣٩	-٠ر١٣٦
ى = ط + د	٠ر٥٤٢	٠ر٧٤٤	٠ر٤٩٣	-٠ر٦٢٨	-٠ر٠٦٥	-٠ر٠٨٠
$أ_ل$ = م ى	٠ر٢٩	٠ر٣٩	٠ر٢٦	-٠ر٣٣	-٠ر٣٠	-٠ر٣٢

من الصف الاخير للجدول السابق يمكن تحديد عناصـــــر العامل الثانى الذى يتحدد بالمصفوفة الجدولية ج٢ .

المصفوفة الجدولية ج٢

	٠ر٢٩	٠ر٣٦	٠ر٢٦	-٠ر٣٣	-٠ر٣٠	-٠ر٣١
٠ر٢٩	٠ر٠٨٤	٠ر١١٣	٠ر٠٧٥	-٠ر٠٩٦	-٠ر٠٨٧	-٠ر٠٩٠
٠ر٣٦	٠ر١١٣	٠ر١٥٢	٠ر١٠١	-٠ر١٢٩	-٠ر١١٧	-٠ر١٢١
٠ر٢٦	٠ر٠٧٥	٠ر١٠١	٠ر٠٦٨	-٠ر٠٨٦	-٠ر٠٧٨	-٠ر٠٨١
-٠ر٣٣	-٠ر٠٩٦	-٠ر١٢٩	-٠ر٠٨٦	٠ر١٠٩	٠ر٠٩٩	٠ر١٠٢
-٠ر٣٠	-٠ر٠٨٧	-٠ر١١٧	-٠ر٠٧٨	٠ر٠٩٩	٠ر٠٩٠	٠ر٠٩٣
-٠ر٣١	-٠ر٠٩٠	-٠ر١٢١	-٠ر٠٨١	٠ر١٠٢	٠ر٠٩٣	٠ر٠٩٦

ى ل٢ = مجـ ك أ ل٢ أ ك٢ =

-٠ر٠٠١ -٠ر٠٠١ -٠ر٠٠١ -٠ر٠٠١ ٠ر٠٠٠ -٠ر٠٠١

أ ل٢ د٢ =

٠ر٠٠٠ ٠ر٠٠٠ ٠ر٠٠٠ ٠ر٠٠٠ ٠ر٠٠٠ ٠ر٠٠٠

ويمكن التأكد من صحة نواتج المصفوفة الجدولية ج٢ الخاصة بالعامل الثانى من مقارنة مجموع الاعمدة بحاصل ضرب أ ل٢ ، د٢ حيث د٢ = مجـ أ ل ٢

وواضح من الخطوات السابقة انه امكن تحليل مصفوفـــــة الارتباط الى مصفوفة عاملية تتوسط العوامل الاخرى ، وعناصرهـا تضم جزء من معاملات الارتباط ، ثم تحليل مصفوفة المعامـــلات الباقية (التى تكون فى العادة اصغر ما يمكن) الى مصفوفـة عاملية اخرى .

ويمكن بالنسبة لامثلة اخرى الاستمرار فى هذه العمليـــة

حتى يصبح مى أ $_{ل ك}$ اصغر ما يمكن او مساويا للصفر ، كما حدث فى هذا المثال .

ويوضح الجدول الاتى معاملات العاملين والتباين العام لهما $ح^{٢}_{ر}$ والتباين العام $ح^{٢}_{ل}$ المحدد بالعلاقة (٨ - ٤٤) .

العلاقة بين معاملات العوامل والتباين العام

رقم المتغير	العامل الاول	العامل الثانى	$ح^{٢}_{ر}$	$ح^{٢}_{ل}$
١	٠ر٦٨	٠ر٢٩	٠ر٥٤٧	٠ر٥٠٠
٢	٠ر٦٧	٠ر٣٩	٠ر٦٠١	٠ر٤٩٦
٣	٠ر٦٦	٠ر٢٦	٠ر٥٠٣	٠ر٤٨٦
٤	٠ر٦٥	- ٠ر٣٣	٠ر٥٣١	٠ر٤٧٩
٥	٠ر٥٩	- ٠ر٣٠	٠ر٤٣٨	٠ر٤٢٥
٦	٠ر٦٨	- ٠ر٣١	٠ر٥٥٩	٠ر٥٠٠
المجموع	٣ر٩٣	صفر		

(٨ - ١٠) التحليل العاملى بطريقة العامل الاساسى :-

اتضح من العرض السابق انه يمكن تحليل اى مصفوفة باستخدام مركز يتوسط عناصرها - وتقدير التباين العام ثم تحديد عناصر المتجه المركزى ، وايجاد الباقى والاستمرار فى ذلك حتى ايجاد كل العوامل . كما اتضح اننا نستطيع الاستغناء عن استخدام محاور فراغية اساسية فى حالة زيادة عدد العوامل عن ثلاثة بطريقة المركز او استخدام العلاقات الجبرية بدلا من التمثيل الهندسى .

وتعد طريقة المحاور الرئيسية باستخدام العامل الأساسي طريقة التحليل باستخدام المحاور من حيث تحليل التباين العام واستخلاص كل عامل من المصفوفة الحالية للعامل السابق .

وتعتمد هذه الطريقة على امكانية تحويل مجموعة المتغيرات والتباين المشترك في مصفوفة الارتباطات الى مجموعة من العوامل المتعامدة ، أي أنه لا يوجد عوامل شاذة . ومن ثم تأخذ العلاقات (٨-٦) الصورة :-

$$\text{س}_{\text{ل}} = \text{أ}_{\text{ل}١}\,\text{ع}_١ + \text{أ}_{\text{ل}٢}\,\text{ع}_٢ + \dots + \text{أ}_{\text{ل}\text{هـ}}\,\text{ع}_{\text{هـ}} \qquad (٨ - ٤٦)$$

حيث :

$$\text{ل} = ١ \,،\, ٢ \,،\, \dots \,،\, \text{ن}$$

كما أن العلاقة (٨ - ٧) تأخذ الصورة :-

$$\text{ع}_{\text{ل}}^{٢} = \text{س}_{\text{ل}}^{٢} = \text{أ}^{٢}_{\text{ل}١} + \text{أ}^{٢}_{\text{ل}٢} + \dots + \text{أ}^{٢}_{\text{ل}\text{ك}} + \dots + \text{أ}^{٢}_{\text{ل}\text{هـ}} \qquad (٨ - ٤٧)$$

وحيث أن الجزء ما يشترك به العامل $\text{ف}_١$ في تباين كل المتغيرات يتحدد بالعلاقة (٨ - ٩) أي أن :-

$$\text{ع}_{١}^{٢} = \text{أ}^{٢}_{١١} + \text{أ}^{٢}_{٢١} + \dots + \text{أ}^{٢}_{\text{ن}١} \qquad (٨ - ٤٨)$$

ويتضح من هذه الطريقة كسابقتها ترتكز على اعطاء الثقل الأكبر للعامل الأول ، لذا فان الهدف الأساسي لهذه الطريقة هو اختيار العوامل $\text{أ}_{\text{ل}١}$ بصورة تجعل $\text{ع}_{١}^{٢}$ أكبر ما يمكن . ولن يتحقق هذا الا اذا كان :-

$$\text{ر}_{\text{ل}\text{ي}} = \text{ر}_{\text{ي}\text{ل}} = \sum_{\text{ب}=١}^{\text{هـ}} \text{أ}_{\text{ل}\text{ب}}\,\text{أ}_{\text{ي}\text{ب}} \qquad (٨ - ٤٩)$$

حيث :

ل ، ك = ١ ، ٢ ، ..... ، ن .

اى ان معاملات الارتباط المستنتجه " $\bar{\text{ر}}_{\text{لك}}$ " تكافىء معاملات الارتباط الفعلية المناظرة ، اى ان هذا التحليل مبنى على افتراض أن البواقى بعد التحليل اصفار (٧١: ١٦٠)

وللحصول على أقصى قيمة للمقدار $\text{ع}_{١}^{\prime\,٢}$ نحاول ايجاد قيم $\text{أ}_{١١}$ ، $\text{أ}_{١٢}$ ، ..... $\text{أ}_{\text{ن}١}$ من العلاقات الاتية :-

$$(\text{ح}_{١}^{٢} - \text{س})\,\text{أ}_{١١} + \text{ر}_{٢١}\,\text{أ}_{١٢} + \text{ر}_{٣١}\,\text{أ}_{١٣} + \cdots + \text{ر}_{\text{ن}}\,\text{أ}_{\text{ن}١} = \text{صفر}$$

$$\text{ر}_{١٢}\,\text{أ}_{١١} + (\text{ح}_{٢}^{٢} - \text{س})\,\text{أ}_{١٢} + \text{ر}_{٣٢}\,\text{أ}_{١٣} + \cdots + \text{ر}_{\text{ن}٢}\,\text{أ}_{\text{ن}١} = \text{صفر}$$

$$\text{ر}_{١٣}\,\text{أ}_{١١} + \text{ر}_{٢٣}\,\text{أ}_{١٢} + (\text{ح}_{٣}^{٢} - \text{س})\,\text{أ}_{١٣} + \cdots + \text{ر}_{\text{ن}٣}\,\text{أ}_{\text{ن}١} = \text{صفر}$$

$$\vdots$$

$$\text{ر}_{\text{ن}١}\,\text{أ}_{١١} + \text{ر}_{\text{ن}٢}\,\text{أ}_{١٢} + \text{ر}_{\text{ن}٣}\,\text{أ}_{٣٢} + \cdots + (\text{ح}_{\text{ن}}^{٢} - \text{س})\,\text{أ}_{\text{ن}١} = \text{صفر}$$

وحيث ان العوامل $\text{أ}_{\text{ل}}$ ليست اصفار ، لذا فان :-

$$\Delta = \begin{vmatrix} (\text{ح}_{١}^{٢} - \text{س}) & \text{ر}_{٢١} & \text{ر}_{٣١} & \cdots & \text{ر}_{\text{ن}١} \\ \text{ر}_{١٢} & (\text{ح}_{٢}^{٢} - \text{س}) & \text{ر}_{٣٢} & \cdots & \text{ر}_{\text{ن}٢} \\ \text{ر}_{١٣} & \text{ر}_{٢٣} & (\text{ح}_{٣}^{٢} - \text{س}) & \cdots & \text{ر}_{\text{ن}٣} \\ - & - & - & \cdots & \cdots \\ \text{ر}_{\text{ن}١} & \text{ر}_{\text{ن}٢} & \text{ر}_{\text{ن}٣} & \cdots & (\text{ح}_{\text{ن}}^{٢} - \text{س}) \end{vmatrix} = \text{صفر}$$

وبحل هذا المحدد نحصل على قيم[1] س ، حيث :-

$$س = ج_{1}^{\prime 2} = \sum_{ل=1}^{ن} أ_{ل1}^{2} \qquad (٨ - ٥١)$$

وبصفة عامة فإن

$$\sum_{ل=1}^{ن} أ_{لب}^{2} = س_{ب}$$

حيث (ب ، و = ١ ، ٢ ، .... هـ) (٨–٥٢)

$$\sum_{ل=1}^{ن} أ_{لو}\, أ_{لب} = صفر \quad ، \quad ب \neq و$$

وفى ضوء العلاقة السابقة يمكن وضع مجموعة العلاقات (٨–٥٠) فى الصــــورة :

$$(ر - س\, د)\, ج_{1} = \|صفر\| \qquad (٨ - ٥٣)$$

حيث :

ر مصفوفة الارتباط .

، د مصفوفة الوحدة .

، $ج_{1}$ مصفوفه اتجاهية .

ومن العلاقة السابقه نلاحظ أن :-

$$ر\, ج_{1} = (س\, د)\, ج_{1} = س\, ج_{1} \qquad (٨ - ٥٤)$$

وبضرب الطرفين فى مصفوفة الارتبـاط ر

$$\therefore ر\, (ر\, ج_{1}) = ر\, (س\, ج_{1}) = س\, (ر\, ج_{1})$$

$$= س\, (س\, ج_{1}) = س^{2}\, ج_{1}$$

أى أن

$$ر^{2}\, ج_{1} = س^{2}\, ج_{1} \qquad (٨ - ٥٥)$$

---

(١) يمكن الرجوع الى الاثبات الرياضى فى (١٣٧:٦١ – ١٤٦).

وبصفة عامة فان :-

$$ر^{هـ}_{ج} = س^{هـ}_{ج} \qquad (٨ - ٥٦)$$

ومن ثم يتطلب ايجاد العامل الأول ايجاد $ر^{٢}$ ، $ر^{٤}$ ،.....

ولايجاد العامل التالى ، نعلم أن مصفوفة الباقى $ر_{١}$ تعطى بالعلاقة (١٤٥:٦١ - ١٤٦) :-

$$ر_{١} = ر - ر َ_{١}$$

ومنها :-

$$ر^{٢}_{١} = ر^{٢} - ٢ ر ر َ_{١} + ر َ^{٢}_{١}$$

$$= ر^{٢} - س_{١} ر َ_{١} \qquad (٨ - ٥٧)$$

وبصفة عامة فان :-

$$ر^{م}_{١} = ر^{م} - س^{م-١}_{١} ر َ_{١} \qquad (٨ - ٥٨)$$

<u>مثال</u> : استخدم طريقه العامل الأساس فى تحليل مصفوفة الانفاق المعطاه فى البند السابق

<u>خطوات الحل</u> :-

اولا : تحديد أفضل تقدير للتباين العام $ح^{٢}_{ل}$ بأى طريقة من الطرق المذكورة فى البند السابق ، ولنفترض أن مصفوفة الارتباط الناتجة أصبحت فى الصورة الاتيه :-

ر =

٠,٧٢	٠,٥٥	٠,٤٣	٠,٣٢	٠,٢٨	٠,٣٦
٠,٥٥	٠,٧٢	٠,٥٠	٠,٢٥	٠,٣١	٠,٣٢
٠,٤٣	٠,٥٠	٠,٧٠	٠,٣٩	٠,٢٥	٠,٣٣
٠,٣٢	٠,٢٥	٠,٣٩	٠,٦٩	٠,٤٣	٠,٤٩
٠,٢٨	٠,٣١	٠,٢٥	٠,٤٣	٠,٦٢	٠,٤٤
٠,٣٦	٠,٣٢	٠,٣٣	٠,٤٩	٠,٤٤	٠,٧٢

وبصفة عامة فان :-

$$ر_{ج}^{هـ} = س^{هـ}_{ج} \quad (٨ - ٥٦)$$

ومن ثم يتطلب ايجاد العامل الأول ايجاد $ر^{٢}$ ،$ر^{٤}$ ،.......

ولايجاد العامل التالى ، نعلم أن مصفوفة البواقى $ر_{١}$ تعطى بالعلاقة (١٤٥:٦١ - ١٤٦) :-

$$ر_{١} = ر - رَ_{١}$$

ومنها :-

$$ر_{١}^{٢} = ر^{٢} - ٢ ر رَ_{١} + رَ_{١}^{٢}$$

$$= ر^{٢} - س_{١} رَ_{١} \quad (٨ - ٥٧)$$

وبصفة عامة فان :-

$$ر_{١}^{م} = ر^{م} - س_{١}^{م-١} رَ_{١} \quad (٨ - ٥٨)$$

<u>مثال</u> : استخدم طريقه العامل الأساس فى تحليل مصفوفـــــة الانفاق المعطاه فى البند السابق

<u>خطوات الحل</u> :-

اولا :تحديد أفضل تقدير للتباين العام $ح_{ل}^{٢}$ بأى طـــــريقة من الطرق المذكورة فى البندالسابق ، ولنفترض أن مصفوفة الارتباط الناتجة أصبحت فى الصورة الآتيه :-

ر =

٧٢ر٠	٥٥ر٠	٤٣ر٠	٣٢ر٠	٢٨ر٠	٣٦ر٠
٥٥ر٠	٧٢ر٠	٥٠ر٠	٢٥ر٠	٣١ر٠	٣٢ر٠
٤٣ر٠	٥٠ر٠	٧٠ر٠	٣٩ر٠	٢٥ر٠	٣٣ر٠
٣٢ر٠	٢٥ر٠	٣٩ر٠	٦٩ر٠	٤٣ر٠	٤٩ر٠
٢٨ر٠	٣١ر٠	٢٥ر٠	٤٣ر٠	٦٢ر٠	٤٤ر٠
٣٦ر٠	٣٢ر٠	٣٣ر٠	٤٩ر٠	٤٤ر٠	٧٢ر٠

ثانيا : نوجد مجموع صفوف أو أعمدة المصفوفة ر " المصفوفة المتماثلة " ونرمز للناتج بالرمز $ك_ن$. ثم نقسم قيم $ك_ل$ على أكبر قيمة وذلك للحصول على اول قيم تجريبية للعامل الاوله، صحيح ان هذه القيم لن نستخدم كقيم عامليه ولكن سنستخدمها للمقارنه كما سيتضح فى الخطوات التاليه . أى أن :

$ك_ن$ = (٢ر٦٦ ٢ر٦٥ ٢ر٦ ٢ر٥٧ ٢ر٣٣ ٢ر٦٦)

واضح ان ٢ر٦٦ هى أكبر قيم $ك_ل$ ومنها :-

$أ^{(١)}_{ل١}$ = (١ ، ٠ر٩٩٦٢ ، ٠ر٩٧٧٤ ، ٠ر٩٦٦٢ ، ٠ر٨٧٥٩ ، ١٠)

ثالثا : نوجد مربع مصفوفة الارتباط السابقة ، أى نوجد " $ر^٢$ " التى تتحدد عناصرها من العلاقة :-

$$ر^٢_{لك} = \sum_{ب=١}^{ن} ر_{بل} \; ر_{بك} \qquad (٨ - ٥٩)$$

حيث :-

ل ، ك = ١ ، ٢ ، ... ، ن

أى أن العناصر غير القطريه تتحدد من مجموع حاصل ضرب العمودين ل ، ك أما العناصر القطرية فتنتج من مجموع مربعات عناصر العمود الذى يوجد فيه العنصر . فعلى سبيل المثال :-

$ر^{٢٢}_{٢١}$ = (٠ر٧٢) (٠ر٥٥)+(٠ر٥٥) (٠ر٧٢) +(٠ر٤٣) (٠ر٥٠)+(٠ر٣٢) (٠ر٢٥)
+ (٠ر٢٨) (٠ر٣١)+(٠ر٢٦) (٠ر٣٢) = ١ر٢٨٩

أما : $ر^٢_{٢٢}$ = $(٠ر٤٣)^٢+(٠ر٥٠)^٢+(٠ر٧٠)^٢+(٠ر٣٩)^٢+(٠ر٢٥)^٢+(٠ر٣٣)^٢$
= ١ر٢٤٨٤ .

وحيث ان المصفوفة ر متماثلة فمن الطبيعى الاكتفاء بعناصر القطر الأساسى وما فوقه أو ما تحته ثم اكمال المصفوفة $ر^٢$ كما هو مبين :-

١	١ر٣١٦٢	١ر٢٨٩٠	١ر١٩٩٢	١ر٠٥٣٢	٠ر٩٤٩٢	١ر١١٦٣
٢	١ر٢٨٩٠	١ر٣٣١٩	١ر٢٢٧١	١ر٠١٣٦	٠ر٩٤٢٧	١ر٠٨٢٧
٣	١ر١٩٩٢	١ر٢٢٧١	١ر٢٤٨٤	١ر٠٧٣٩	٠ر٩١٨٣	١ر٠٨٤٥
٤	١ر٠٥٣٢	١ر٠١٣٦	١ر٠٧٣٩	١ر٢١٨١	١ر٠٤٣٥	١ر٢٠٤٠
٥	٠ر٩٤٩٢	٠ر٩٤٢٧	٠ر٩١٨٣	١ر٠٤٣٥	٠ر٩٩٩٩	١ر٠٨٢٨
٦	١ر١١٦٣	١ر٠٨٢٧	١ر٠٨٤٥	١ر٢٠٤٠	١ر٠٨٢٨	١ر٢٩٣٠

رابعا : نوجد مجموع الصفوف $ك_{ل}^{(٢)}$ حيث :

$$ك_{ل}^{(٢)} = \{٦ر٩٢٣١، ٦ر٨٨٧٠، ٦ر٧٥١٤، ٦ر٦٠٦٣، ٥ر٩٣٦٤، ٦ر٨٦٣٣\}$$

وللتأكد من صحة نتائج المصفوفة $ر^{٢}$ نوجد $ت_{ل}^{(٢)}$ من العلاقة :

$$ت_{ل}^{(٢)} = مجـ_{و=١}^{ن} ر_{ول} \, ك_{و} \qquad (٨-٦٠)$$

حيث

$$ل = ١ ، ٢ ، .... ، ن$$

ثم نقارن الناتج بالمقادير $ك_{ل}^{(٢)}$ ، أى أن :

$$ت_{ل}^{(٢)} \equiv \{٦ر٩٢٣١، ٦ر٨٨٧٠، ٦ر٧٥١٤، ٦ر٦٠٦٣، ٥ر٩٣٦٤، ٦ر٨٦٣٣\}$$

وواضح ان قيم $ت_{ل}^{(٢)} = ك_{ل}^{(٢)}$

ومن ثم فان العمليات الحسابيه المستخدمه فى ايجاد $ر^{٢}$ صحيحة .

وبناء عليه يمكن ايجاد قيم $أ_{ل}^{(٢)}$ بنفس الطريقة المستخدمه فى الخطوة الثانيه ، أى أن :

$$\text{أ}^{(٢)}_{\text{ل}١} \equiv \{ ٠ر٩٩٤٨٠١ ، ٠ر٩٧٥٢٠٠ ، ٠ر٩٥٤٢٠٠ ، ٠ر٨٥٧٥٠٠ ، ٠ر٩٩١٤٠٠ \} \; .$$

وبالمقارنه بين هذه القيم وسابقتها يتضح أنه يوجد فارق بين قيم $\text{أ}^{(٢)}_{\text{ل}١}$ ، $\text{أ}^{(١)}_{\text{ل}١}$ يزيد عن ٠٠٠٥ر٠ (٦١: ١٤٨ – ١٤٩)) .

خامسا : نضرب المصفوفة $\text{ر}^{٢}$ فى المصفوفة ر ، أى نوجد عناصر المصفوفه $\text{ر}^{٣}$ حيث (١) :

$$\text{ر}^{٣}_{\text{ل ك}} = \sum_{\text{ب}=١}^{\text{ن}} \text{ر}^{٢}_{\text{ل ب}} \; \text{ر}_{\text{ب ك}} = \sum_{\text{ب}=١}^{\text{ن}} \text{ر}_{\text{ل ب}} \; \text{ر}^{٢}_{\text{ب ك}}$$

$$= \sum_{\text{ب}=١}^{\text{ن}} \text{ر}^{٢}_{\text{ب ل}} \; \text{ر}_{\text{ب ك}} \qquad (٨–٦١)$$

وذلك لان المصفوفتين ر ، $\text{ر}^{٢}$ متماثلتان ..

$\text{ر}^{٣}_{\text{ل ك}}$ =

٣ر١٧٦٩٤	٣ر١٦٦٣٦	٣ر٠٦٦٣٣	٢ر٨٩٢٩٧	٢ر٦٠٠٤٨	٣ر٠١٩٥٠
٣ر١٦٦٣٦	٣ر١٧٣٥٧	٣ر٠٦٧٤٦	٢ر٨٥٩٢٩	٢ر٥٧٧٢٩	٢ر٩٨٦١٩
٣ر٠٦٦٣٣	٣ر٠٦٧٤٦	٣ر٠٠٩٣٧	٢ر٨٤٤٦٦	٢ر٥٣٦٥٨	٢ر٩٤٧٤٦
٢ر٨٩٢٩٧	٢ر٨٥٩٢٩	٢ر٨٤٤٦٦	٢ر٨٨٨٤٠	٢ر٥٧٨١٠	٢ر٩٨٠٧٨
٢ر٦٠٠٤٨	٢ر٥٧٧٢٩	٢ر٥٣٦٥٨	٢ر٥٧٨١٠	٢ر٣٢٢٦٦	٢ر٦٧٧٣٠
٣ر٠١٩٥٠	٢ر٩٨٦١٩	٢ر٩٤٧٤٦	٢ر٩٨٠٧٨	٢ر٦٧٧٣٠	٣ر١٠٣٥٧

سادسا : نوجد مجموع الصفوف $\text{ك}^{(٣)}_{\text{ل}}$ حيث :

$$\text{ك}^{(٣)}_{\text{ل}} \equiv \{ ١٧ر٩٢٢٥٨ ، ١٧ر٨٣٠١٦ ، ١٧ر٤٧١٨٦ ، ١٧ر٠٤٤٢٠ ، ١٥ر٣٠٢٤١ ، ١٧ر٧١٤٨ \} \; .$$

ومنها يمكن حساب قيم $\text{أ}^{(٣)}_{\text{ل}١}$ كما فى الخطوة الرابعة

---

١) وذلك للحصول على $\text{ر}^{\text{هـ}/٢}$ لأن هـ = ٦ فى المثال .

أى أن :

$$أ_{ل١}^{(٣)} = \{ ١ ، ٠ر٩٩٤٨٤ ، ٠ر٩٧٤٨٥ ، ٠ر٩٥٠٩٩ ، ٠ر٨٥٣٨١ ، ٠ر٩٨٨٤١ \}$$

وواضح انه يوجد فارق بين قيم $أ_{ل١}^{(٣)}$ ، $أ_{ل١}^{(٢)}$ يزيد عن ٠ر٠٠٠٥

سابعا : تربيع المصفوفة ($ر^{٣}$) أى نوحد المصفوفة ($ر^{٦}$) والتى تتحدد عناصرها من العلاقة :

$$ر_{لك}^{٦} = \text{مجـ}_{ب=١}^{ن} \; ر_{بل}^{٣} \; ر_{بك}^{٣} \qquad (٨-٦٢)$$

$ر^{٦}$ =

٥٣ر٧٧٠٣٢	٥٣ر٥٠٤٦٨	٥٢ر٤٠٧٦٥	٥١ر٠٢٧٨٢	٤٥ر٨٠٨٧٠	٥٣ر٠٤٢٨١
٥٣ر٥٠٤٦٨	٥٣ر٢٤١٩٩	٥٢ر١٤٧٩١	٥١ر٢٤٠٩٧	٤٥ر٥٧٢٥٣	٥٢ر٧٦٩٨٧
٥٢ر٤٠٧٦٥	٥٢ر١٤٧٩١	٥١ر٠٨١٨٥	٤٩ر٧٤٤٠٠	٤٤ر ٦٥٥٢	٥١ر٧٠٦٩٤
٥١ر٠٢٧٨٢	٥١ر٢٤٠٩٧	٤٩ر٧٤٤٠٠	٤٨ر٥١١٤١	٤٣ر٥٤٨٩٠	٥٠ر٤٢١٣٢
٤٥ر٨٠٨٧٠	٤٥ر٥٧٢٥٣	٤٤ر٦٥٥٢٠	٤٣ر٥٤٨٩٠	٣٩ر٠٩٥٠٠	٤٥ر٢٦٤٠٦
٥٣ر٠٤٢٨١	٥٢ر٧٦٩٨٧	٥١ر٧٠٦٩٤	٥٠ر٤٢١٣٢	٤٥ر٢٦٤٠٦	٥٢ر٤٠٧٣٦

نوحد مجموع الصفوف $ك_{ل}^{(٦)}$ حيث :

$$ك_{ل}^{(٦)} = \{ ٣٠٩ر٥٦٢ ، ٣٠٨ر٤٧٨ ، ٣٠١ر٧٤٤ ، ٢٩٤ر٤٩٤ ، ٢٦٣ر٩٤٣ ، ٣٠٥ر٦١٢ \} .$$

ومنها يمكن حساب قيم $أ_{ل١}^{(٦)}$ بنفس الطرق السابقة أى أن

$$أ_{ل١}^{(٦)} = \{ ١ ، ٠ر٩٩٦٥٠ ، ٠ر٩٧٤٧٥ ، ٠ر٩٥١٣٢ ، ٠ر٨٥٢٦٣ ، ٠ر٩٨٧٢٤ \} .$$

ثامنا : نوحد قيم $أَ_{ل١}$ من العلاقة :

$$أَ_{ل١} = \text{مجـ}_{ك=١}^{ن} \; ر_{لك} \; أ_{ك١} \qquad (٨-٦٣)$$

$أ_{ك١}$ فى هذا المثال هى القيم $أ_{ل١}^{(٦)}$ أى آخر مجموعة من القيم المجرية لقيم $أ_{ل١}$.

∴ $\text{أَ}_{\text{ل١}} \equiv$ { ٢ر٥٨٥٨، ٢ر٥٧٢٩، ٢ر٥٢٠٥، ٢ر٤٥٦١، ٢ر٢٠٤٧، ٢ر٥٥٢٧ } .

ومنها يمكن ايجاد قيم $\text{أ}''_{\text{ل١}}$ وذلك بقسمة قيم $\text{أَ}_{\text{ل١}}$ على أكبر قيمة فيها ، ومنها :

$\text{أ}''_{\text{ل١}} \equiv$ { ١، ٠ر٩٩٥٠، ٠ر٩٧٤٧، ٠ر٩٤٩٨، ٠ر٨٥٢٦، ٠ر٩٨٧٢ } .

تاسعا : نوجد قيم $\text{س}_{\text{م}}$ من العلاقة :

$$\text{أَ}_{\text{ل١}} = \text{أ}''_{\text{ل١}} \; \text{س}_{\text{م}} \qquad (\text{٨–٦٤})$$

∴ $\text{س}_{\text{١}}$ = ٢ر٥٨٥٨ .

ثم نوجد قيم $\text{١ أ}_{\text{ل١}}$ النهائية والتى تتحدد من العلاقة

$$\text{١ أ}_{\text{ل١}} = \frac{\text{أ}''_{\text{ل١}} \sqrt{\text{س}_{\text{م}}}}{\sqrt{\text{أ}''^{2}_{\text{١١}} + \text{أ}''^{2}_{\text{١٢}} + \cdots + \text{أ}''^{2}_{\text{ن١}}}} \qquad (\text{٨–٦٥})$$

حيث :

ل = ١ ، ٢ ، ... ، ن

ومنها $\text{١ أ}_{\text{ل١}} \equiv$ { ٠ر٦٨٣، ٠ر٦٧٩، ٠ر٦٦٦، ٠ر٦٤٩، ٠ر٥٨٢، ٠ر٦٧٤ }

وللتأكد من صحة النتائج نقارن $\sum_{\text{ل}=\text{١}}^{\text{ن}} \text{١ أ}^{\text{٢}}_{\text{ل١}}$ بقيمة س. وواضح فى هذا المثال أن :

$\sum_{\text{ل}=\text{١}}^{\text{٦}} \text{١ أ}^{\text{٢}}_{\text{ل١}}$ = ٢ر٥٨٥٣ تقل عن قيمة س المستنتجة بالعلاقة (٨–٦٤) بفارق بسيط (أقل من ٠ر٠٠١) .

عاشراً : نوجد مصفوفة العامل الاول ، ولنرمز لها بالرمز $ج_١$ حيث :

$$ج_١ = \| أ_{ل١} أ_{ك١} \|$$

المصفوفة $ج_١ = \| أ_{ل١} أ_{ك١} \|$

	٠ر٦٨٣	٠ر٦٧٩	٠ر٦٦٦	٠ر٦٤٩	٠ر٥٨٢	٠ر٦٧٤
٠ر٦٨٣	٠ر٤٦٦	٠ر٤٦٤	٠ر٤٥٥	٠ر٤٤٢	٠ر٣٩٨	٠ر٤٦٠
٠ر٦٧٩	٠ر٤٦٤	٠ر٤٦١	٠ر٤٥٢	٠ر٤٤١	٠ر٣٩٥	٠ر٤٥٨
٠ر٦٦٦	٠ر٤٥٥	٠ر٤٥٢	٠ر٤٤٤	٠ر٤٣٢	٠ر٣٨٨	٠ر٤٤٩
٠ر٦٤٩	٠ر٤٤٣	٠ر٤٤١	٠ر٤٣٢	٠ر٤٢١	٠ر٣٧٨	٠ر٤٣٧
٠ر٥٨٢	٠ر٣٩٨	٠ر٣٩٥	٠ر٣٨٨	٠ر٣٧٨	٠ر٣٣٩	٠ر٣٩٢
٠ر٦٧٤	٠ر٤٦٠	٠ر٤٥٨	٠ر٤٤٩	٠ر٤٣٧	٠ر٣٩٢	٠ر٤٥٤

ويمكن التأكد من صحة النتائج بمقارنة مجموع صفوف المصفوفة $ج_١$ ومقارنة الناتج بحاصل ضرب $م_١ \times (١ أ_{ل١})$ حيث

$$م_١ = \underset{ل=١}{مجـ^ن} ١ أ_{ل١} = ٣ر٩٣٣ ،$$

حادي عشر : نوجد مصفوفة بواقي العامل الاول "$ر_١$" وذلك بطرح عناصر المصفوفة $ج_١$ من العناصر المناظرة للمصفوفة "ر" كما في البند السابق :

المصفوفة "$ر_١$"

٠ر٢٥٤	٠ر٠٨٦	− ٠ر٠٢٥	− ٠ر١٢٣	− ٠ر١١٨	− ٠ر١٠٠
٠ر٠٨٦	٠ر٢٥٩	٠ر٠٤٨	− ٠ر١٩١	− ٠ر٠٨٥	− ٠ر١٣٨
− ٠ر٠٢٥	٠ر٠٤٨	٠ر٢٥٦	− ٠ر٠٤٢	− ٠ر١٣٨	− ٠ر١١٩
− ٠ر١٢٣	− ٠ر١٩١	− ٠ر٠٤٢	٠ر٢٦٩	٠ر٠٥٢	٠ر٠٥٣
− ٠ر١١٨	− ٠ر٠٨٥	− ٠ر١٣٨	٠ر٠٥٢	٠ر٢٨١	٠ر٠٤٨
− ٠ر١٠٠	− ٠ر١٣٨	− ٠ر١١٩	٠ر٠٥٣	٠ر٠٤٨	٠ر٢٦٦

وللتأكد من صحة النتائج يمكن مقارنة مجموع صفوف المصفوفة "$ر_1$" بالفرق بين مجموع صفوف المصفوفة "ر" وصفوف المصفوفة "$ج_1$" .

ثانى عشر : توحد افضل تقديرات لقيم معاملات العامل الثانى بنفس الطريقة المتبعة فى ثانيا . أى أن قيم $أ_{ل٢}^{(١)}$ تتحدد بقسمة قيم $ك_{ل٢}$ على مقياس اكبر قيمة فيها .

وحيث أن

$$ك_{ل٢} = \{-٢٦ر٠ ، -٢١ر٠ ، -٢ر٠ ، ١٨ر٠ ، ٤٠ر٠ ، ١٠٠ر٠\}$$

اذن ..

$$أ_{ل٢}^{(١)} = \{-٦٥ر٠ ، -٢٥ر٠ ، -٥ر٠ ، ٤٥ر٠ ، ١ ، ٢٥ر٠\}$$

ومن الممكن تكرار نفس الخطوات السابقة لايجاد عناصر العامل الثانى ، ولكن يفضل استخدام العلاقة :

$$ر_1^{هـ} = ر^{هـ} - س_1^{هـ-1} ج_1 \qquad (٨-٦٦)$$

ومنها :

$$ك_{ل١}^{(٢)} = ك_{ل}^{(٢)} - س_1 ى_{ل١} \qquad (٨-٦٧)$$

حيث :

$ك_{ل١}^{(٢)}$ هى مجموع عناصر الصف "ل" فى المصفوفة $ر_1^{٢}$.

$ك_{ل}^{(٢)}$ هى مجموع عناصر الصف "ل" فى المصفوفة $ر^{٢}$.

$ى_{ل١}$ هى مجموع عناصر الصف "ل" فى المصفوفة $ج_1$.

ويوضح الجدول التالى العلاقات الموجودة بين قيم ك ، ى ، $أ_{ل}$ ، س .

تحديد القيم التجريبية الخاصة بحساب معاملات العامل الثانــــــــــــى

المتغير / ل	كل	ى ل١	ك ل١	أ ل٢ (١)	ك ل (٢)	س١ ى ل١	ك ل١ (٢)	أ ل٢ (٢)
١	٦٦ر٢	٦٨٦ر٢	-٠٢٦ر٠	-٦٥٠ر٠	٩٢٣١ر٦	٩٤٥٥ر٦	-٠٢٢ر٠	-٩٥٦٥ر
٢	٦٥ر٢	٦٧١ر٢	-٠٢١ر٠	-٥٢٥ر٠	٨٨٧٠ر٦	٩٠٦٧ر٦	-٠٢٠ر٠	-٨٦٩٦ر
٣	٦٠ر٢	٦٢٠ر٢	-٠٢٠ر٠	-٥٠٠ر٠	٧٥١٤ر٦	٧٧٤٨ر٦	-٠٢٤ر٠	-٠٠٠٠ر
٤	٥٧ر٢	٥٥٢ر١	٠١٨ر٠	٤٥٠ر٠	٦٠٦٣ر٦	٥٩٩٠ر٦	٠٠٧ر٠	٣٠٤٣ر
٥	٣٣ر٢	٢٩٠ر٢	٠٤٠ر٠	٠٠٠ر١	٩٣٦٤ر٥	٩٢١٥ر٥	٠١٥ر٠	٦٥٢٢ر
٦	٦٦ر٢	٦٥٠ر٢	٠١٠ر٠	٢٥٠ر٠	٨٦٣٣ر٦	٨٥٢٤ر٦	٠١١ر٠	٤٧٨٣ر

ثالث عشر : نكرر الخطوة الثامنة لايجاد قيم أَل٢ مع استبدال المصفوفة ر بالمصفوفة ر١ (أى استخدام المصفوفة ر١) عدة مرات حتى يصبح الفارق بين أى محاولتين متتاليتين أقل من ٠٠٥ر٠٠ ويمكن استخدام هذا التكرار عند ايجاد العامل الاول وبخاصة اذا مارفعنا المصفوفة "ر" الى الاس "ه" ولم نصل الى أفضل قيم للمعاملات أل١ .

ويوضح الجدول التالى هذه المحاولات بالنسبة لايجاد معاملات العامل الثانى ..

حساب معاملات العامل الثاني "ف٢"

ل	أ(٢) ل١	أَ ل٢	أ(١) ل٢	أَ ل٢	أ(٢) ل٢	أَ ل٢	أ(٣) ل٢	أَ ل٢	أ(٤) ل٢	أَ ل٢	أ(٥) ل٢	أَ ل٢	[illegible]
١	—٠ر٩٥٦٥	—٠ر٤٥٤٩٦	—٠ر٨٣٢٠	—٠ر٥٩٢٣٧	—٠ر٧٩٩٩٥	—٠ر٥٧٤٢٦	—٠ر٧٨٩٥٣	—٠ر٥٦٥٦	—٠ر٧٨٧١	—٠ر٥٦٢٧	—٠ر٧٨٦٧	—٠ر٥٦١٧	[illegible]
٢	—٠ر٨٦٩٦	—٠ر٥٢٥٠٥	—٠ر٩٧٨٥	—٠ر٧٤٠٥١	—١ر٠٠٠٠٠	—٠ر٧٢٧٤٧	—١ر٠٠٠٠	—٠ر٧١٨٦	—١ر٠٠٠٠	—٠ر٧١٥٣	—١ر٠٠٠٠	—٠ر٧١٣٨	[illegible]
٣	—١ر٠٠٠٠	—٠ر٤٣٢٥٣	—٠ر٧٩٢٨	—٠ر٥١٤٠١	—٠ر٦٨٨٨٥	—٠ر٤٦٩٧٥	—٠ر٦٤٥٧٣	—٠ر٤٤٩٦	—٠ر٦٢٥٧	—٠ر٤٤٠٩	—٠ر٦١٦٤	—٠ر٤٣٦٩	[illegible]
٤	٠ر٣٠٤٣	٠ر٤٦٦٨٦	٠٠ر٨٥٣٨	٠ر٦٥٤٧٧	٠ر٨٨٤٢١	٠ر٦٤٩٤	٠ر٨٩٢٦٨	٠ر٦٤٤٧	٠ر٨٩٧٢	٠ر٦٤٢٣	٠ر٨٩٩٣	٠ر٦٤٢٧	[illegible]
٥	٠ر٦٥٢٢	٠ر٥٤٦٨٣	١ر٠٠٠٠	٠ر٦٦١٠٩	٠ر٨٩٢٧٥	٠ر٦١٣٦٨	٠ر٨٤٣٥٨	٠ر٥٩١٩	٠ر٨٣٣٧	٠ر٥٨٣١	٠ر٨١٥٢	٠ر٥٧٩٢	[illegible]
٦	٠ر٤٧٨٣	٠ر٥٠٩٣٢	٠ر٩٣١٤	٠ر٦٥٣٨٢	٠ر٨٨٢٩٣	٠ر٦٢٤٥٤	٠ر٨٥٨٥١	٠ر٦١٠٠	٠ر٨٤٨٩	٠ر٦٠٤١	٠ر٨٤٤٥	٠ر٦٠١٥	[illegible]

من الجدول السابق نلاحظ أن اكبر فارق بين قيم $أ_{ل٢}$ فى (٦) وقيم $أ_{ل٢}$ فى (٥) هو ٠٠٠٤ر٠ ، ومن ثم فان قيــم $أ_{ل٢}^{(٦)}$ تصلح فى ايجاد معاملات العامل الثانى .

رابع عشــر : نوجد قيمة $س_٢$ من العلاقة :

$$أَ_{ل٢} = أ_{ل٢} \times س_٢ \qquad (٨-٦٨)$$

حيث :

$أَ_{ل٢}$ هى آخر قيم $(أَ_{ل٢})$.

$أ_{ل٢}$ هى قيم العمود(٦) فى الجدول السابق .

ومنها ....

$$س_٢ = \frac{-٥٦١٧ر٠}{-٧٨٦٩ر٠} = \frac{-٧١٣٨ر٠}{-١} = ... = ٧١٣٨ر٠$$

ثم نوجد قيم "$أ^{٢}_{ل٢}$" النهائية والتى تحدد بنفــس العلاقة (٨-٦٥) أى أن :

$$أ^{٢}_{ل٢} = \frac{أ_{ل٢} \sqrt{س_٢}}{\sqrt{أ^{٢}_{٢١} + أ^{٢}_{٢٢} + ... + أ^{٢}_{ن٢}}} .$$

وحيث ان اكبر قيمة للارتباط تعتبر قيمة سالبة ، اذن نأخذ قيمة $\sqrt{س_٢}$ السالبة لا الموجبة ، ومنها :

$$أ^{٢}_{ل٢} = \{ ٣٢٥ر٠ ، ٤١٤ر٠٠٢٥٣ر٠٠ — ٣٧٢ر٠٠ — ٣٣٦ر٠٠ — ٣٤٨ر٠ \}$$

وقيمة $س_٢$ = مجـ $أ^{٢}_{ل٢}$ = ٧١٣٤ر٠ أى بفارق ٠٠٠٤ر٠ عن قيمة س المحددة من آخر عمود لقيم $أَ_{ل٢}$ ، $أ_{ل٢}$ ، أى العمود (٦) والعمود المرتبط به .

ويمكن فى ضوء القيم السابقة تحديد عناصر مصفوفة العامل الثانى ، ولنرمز لها بالرمز $ج_{٢} = \| أ_{ل٢} \; أ_{ك٢} \|$

مصفوفة العامل الثانى $ج_{٢} = \| أ_{ل٢} \; أ_{ك٢} \|$

	٠ر٣٢٥	٠ر٤١٤	٠ر٢٥٣	-٠ر٣٧٢	-٠ر٣٣٦	-٠ر٣٤٨
٠ر٣٢٥	٠ر١٠٦	٠ر١٣٥	٠ر٠٨٢	-٠ر١٢١	-٠ر١٠٩	-٠ر١١٣
٠ر٤١٤	٠ر١٣٥	٠ر١٧١	٠ر١٠٥	-٠ر١٥٤	-٠ر١٣٩	-٠ر١٤٤
٠ر٢٥٣	٠ر٠٨٢	٠ر١٠٥	٠ر٠٦٤	-٠ر٠٩٤	-٠ر٠٨٥	-٠ر٠٨٨
-٠ر٣٧٢	-٠ر١٢١	-٠ر١٥٤	-٠ر٠٩٤	٠ر١٣٨	٠ر١٢٥	٠ر١٢٩
-٠ر٣٣٦	-٠ر١٠٩	-٠ر١٣٩	-٠ر٠٨٥	٠ر١٢٥	٠ر١١٣	٠ر١١٧
-٠ر٣٤٨	-٠ر١١٣	-٠ر١٤٤	-٠ر٠٨٨	٠ر١٢٩	٠ر١١٧	٠ر١٢١

خامس عشر : نوجد مصفوفة المعاملات الباقية للعامل الثانى ولنرمز لها بالرمز "ر٢" والتى تتحدد عناصرها "٢ر ل ك" ، من طرح $أ_{ل٢} \; أ_{ك٢}$ من "١ ر ل ك" .

٠ر١٤٨	-٠ر٠٤٩	-٠ر١٠٧	-٠ر٠٠٢	-٠ر٠٠٩	٠ر٠١٣	-٠ر٠٠٦
-٠ر٠٤٩	٠ر٠٨٨	-٠ر٠٥٧	-٠ر٠٣٧	٠ر٠٥٤	٠ر٠٠٦	-٠ر٠٠١
-٠ر١٠٧	-٠ر٠٥٧	٠ر١٩٢	٠ر٠٥٢	-٠ر٠٥٣	-٠ر٠٣١	-٠ر٠٠٤
-٠ر٠٠٢	-٠ر٠٣٧	٠ر٠٥٢	٠ر١٣١	-٠ر٠٧٣	-٠ر٠٧٦	-٠ر٠٠٥
-٠ر٠٠٩	٠ر٠٥٤	-٠ر٠٥٣	-٠ر٠٧٣	٠ر١٦٨	-٠ر٠٦٩	٠ر٠١٨
٠ر٠١٣	٠ر٠٠٦	-٠ر٠٣١	-٠ر٠٧٦	-٠ر٠٦٩	٠ر١٤٥	-٠ر٠١٢

سادس عشر : ندون عوامل المعامل الاول وعوامل المعامل الثانى - كما فى نهاية البند السابق - فى جدول هذا بالاضافة الى التباين العام الاساسى لهما (و المحسوب باستخدامهما) وكذلك التباين العام المخمن فى بداية التحليل.

نمط العامل الاساس لمتغيرات الانفـــــاق

رقم المتغير	العامل الاول	العامل الثاني	جـ٢ل (الاساس)	جـ٢ل (المخمن)	جـ٢ل-جـ٢ل (الفرق)
١	٦٨٣ر٠	٢٢٥ر٠	٥٧٢ر٠	٧٢ر٠	١٤٨ر٠
٢	٦٧٩ر٠	٤١٤ر٠	٦٣٢ر٠	٧٢ر٠	٠٨٨ر٠
٣	٦٦٦ر٠	٢٥٣ر٠	٥٠٨ر٠	٧٠ر٠	١٩٢ر٠
٤	٦٤٩ر٠	-٣٧٢ر٠	٥٦٠ر٠	٦٩ر٠	١٣٠ر٠
٥	٥٨٢ر٠	-٣٣٦ر٠	٤٥٢ر٠	٦٢ر٠	١٦٨ر٠
٦	٦٧٤ر٠	-٣٤٨ر٠	٥٧٥ر٠	٧٢ر٠	١٤٥ر٠
المجموع	٩٣٣ر٣	-٠٦٤ر٠			

وواضح انه بالرغم من دقة التحليل العاملي باستخدام طريقة العامل الاساس الا انها تحتاج الى وقت وحسابات كثيرة ، كما انها معرضة للخطأ .. ومن ثم يستخدم في التحليل العاملي بطريقة العامل الاساس اجهزة الحاسبات الاليكترونية .. وسنوضح في الجزء الاخير كيفية اجراء هذه التحليل باستخدام الكومبيوتر ..

الفصل التاسع

تحليل التكاليف والفوائد التعليمية

ظهرت طريقة تحليل الكلفة والفائدة كمؤشر من المؤشرات الرياضية المستخدمة فى مجال التربية مع بداية النصف الثانى من القرن العشرين .. والمقصود بهذا المؤشر الطريقة المستخدمة فى قياس التكاليف الكلية للخطة أو البرنامج التعليمى موضوع الدراسة مقارنة بالفوائد الكلية المحتمله . أوهى الطريقة المستخدمة فى قياس المدخلات الكلية أو التكاليف الفعالة للبرنامج أو الخطه التعليمية وما يعود على المجتمع من عوائد أو مخرجات ممكنه (٩١ : ١-٢) .

وفى ضوء هذا المفهوم يعتبر تحليل الكلفة والفائدة اجراء يمكن استخدمة فى مقارنة تكلفة أى برنامج او خطه بما يتوقع انتاجه هذا البرنامج او هذه الخطه ، ويعتمد هذا التحليل - فى العادة - على تقدير كل من الكلفة والفائدة بسعر العملة النقدية السائدة .

ويتطلب استخدام منهج تحليل الكلفة والفائدة فى مجال التعليم سته اعتبارات اساسية هى :

١ - الثروة البشرية والاستثمار التعليمى .
٢ - النفقات التعليمية وناتج العمل .
٣ - الفوائد والتكاليف التعليمية .
٤ - نظام موازنات الخطط والبرامج .

٥ ـ المؤشـــرات الاجتماعيـــة •

٦ ـ الكلفة والفائدة المؤثرة• (٩١: ٣-٢٧)•

أولا : الثروة البشرية والاستثمار التعليمي

أثبتت الكثير من الابحاث أن التعليم لم يعد خدمـــــة تقدمها المجتمعات الى أبنائها ، أو هبة تمنحها الامم لبعض الافراد من ذوى الجاه والسلطان ، ولكنه استثمار له عائـده الذى يعود على كل من الفرد والمجتمع فى آن واحد ، وهـــذا العائد لايقل عن عائد الاستثمار فى الزراعة أو التجارة أوحتى الصناعة ، ان لم يكن يزيد •

فالتعليم له دور كبير فى زيادة الدخل القومـــــى ، والمساهمة فى النمو والاستقرار الاقتصادى والسياســــــى للمجتمعات والرعاية الصحية ، وتزويد الانسان بالكثير مـــن المعارف والمهارات •• ومن ثم فان دور التعليم لايقتصر على الجوانب الكمية المتصلة فيما يعود على الفرد أو المجتمـع من عوائد كمية منظورة ، بل يشمل جميع الاستثمارات فـــى الثروة البشـــرية •

واذا كانت الثروات الطبيعية نالت اهتمام الباحثين فى السنوات الماضية ، فانالسنوات الحالية تشهد اهتمامـــا بالغا بدراسة الاستثمار فى الثروة البشرية ، بل انه مـــن المحتمل فى السنوات القادمة ان يفوق الاهتمام بدراســـة الاستثمار فى الثروة البشـــرية الاهتمام بالتغيرالتكنولوجى•

وفى الحقيقة ، ان الاهتمامبدراسة الاستثمار فى الثـروة البشرية لم يقتصر على الدول المتقدمة ، بل أن الدولـــة النامية اصبح لها دور بارز فى هذا الاهتمام ، كما ان هـــذا

الاهتمام لم يقتصر على مجال واحد ، بل شمل كلا مجـــالات الاستثمار فى الثروة البشرية .

وبالرغم من أن الدارس لمجالات الاهتمام بدراسة الاستثمار فى الثروة البشرية قد يجد تركيزا على التحليل النظرى لهذا الاستثمار ، الا انه توجد الكثير من الدراسات التى اهتمت بتقدير العائد والدخل الناتج من الاستثمار التعليمى فـــى الثروة البشرية تقديرا كميا .

ولقد أسفرت الدراسات التى اهتمت بتقدير العائـــد أو الدخل الناتج من الاستثمار فى الثورة البشرية عن الكثير من النتائج التى تؤثر فى العائد ويمكن تلخيصها فـــى الاتى :

(١) السن والجنس والخلفية الاقتصادية والاجتماعية للاسـرة التى ينتمى اليها الفرد .

(٢) القدرة والحافز والتشجيع الذى يناله الفرد .

(٣) التدريب الذى يحصل عليه فى العمل وكذلك نوعية التعليم الشكلى الذى حصل عليه .

(٤) المهنــــه .

(٥) المنطقة الجغرافية والمستوى الاقتصادى للبلد الـــذى ينتمى اليه .

(٦) العنصر "يوجد تفرقة فى الدخل بين البيض والسود فـــى امريكا مثلا" (١١: ٧-١١٣).

وبصفة عامة ، يوجد ارتباط بين دخل الفرد وعمره وقدرته على العمل والانتاج والخبرة التى حصل عليها اثناء العمل ، ومدة التعليم التى عاش خبرتها ، ويمكن التعبير عن هـــذه

العلاقة الارتباطية فى صورة دالة .. أى العلاقة بين دخل الفرد "د" وعمره "س" وسنوات خبرته "خ" وسنوات تعليمية "ع" تتحدد بالدالة :

د = ف (س ،خ ،ع) (٩-١)

ويقدر الاستثمار فى الثروة البشرية بالفرق بين الدخول أو النواتج (المخرجات) وبين التكاليف أو مقدار ما انفق على هذه النواتج ، ويطلق على هذا الانفاق بأنواعه المختلفة (المدخلات) .

ولتوضيح علاقة الاستثمار بكل من الدخل والتكاليف نفترض أن شخصا ما اشترى آلهلتصوير المستندات ثمنها ٥٠٠ جنيها، وأن هذه الآله سوف تدر عليه دخلا سنويا صافيا ٢٠٠ جنيه خلال فتره صلاحيتها للعمل المقدرة بحلوالى ٤ سنوات . فما استثمار هذه الآله ؟

واضح من المثال ان جملة الدخل أو العائد الذى يعود على صاحب الآله يقدر بمبلغ ٨٠٠ جنيها خلال الاربع سنوات (٤ × ٢٠٠ سنويا) ، ولكن هذا الدخل لن يحصل عليه بكامله اليوم أو فى سنه الاساس ، بل ان جزءا من هذا الدخل سيحصل عليه بعد سنه ، وآخر بعد سنتين ،وثالث بعد مرور ثلاثة أعوام من العام الاساس .. اذن لابد من ترجمه هذه الدخول بلغة دخل اليوم .

فاذا افترضنا ان نسبه تغير سعر العملة تقدر بحوالى ١٠٪ فى العام الواحد ، فان دخل الاعوام الثلاثة المذكورة سابقا لن تصبح ٢٠٠ جنيه بل انها ستكون بعد اليوم أقل ، وذلك لان الجنية اليوم سيصبح بسعر العام القادم ١ر١ جنيها، وبسعر العام التالى $(١ر١)^٢$ وهكذا .

وبناء عليه فان دخل السنوات الثلاثة التالية لسنة الاساس سوف تقدر بالمقادير الآتية :

$$\frac{٢٠٠}{(١ر١)} \quad ، \quad \frac{٢٠٠}{(١ر١)^{٢}} \quad ، \quad \frac{٢٠٠}{(١ر١)^{٣}}$$ على الترتيب

ويصبح مقدار الدخل بلغة أو بسعر اليوم مساويا للمقدار :

$$٢٠٠ + \frac{٢٠٠}{١ر١} + \frac{٢٠٠}{(١ر١)^{٢}} + \frac{٢٠٠}{(١ر١)^{٣}} = ٢٠٠ + ٢ر١٨١ + ٢٩ر١٦٥$$

+ ٢٦ر١٥٠ = ٧٥ر٦٩٦ جنيها .

ويقدر الاستثمار فى هذه الحالة بالفرق بين الدخل الصافى (٧٥ر٦٩٦) والمقدر بسعر اليوم وبين ثمن شراء الآله (٥٠٠) ، أى ٧٥ر١٩٦ وهو مقدار موجب .

وبلغه رجال الاقتصاد يقدر الاستثمار فى أى مرفق أو مصنع بالفرق بين الدخول الانتاجية التى يجنيها المجتمع منه خلال فترة الصلاحية للعمل مقدرة بسعر اليوم مطروحا من ذلك التكاليف الخاصة بالبناء والادارة والتشغيل و... ، أى كل التكاليف المتعلقة بالمرفق او المصنع منذ وضع فكرته حيذ التنفيذ الى انتهاء مهمته .

فاذا اعتبرنا التعليم كمرفق أو مصنع (٤٩) فان الاستثمار فى الثروة البشرية الناتج من التعليم يتحدد بالعلاقة (١١٢ : ٣٧ : ٤٠) :

القيمة الحالية للاستثمار التعليمى = مجموع الفوائد المقدرة بسعر اليوم مطروحا منها مجموع التكاليف .

$$ق ح س = \sum_{ر = ١}^{ن} \frac{ف_{ن}}{(١+ر)^{ر}} - ك \qquad (٩-٢)$$

حيث :

ق ح س   هى القيمة الحالية للاستثمار .

$ف_ز$ الدخل المقدر للسنه "ز" .

ر   نسبه تغير العملة .

ك   جمله التكاليف .

فاذا كانت قيمة الدخل ثابته خلال الفترة (ن) فان العلاقة (٩-٢) تأخذ الصورة :

$$\text{ق ح س} = \frac{\text{ف}}{\text{ر}} \left(1 - (1+\text{ر})^{\text{ن}}\right) - \text{ك} \qquad (٩-٣)$$

والسؤال الآن : هل الدخول الانتاجية من المصنع أوالمرفق تقتصر على الدخول الكمية فقط ؟ ..

فى الواقع أنه لايمكن قصر الدخول الانتاجية من المصنع أو المرفق على الدخول الكمية أو الدخول المنظورة ، وذلك لان المصنع أو المرفق الجديد سيكون مركزا اشعاعيا يشع الضوء الحضارى على كل ما حوله ، فيغير من شكل البيئة المحيطة ويحولها من بيئة زراعية بسيطة أو بيئة لاحركه فيها الى بيئة مليئة بالحركة والنشاط ،كما أنه سيعمل على تغيير وضع العاملين من مجرد عاملين تقليديين وموسميين او لاعمل لهم الى عمال يعملون على تطوير انفسهم باستمرار باكتساب المهارات الجديدة التى يتطلبها العمل ، هذا بالاضافة الى نشر الوعى الصحى وغيره من مجالات الاستثمار البشرى .

واذا كانت الدخول الانتاجية لاتقتصر على الدخول الكمية او المرئية الملحوظة ، فهل التكاليف تقتصر على ما يتعلق بالمصنع أو المرفق الجديد فقط ؟ .

والاجابة ايضا معروفة ، لأن المصنع أو المرفق الجديد لايتكلف فقط قيمة بنائه وتجهيزه بالآلات والمعدات والاجهزة وأجور العاملين والمهندسين وثمن المواد الخام ولكن يشمل أيضا إعداد وتدريب هؤلاء العاملين وتأهيلهم وما ينفق على الموفدين فى مهمات تدريبية لحساب المصنع أو المرفق ، وما ينفق على إسكانهم وإعالتهم ومعاشاتهم وما يبنى لهم من مبانى ومدارس ومستشفيات وغيرها ..

أى أن الدخل والتكلفة لايقتصران على الكم المحلوظ أو المباشر ، ولكن ذلك يشمل الدخول الكمية والكيفية والتكاليف المباشرة وغير المباشرة .

وكذلك الامر بالنسبه للتعليم .. لاتقتصر الدخول على ما يحصل عليه الشخص نتيجة تعلميه من أموال فقط ، ولكن الدخل الذى يعود عليه أ وعلى المجتمع يشمل ما هو كمى، وأيضا يشمل ما هو كيفى .. ويعتبر الدخل الكمى جزء بسيطا جدا من جملة الدخل ، وترتفع نسبته فى الدول المتقدمه المتشبعة بالتعليم ، بينما تنخفض نسبة الدخل الكمى الى جملة الدخول التعليمية فى الدول النامية والمتأخرة يسبب التعطش الى التعليم ، وما يؤثر به التعليم فى عاداتهم وسلوكياتهم .

كما ان التكاليف لاتقتصر على ما ينفق على بناء وتجهيز المؤسسات التعليمية ورواتب المدرسين وغيرهم من العاملين فى مجال التعليم ، بل ان التكاليف التعليمية تشمل حتى تكلفة الوقت الضائع الذى يقضية الطالب فى التعليم .

وفى ضوء هذا التحليل اذا افترضنا ان نسبه العائد الكمى الى جملة العائد على الفرد او المجتمع تمثل؟

نسبه مئوية ، وان ك هى جملة التكاليف الكلية بما فيها تكلفة الوقت الضائع ، فان القيمة الحالية للاستثمارالتعليمى المحددة بالعلاقتين (٢٩) ، (٩-٣) تأخذ الصورة :

$$\text{ق ح س} = \frac{1}{2} \sum_{\text{ز}=1}^{\text{ن}} \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}} - \text{ك}$$

$$= \frac{\text{ف}}{2\text{ر}} \left(1 - (1+\text{ر})^{\text{ن}}\right) - \text{ك} \qquad (٩-٤)$$

وبالرغم من أن العلاقة (٩-٤) توضح القيمة الحالية للاستثمار التعليمى سواء أكان هذا الاستثمار كميا أم كيفيا ، أى جملة الاستثمار الذى يحصل عليه الفرد أو المجتمع نتيجه التعليم ، الا ان هذه العلاقة لاتراعى الاعتبارات الواقعية والتى منها :-

١ - تباين سن الخريجين ، ومدى نبوغ كل فرد منهم فى الاستفادة بما حصل عليه من تعليم .

٢ - اختلاف مجال العمل وما يترتب على هذا الاختلاف من تفاوت فى الآجر والمزايا المادية والمعنوية .

٣ - اختلاف الفترة التى يقضيها العاملون فى العمل سواء بالنسبه لمدة العمل اليومى ، أم بالنسبة لعدد شهور العمل فى العام .

٤ - كثيرا ما يحصل بعض الافراد على دورات تدريبية ، وما يترتب على هذا الدورات من مزايا وعوائد ودخول .

٥ - بعض الافراد يؤجلون جزءًا من تعليمهم - كما يحدث فى امريكا - لفترة ما ثم يعود الى التعليم ويعمل على تطوير ذاته (١٣٤ : ١١-١٦).

ولنأخذ فى الاعتبار تكاليف الوقت الضائع فى الدورات التدريبية أو التعليم المتناوب مع العمل ، وما يعود على الفرد أو المجتمع من عائد نتيجة هذا التدريب أو هذا التعليم يمكن استخدام العلاقة (١١١ : ٢٠-٢٣) .

ق ح سَ = الفوائد − التكاليف .

$$= \sum_{ز=1}^{ل} \left(\frac{ف_{ز}}{(1+ر)^{ز}} \right) \left(\frac{1}{(1+ر)^{هـ}} \right) - \sum_{ز=1}^{هـ} \frac{ك_{ز}}{(1+ر)^{ز}} \quad .... \quad (٩-٥)$$

حيث ل هى عدد سنوات العمل التى سيعملها حتى سن (٦٠) أو الاحالة للمعاش ،

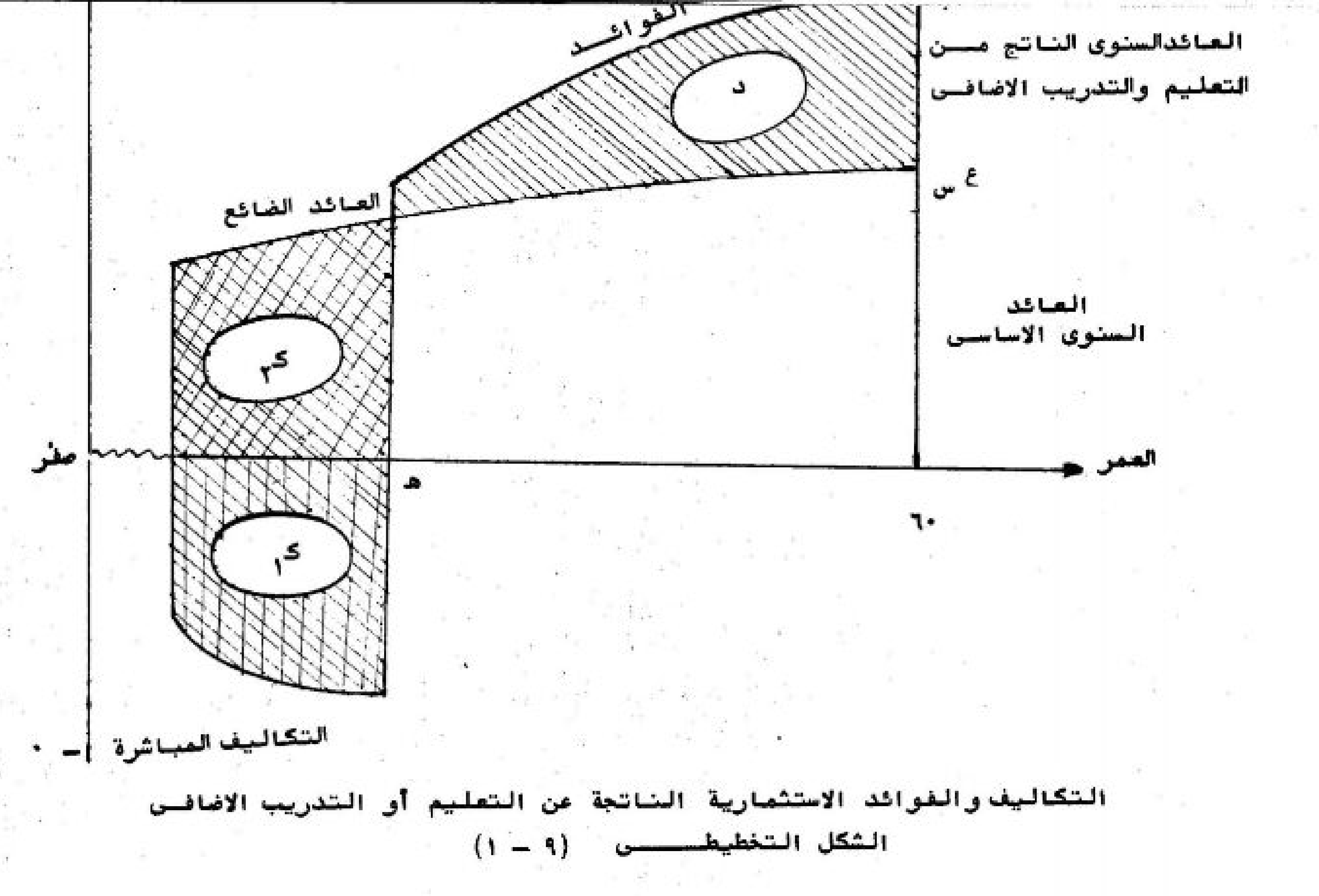
هـ هى عدد سنوات التدريب أو التعليم التى قضاها خارج العمل ،

ق ح سَ هى القيمة الحالية للاستثمار الناتج عن التدريب أو التعليم خلال السنوات "هـ" .

$ف_{ز} = ع_{ج} - ع_{س} =$ العائد بعد الحصول على التعليم أو التدريب الاضافى مطروحا منه العائد الاساسى .

$ك_{ز} = (ك_{1} + ك_{2})_{ز}$ أى مجموع التكاليف المباشرة وتكلفة الوقت الضائع فى التعليم أ والتدريب .

ويمكن توضيح العلاقة (٩-٥) بالشكل التخطيطى رقم (٩-١) الذى يبين العلاقة بين التكاليف والفوائد الناتجة عن التعليم أو التدريب الاضافى وعمر الفرد (١١٢ : ٣٩) .



التكاليف والفوائد الاستثمارية الناتجة عن التعليم أو التدريب الاضافى
الشكل التخطيطى (٩ - ١)

مثال افتراضي :

اذا كانت التكاليف التعليمية المباشرة وغيرالمباشرة وتكاليف الوقت الضائع للذين سيواصلون تعليمهم معطاه بالجدول (٩-١) ، واذا كانت العلاوات الدورية تحدد طبقا لفئات الدخل السنوية الواردة بالجدول (٩-٢) .. فما الفرق فى القيمة الحالية للاستثمار التعليمى فى فردين لهما نفس العمر ، فى حالة مواصلة احدهما تعليمه الجامعى والحصول على عائد سنوى بمجرد التخرج يقدر بمبلغ ٦١٢ جنيها . بينما الآخر اقتصر فى البداية على دبلوم دار المعلمين الذى يخول صاحبه الحصول على ٤٢٠ جنيه سنويا بمجرد التخرج ثم واصل تعليمه الجامعى بعد الاستمرار فى العمل لمده ١٥ عاما ، وذلك فى الحالات الآتيه :

أ - عندما يعامل ماليا بعد الانتهاء من التعليم الجامعى كزميله الاول .

ب - عندما تضاف لمده خدمته السابقة ضعف عدد سنوات تعليمه الجامعى (٨ سنوات اقدمية) .

جـ - عندما تحسب له سنوات الخدمة السابقة كاقدمية فى التعيين بمؤهل عالى .

الجدول (٩-١)

التكاليف المباشرة والغير مباشرة وتكاليف الوقت الضائع للطالب

البيان	التعليم الاساسى			التعليم الثانوى ومافى مستواه				التعليم الجامعى				جملة تكلفة الطالب الذى سيواصل تعليمه
	١ - ٥	٦ - ٨	٩	١ - ٢	٣	٤	٥	١	٢	٣	٤	
تكاليف مباشرة	١٥	٢٠	٢٨	٤٠	٥٠	٦٥	٧٠	٨٠	٩٠	١١٠	١٣٠	٧٠٣
تكاليف غير مباشرة	٥	٥	٧	١٠	١٠	١٥	٢٠	٤٠	٥٢	٦٤	٧٦	٣٠٩
تكلفة الوقت الضائع	-	-	-	-	-	-	-	٢٤٠	٢٥٨	٢٧٦	٢٩٤	١٠٦٨
جملة التكاليف السنوية	٢٠	٢٥	٣٥	٥٠	٦٠	٨٠	٩٠	٣٦٠	٤٠٠	٤٥٠	٥٠٠	٢٠٨٠

الجدول (٩ — ٢)

فئات العلاوات الدورية السنوية

الفئة المالية	٤٢٠ —	٦٦٠ —	١٠٢٠ —	١٥٠٠ —
العلاوة الدورية	٢٤	٣٦	٤٨	٦٠

علما بأن نسبه تزايد الاسعار تقدربحوالى ١٠٪ سنويا.

الحل :

أولا : بالنسبه للشخص الذى استمر فى التعليم حتى الانتهاء من الجامعة :

القيمة الحالية للاستثمار التعليمى له = ق ح س

$$= \sum_{\text{ز}=1}^{28} \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}} - \sum_{\text{ز}=-15}^{\text{صفر}} \frac{\text{ك}_{\text{ز}}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

حيث $\text{ف}_{\text{ز}}$ = ٦١٢ ، ٦٣٦ ، ٦٦٠ ، ٦٩٦ ، ... ، ١٠٢٠ ، ١٠٦٨ ، ... ، ١٥٠٠ ، ١٥٦٠ ، ...

ر = ١٠ ٪ = ١ر٠

$\text{ك}_{\text{ز}}$ = جمله التكاليف الخاصة بالسنه الدراسية ز

$$\therefore \text{ق ح س} = \sum_{\text{ز}=1}^{2} \frac{(612+(\text{ز}-1)24)}{(1+0.1)^{\text{ز}}} + \sum_{\text{ز}=1}^{10} \frac{(660+(\text{ز}-1)36)}{(1+0.1)^{2+\text{ز}}}$$

$$+ \sum_{\text{ز}=1}^{10} \frac{(1020+(\text{ز}-1)48)}{(1+0.1)^{12+\text{ز}}} + \sum_{\text{ز}=1}^{16} \frac{(1500+(\text{ز}-1)60)}{(1+0.1)^{22+\text{ز}}}$$

$$- \sum_{\text{ز}=-15}^{\text{صفر}} \frac{\text{ك}_{\text{ز}}}{(1+0.1)^{\text{ز}}}$$

وواضح ان المقادير المجموعة على "ز" والخاصة بالفوائد تمثل سلسلات عددية هندسية أساسها الهندسى $\frac{١}{(١ + ١ر٠)} = (١ر١)^{-١}$ ، والاساس العددى يختلف من مقدار الى مقدار آخر (٢٤ ، ٣٦ ، ٤٨ ، ٦٠ على الترتيب).. ومن ثم يمكن تطبيق العلاقة (٧-٢١) على كل مقدار فيها .

$$\therefore \text{ق ج س} = (١٠٨١ر٩٨ + ٢١٤٢ر٦٣ + ٢٣٤٧ر١١ + ١٧٦١ر٦٨)$$

$$- (\text{مج}_{ز=١٥}^{-١١} (\frac{٢٠}{(١ر١)^{ز}})$$

$$+ \text{مج}_{ز=١٠}^{-٨} (\frac{٢٥}{(١ر١)^{ز}}) + \frac{٣٥}{(١ر١)^{-٧}} + \text{مج}_{ز=٦}^{-٥} (\frac{٥٠}{(١ر١)^{ز}})$$

$$+ \frac{٦٠}{(١ر١)^{-٤}} + \frac{٣٦٠}{(١ر١)^{-٣}} + \frac{٤٠٠}{(١ر١)^{-٢}} + \frac{٤٥٠}{(١ر١)^{-١}} + ٥٠٠)$$

ويتطبق العلاقة (٧-١٥) على المقادير المجموعة على ز.

$$\therefore \text{ق ج س} = ٨٣٣٣ر٤٠ - (٣٤٨ر٣٧ + ١٧٧ر٣٨ + ٦٨ر٢١ + ١٩٦ر١٠$$

$$+ ٨٧ر٨٥ + ٤٧٩ر١٦ + ٤٨٤ + ٤٩٥ + ٥٠٠)$$

$$= ٨٣٣٣ر٤٠ - ٢٨٣٦ر٠٧ = ٥٤٩٧ر٣٣ .$$

ثانيا : بالنسبه للشخص الثانى

أ - عندما يعامل ماليا بعد الانتهاء من التعليم الجامعى كزميلة الاول .

$$\therefore\ \text{ق ح س}_1 = \sum_{\text{ز}=-1}^{\text{صفر}} \frac{\text{ف}_\text{ز}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}} + \sum_{\text{ز}=1}^{13} \frac{\text{ف}_\text{ز}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

$$+ \sum_{\text{ز}=18}^{28} \frac{\text{ف}_\text{ز}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}} - \sum_{\text{ز}=-15}^{-2} \frac{\text{ك}_\text{ز}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

$$- \sum_{\text{ز}=14}^{17} \frac{\text{ك}_\text{ز}}{(1+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

من الجدول (٩ ـ ١) باستبدال الصف الثالث والخامس بتكلفة الوقت الضائع اثناء التعليم الجامعى ، والتعويض فى العلاقة السابقة نحصل على :

$$\text{ق ح س}_1 = \frac{420}{(1{,}1)^{-1}} + 444 + \sum_{\text{ز}=1}^{8} \frac{468 + (\text{ز}-1)\,24}{(1{,}1)^{\text{ز}}}$$

$$= \sum_{\text{ز}=1}^{5} \frac{660 + (\text{ز}-1)\,36}{(1{,}1)^{8+\text{ز}}} + \sum_{\text{ز}=1}^{5} \frac{1260 + (\text{ز}-1)\,48}{(1{,}1)^{17+\text{ز}}}$$

$$+ \sum_{\text{ز}=1}^{16} \frac{1500 + (\text{ز}-1)\,160}{(1{,}1)^{22+\text{ز}}} - \sum_{\text{ز}=-15}^{-4} \frac{\text{ك}_\text{ز}}{(1{,}1)^{\text{ز}}}$$

$$+ \frac{80}{(1{,}1)^{-3}} + \frac{90}{(1{,}1)^{-2}} + \frac{960}{(1{,}1)^{14}} + \frac{1018}{(1{,}1)^{15}}$$

$$+ \frac{1086}{(1{,}1)^{16}} + \frac{1154}{(1{,}1)^{17}})$$

وبتطبيق نفس الخطوات السابقة نحصل على

ق ح س $_1$ = ٤٦٢ + ٤٤٤ + ٢٨٨١ر٤٣ + ١٢٨٢ر٤٠ + ١٠١٠ر١٥
+ ١٧٦١ر٦٨ − (٨٧٧ر٩١ + ١٠٦ر٤٨ + ١٠٨ر٩ + ٢٥٢ر٨٠
+ ٢٤٣ر٧٠ + ٢٣٦ر٣٥ + ٢٢٨ر٣١) = ٧٨٤١ر٦٦ − (٢٠٥٤ر٤٥)
= ٥٧٨٧ر٢١

ويلاحظ ان الاستثمار فى الثانى أكبر من الاستثمار التعليمى فى الاول ∴ (الفارق ٢٨٩٫٨٨ جنيها) .

ب – عندما تضاف لمده خدمته السابقة ضعف عدد سنوات تعليمه الجامعى (أى ٨ سنوات اقدمية) .

$$\therefore \text{ق ح س}_{٢} = \underset{\text{ز}=-١}{\overset{\text{صفر}}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{(١+\text{ر})^{\text{ز}}} + \underset{\text{ز}=١}{\overset{١٣}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{(١+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

$$+ \underset{\text{ز}=١٨}{\overset{٢٨}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{(١+\text{ر})^{\text{ز}}} - \underset{\text{ز}=-١٥}{\overset{-٢}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ك}_{\text{ز}}}{(١+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

$$- \underset{\text{ز}=١٤}{\overset{١٧}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ك}_{\text{ز}}}{(١+\text{ر})^{\text{ز}}}$$

اذا قارنا مقادير ق ح س٢ بمقادير ق ح س١ نلاحظ ان التغير سيحدث فى المقدار الثالث فقط ، اما قيم المقادير الاربعة الاخرى فهى ثابتة .

$$\therefore \underset{\text{ز}=١٨}{\overset{٢٨}{\text{مجـ}}} \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{(١+\text{ر})^{\text{ز}}} = \underset{\text{ز}=١}{\overset{٨}{\text{مجـ}}} \frac{(١١١٦+(\text{ز}-١)٤٨)}{(١٫١)^{١٧+\text{ز}}}$$

$$+ \underset{\text{ز}=١}{\overset{١٣}{\text{مجـ}}} \frac{(١٥٠٠+(\text{ز}-١)٦٠)}{(١٫١)^{٢٥+\text{ز}}} = ١٣٣٠٫١٤$$

$$+ ١١٦٨٫٢٥ = ٢٤٩٨٫٣٩$$

$$\therefore \text{ق ح س}_{٢} = (٤٦٢ + ٤٤٤ + ٢٨٨١٫٤٣ + ١٢٨٢٫٤٠ + ١٢٣٠٫١٤$$

$$+ ١١٦٨٫٢٥) - (٢٠٥٤٫٤٥)$$

$$= ٧٥٦٨٫٢٢ - ٢٠٥٤٫٤٥ = ٥٥١٣٫٧٧$$

ويلاحظ ايضا ان الاستثمار فى الثانى اكبر من الاستثمار التعليمى فى الاول (الفارق ١٦٤٤ جنيها) .

ج - الحالة الثالثة : عندما تحسب له مدة خدمته السابقة كأقدمية فى التعيين بمؤهل عال فان هذه الحالة تشبه الحالة السابقة .

ثانيا : النفقات التعليمية وواقع العمل :

اوضحنا فى البند السابق كيفية حساب القيمة الحالية للاستثمار فى الثروة البشرية الناتج عن التعليم ، ونحاول فى هذا البند توضيح كيفية حساب وتحليل النفقات التعليمية تمهيدا لمقارنتها بناتج او دخل العمل المبنى على التعليم .

ولقد اوضحنا فى دراسات سابقة (١) ان النفقات التعليمية فى مصر تنقسم الى أربعة انواع أساسية هى :

أ - النفقات الحكومية : وتشمل هذه النفقات كل ماتنفقه اجهزه الدولة على التعليم سواء اكانت هذه النفقات مباشرة تقوم بانفاقها الاجهزة المعنية بالتعليم كوزارة التعليم وغيرها من الاجهزة المعنية بالتعليم العالى أم كانت نفقات غير مباشرة تقوم بانفاقها الاجهزة التى تخدم أنظمة الدولة ككل : كالنفقات الصحية والتغذية والاسكان والتامينات والمعاشات هذا بالاضافة الى النفقات التى تنفق علىمجالات التعليم ولكن لاتتحدد بعام محدد كإعداد هيئة التدريس وغيرهم وإستهلاك المبانى والاساس .

---

(١) يمكن الرجوع الى "التخطيط للتعليم العالى في ج م ع والفاقد الكمى فى المرحلة الابتدائية فى ج م ع" للمؤلف

٢ - **النفقات المحلية :** وتشمل النفقات التى يهبها الخ[illegible] لمرفق التعليم كالمساهمة بالارض وأو بناء مد[illegible] او ال[illegible] [illegible]
بالاضافه [illegible] ما ينفقه الاهالى على تعليم ابنائهم من (المصاريف المدرسية - ماينفق على الدروس الخصوصية - الكتب والمراجع - السكن ومصاريف المدن الجامعية والاسكان الداخلى - التغذية - استهلاك الكهرباء ...) .

٣ - **نفقات وتكاليف الوقت الضائع فى التعليم :** ولايقل هذا النوع أهمية عن الانواع السابقة وذلك لان المجتمع المصرى يعتمد على الايدى العاملة اكثر من الاعتماد على الميكنه ، وما يترتب على هذا الاعتماد من تشغيل للاطفال والشباب فى مجالات الانتاج المختلفة .. وبناء عليه فان التفرغ للتعليم يضيع على بعض الاسر هذا الدخل الذى كان فى الامكان الحصول عليه لولا وقت التعليم .

٤ - **المساعدات الدولية :** ويشمل هذا النوع من النفقات ما تقدمه بعض الدول والهيئات من مساعدات مالية تخصص للتعليم ، أو ثمن الاجهزة والمعدات والكتب والمراجع وغيرها من الاشياء التى تحتاج اليها بعض المؤسسات التعليمية العامة والخاصة فى الدولة .

وتتحدد المستويات المثلى للنفقات التعليمية (١٠١ :٩٤- ٩٥) بأنواعها المذكورة بحجم ونوعية الفوائد الاقتصادية والاجتماعية الناتجة عن التعليم ، ومدى ادراك القائمين على مصالح المجتمع وافراده للاهمية الآجلة وطبيعة الفوائد التعليمية ، وذلك لان ادراك الحكومة لأهمية التعليم يجعلها تبذل ما فى وسعها للانفاق على التعليم ، كما ان ادراك الاباء

لاهمية التعليم فى الحراك الاجتماعى يجعلهم يضحون بأموالهم ووقت الابناء أملا فى هذه الدناميكية المستمرة .

ولا يقتصر الامر على ما سبق بل أن رخاء الدولة وطبيعة سياستها الديمقراطية ، وما تنتجه من فرص تعليمية متكافئة ومدى اشتراكها فى المنظمات والهيئات الدولية ، ودرجة انفتاحها على العالم المحيط بصفة خاصة والعالم ككل بصفة عامة ، كل هذا له آثره على كمية وطبيعة الخدمات التعليمية المتاحة ، وما تتطلبه هذه الخدمات من نفقات .

وفى ضوء هذه الاعتبارات يمكن تحديد جملة ما ينفق على التعليم فى اى مجتمع بالعلاقة :

جمله النفقات التعليمية (ق) = مج $ق_{و}$

$= ق_{ح} + ق_{ل} + ق_{ص} + ق_{س}$ (٩-٦)

حيث :

$ق_{ح}$ هى جملة الانفاق الحكومى على التعليم .

$ق_{ل}$ هى جمله الانفاق المحلى والاسرعلى التعليم .

$ق_{ص}$ جملة تكاليف الوقت الضائع فى التعليم .

$ق_{س}$ جمله المساعدات المالية التى تقدمها المنظمات والهيئات العالمية والدول للدولة والتى تخصص للتعليم .

وتتحدد جملة الانفاق الحكومى بمقدار الدخل القومى للمجتمع فى العام السابق ، "$د_{ق}$" ومقدار الانفاق على التعليم فى العام السابق "$ح_{ق،ب}$" ومقدار الفائض من هذا الانفاق "$ح_{ق،ب}$"، وعدد طلاب ونوع ومرحلة التعليم "$ح_{ع،م،ن}$" والبيئة المحيطه بالمؤسسة التعليمية "$ح_{ب}$" .

أى أن :

$$\text{ق}_{\text{ح}} = \psi\,(\text{د}_{\text{ق}}\ ،\ \text{ح}_{\text{ق.ب}}\ ،\ \text{ح}_{\text{ف.ب}}\ ،\ \text{ح}_{\text{ع.ن.م}}\ ،\ \text{ح}_{\text{ب}}) \qquad (٩-٧)$$

حيث ψ رمز دالة :

اما جملة الانفاق المحلى وانفاق الاسر على التعليم (٩٤ : ١٠٤-١٠٨) فتتحدد بالمستوى الاقتصادى-الاجتماعى للاسرة "$\text{ل}_{\text{م س}}$" والمتطلبات التى تتطلبها نوع التعليم الذى ينتمى اليه المتعلم "$\text{ل}_{\text{ن}}$" وترتيب المتعلم بين أخوته "$\text{ل}_{\text{ت}}$"، وبعد المؤسسة التعليمية "$\text{ل}_{\text{ب}}$" .

أى أن

$$\text{ق}_{\text{ل}} = \phi\,(\text{ل}_{\text{م س}}\ ،\ \text{ل}_{\text{ن}}\ ،\ \text{ل}_{\text{ت}}\ ،\ \text{ل}_{\text{ب}}) \qquad (٩-٨)$$

حيث ϕ رمز دالة .

وقد اسفرت احدى الدراسات التى قام بها الباحث (١) عن أن جملة تكاليف الوقت الضائع تتحدد فى المقام الاول بسن المتعلم "$\text{ض}_{\text{س}}$" وبخاصة المتعلمين فى الكليات والمعاهد العليا والمستوى الاقتصادى – الاجتماعى للمتعلم "$\text{ض}_{\text{م س}}$" فكلما انخفض هذا المستوى وانخفض معه دخل الاسرة وجد أفراد يعملون، والبيئة التى ينتمى اليها المتعلم ، وثراءها بالعمل "$\text{ض}_{\text{ب.ث}}$" هذا بالاضافة الى مدى عدم ادراك مجتمع المتعلم بالاهمية الاجلة للتعليم "$\text{ض}_{\text{ع.أ}}$" .

---

(١) يمكن الرجوع الى القيمة الاقتصادية لاعداد المعلم .

اى ان :

قض = M(ضس ، ضم.س ، ضب.ث ، ضع.ح) (٩-٩)

حيث M رمز دالة

ويوجد العديد من العوامل التى تحدد حجم المعونات التعليمية للدولة منها سياسة الدولة ومدى حاجتها لهذه المعونات ، هذا بالاضافة الى محاولة بعض المنظمات او الهيئات نشر نوع معين من التعليم فى مؤسسات خاصة تختلف فى طبيعتها عن المؤسسات القائمة .

وقد أشارت الدراسات التى أجريت فى هذا المجال الى الكثير من المحددات التى تحدد قيمة المساعدات المالية المقدمة للدولة أو المنطقة التعليمية ، ومن هذه المحددات ما يلى :

١ - العوامل والمحددات الخاصة بالأولويات المحلية وما يرتبط بها من اهداف وأغراض ديمقراطية "سح" وتبنى هذه الاولويات على خصائص المجتمع التعليمى كعدد سنوات الدراسة التى تتيحها الدولة ، ومن ثم تهدف المساعدة الى زيادة عدد السنوات ، ونسبة الاطفال فى المدارس الخاصة ، ونسبة البنات الى الاولاد ، ونسبه الملونيين او الديانات الاخرى الغير شائعة فى الدولة .

٢ - محددات واعتبارات خاصة بالكيف "سك" وذلك بهدف تحسين نسب تكلفة الطالب وتزويد المدارس او المؤسسات التعليمية بالاجهزة والمعدات والاساس والوسائل التعليمية .

٣ - المحددات والاعتبارات السياسية "سس" .

٤ - العوامل الجغرافية "سج" وما يتصل بها من فقر فى الامكانيات وعدم تشجيع الابناء على التعليم والتسرب من المدارس

٥ – المحددات والعوامل الاقتصادية "$س_ق$" كانخفاض الدخل القومى وانخفاض مستوى دخل الفرد ، وارتفاع نسب الاسعار ومنها اسعار التعليم ،(١٠١ : ٩٨–١٠٧) .

وفى ضوء هذه المحددات تعطى قيمة المساعدات الدولية بالعلاقة :

$$ق_س = \mathcal{f}(س_ع ، س_ق ، س_س ، س_ج ، س_ق) \qquad (٩–١٠)$$

حيث $\mathcal{f}$ رمز دالة .

وكما ذكرنا سابقا ، يتحدد الانفاق الحكومى على التعليم – فى المقام الاول – بالدخل القومى ، وهذا الاخير يتأثر بالانتاج وما يتضمنه من عوامل مختلفة أى أن الدخل القومى – طبقا لدالة الانتاج لكوب دوجلس "Cobb-Douglas" يتحدد بالعلاقة (٧ : ٣٨٤–٨٥) .

$$د ق = أ \ ث^{م} . ع^{ل} . ش^{ب} \qquad (٩–١١)$$

حيث ث الثروة ، ع العمل (ث ،ع معامل الجهالة)
ش تشير الى العوامل البشرية المتعلقة بزيادة المعارف والمهارات والصحة ودقة النظم والادارة الاقتصادية ، وما يطرأ على المخرجات الشاملة من متغيرات و ... ويطلق على ش معامل الزيادة فى المعرفة .
أ ،م ،ل ،ب ثوابت عددية فيها م + ل = ١ .

ويعتمد الانتاج على القوى البشرية وما تتضمنه من عوامل مختلفة كالسن والتعليم والتدريب والخبرة ، والجنس ، والقدرة على العمل ... وتظهر هذه العلاقة بوضوح بين الانتاج والعوامل الثلاثة الاولى .

فالانتاج يزداد باضطراد حتى سن معينه ، ثم يثبت معدله لفترة ما تختلف باختلاف قدرة الانسان ونوع المجتمع ومايوفره لافرادة من رعاية صحية ، ثم يبدأ فى التناقص التدريجى ، أى أن العلاقة بين دالة الانتاج والعمر الزمنى يمكن تحديدها من : —

$$\text{د(ج)} = \begin{cases} \text{م}(\text{س} - \text{س}_1) + \text{ه}_1 & \text{حيث } \text{س}_1 \leq \text{س} \leq \text{س}_2 \\ \text{ه}_2 & \text{حيث } \text{س}_2 < \text{س} < \text{س}_3 \\ \text{م}' \cdot \text{س} + \text{ه}_2 & \text{حيث } \text{س}_3 \leq \text{س} \leq \text{س}_4 \end{cases} \qquad (١٢-٩)$$

حيث س_1 هو سن التشغيل أو سن البدء فى العمل .

س_2 هو السن الذى يصل فيه انتاج الفرد الحد الاقصى .

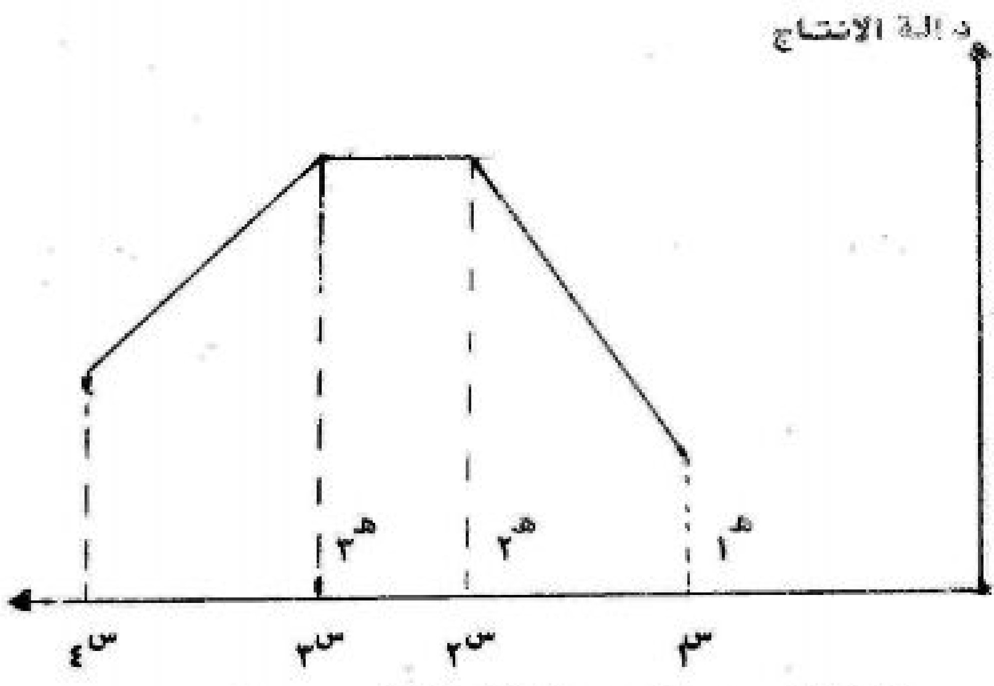
س_3 هو السن الذى يبدأ فيه الانتاج فى الانحدار.

س_4 هو سن التقاعد .

م،مَ ثوابت عددية .

ه_1 أقل انتاج ممكن ، ه_2 اقصى انتاج ممكن

ويبين الشكل التخطيطى (٩-٢) العلاقة بين العمر ودالة الانتاج .



العلاقة بين العمر ودالة الانتاج

الشكل التخطيطى (٩ ـ ٢)

فاذا قضى الفرد فترة معينة فى التعليم فان هذا التعليم سيترتب عليه زيادة انتاج الفرد بمقدار ثابت طوال حياته مادام لم يحصل على تعليم أو تدريب اضافى .. أى أن العلاقة بين الانتاج والتعليم تتحدد من :

د (ج) = هـ (٩-١٣)

حيث هـ ثابت

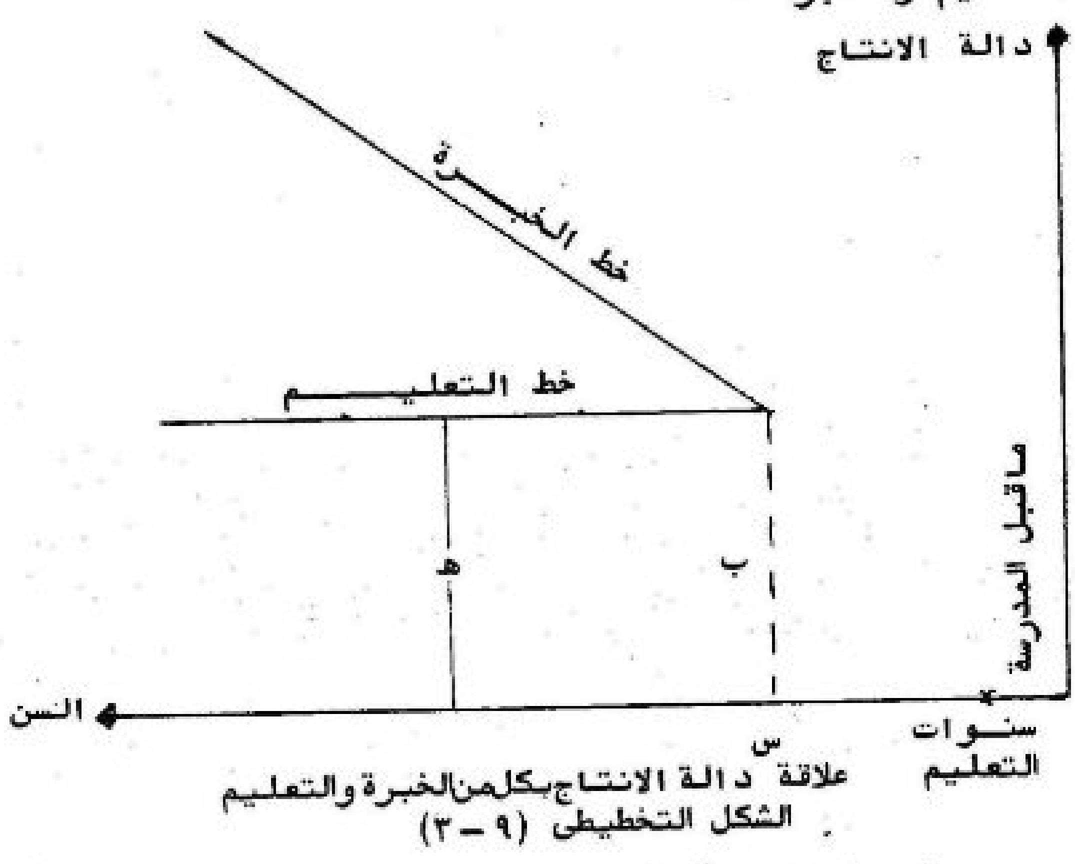
وبالرغم من أن الانتاج المرتبط على التعليم فى حالة ثبات العوامل الاخرى يكون ثابتا خلال حياة الفرد العملية الا أن الانتاج المترتب على الخبرة فى حالة ثبات العوامل الاخرى يزداد باضطراد .

أى أن العلاقة بين الانتاج وعدد سنوات الخبرة تتحددمن:

د(ج) = أ سن + ب (٩-١٤)

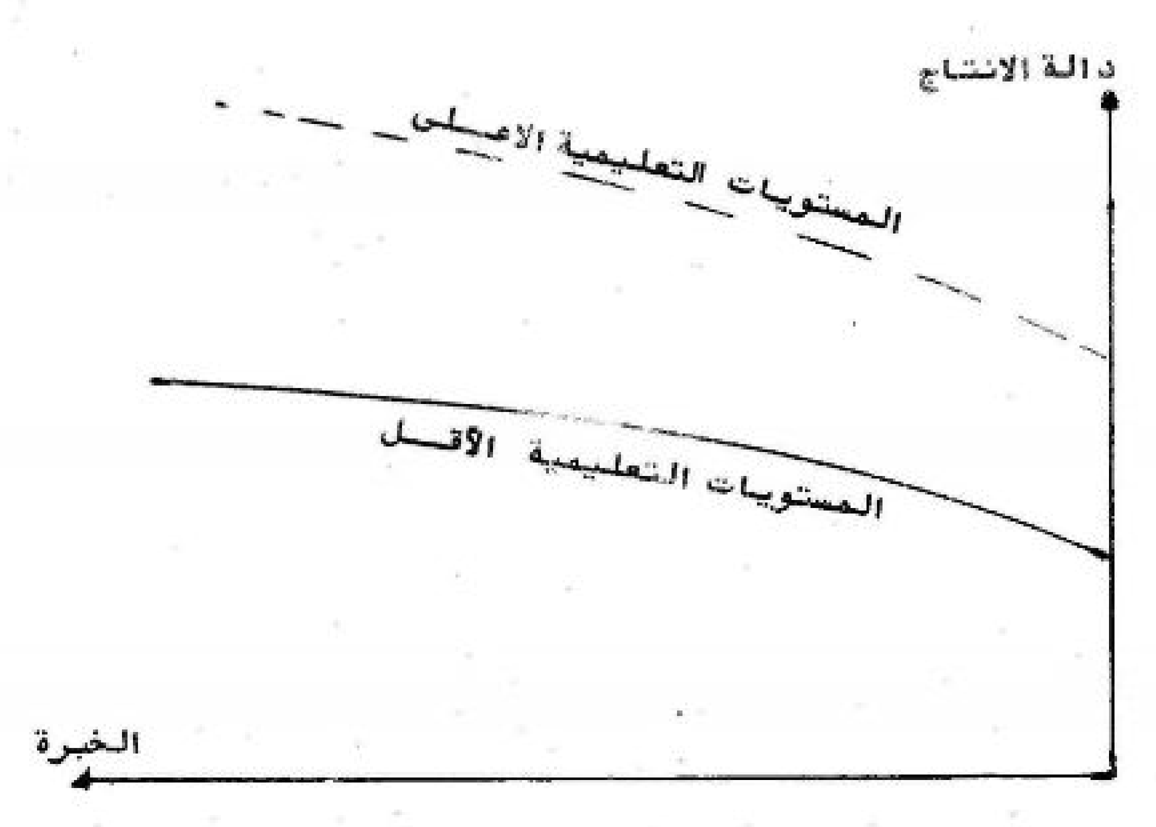
حيث أ ثابت عدى ، ب أقل انتاج ممكن .

ويبين شكل (٩-٣) التخطيطى العلاقة بين الانتاج وكل من التعليم والخبرة .



علاقة دالة الانتاج بكل من الخبرة والتعليم
الشكل التخطيطى (٩ - ٣)

ويؤثر التعليم بشكل واضح فى سرعة اكتساب المعارف الانتاجية المتعلقة بخبرة الشخص ، فكلما كان الانسان حاصلا على مستوى أعلى فى التعليم استفاد من خبرته الماضية فى زيادة الانتاج .. ويبين الشكل التخطيطى (٩-٤) العلاقة بين مستويات التعليم ودالة الانتاج والخبرة (١٠٤ : ٥١-٥٣) .



علاقة دالة الانتاج بمستوى التعليم والخبرة

الشكل التخطيطى (٩ ـ ٤)

هذه المؤشرات الخاصة بدالة الانتاج تبين أن زيادة مستوى الخبرة أو عدد سنوات التعليم يترتب عليها زيادة فى الانتاج ومن ثم فان الانفاق على التعليم أو التدريب ما هو الاستثمار فى زيادة المعارف والمهارات البشرية ،وبالتالى زيادة فى الانتاج .

ثالثا : الفوائد والتكاليف التعليمية :

من العرض السابق يتضح ان القوى البشرية هى العمود الفقرى للانتاج ، كما ان التعليم هو المولد الذى يطلق الشرارة الأولى لهذا الانتاج ، ويحافظ على مستواه طيله حياة الفرد . اى أن النفقات التعليمية لاتضيع هباء منثوراً بل انها تتحول الى مدخرات واستثمارات وفوائد .

ولاتقتصر الفوائد التعليمية على مجرد المظاهرالخارجية كالفوائد الاجتماعية أو الفوائد الـ ... ، بل انها تشمل كل الفوائد التى تعود على الفرد وأسرته ، وما يساهم به التعليم فى ارتفاع معدلات الدخول ، واتاحة الفرصة للاختيار من بين مجالات العمل المتعددة ، والمساهمة فى زيادة الانتاج ، واتاحة الفرصة للحصول على المزيد من التعليم ، وزيادة سرعة الحراك الاقتصادى والاجتماعى ، وما الى ذلك من فوائد مباشرة وغير مباشرة اجتماعية كانت أم قاصرة على الفرد وأسرته (١٥٢ : ٦٤) .

فعلى سبيل المثال .. كشفت بعض الدراسات عن أنه بالرغم من أن توزيع الدخول - وبخاصة فى الدول النامية والمتخلفة - ينحرف ايجابيا تجاه العمال الحرفيين والمهرة وبالرغم من أن الدخول والفوائد التعليمية تزداد مع السن بنسبة تناقصية ، وبالرغم من أن نسبة تزايد الدخول التعليمية وكذلك معدل التناقص الحادث فى نسبة التزايد عن العام السابق يتجهان الى الارتباط الايجابى بمستوى المهارة ، الا أن الفوائد التعليمية وما يحصل عليه الافراد من فرص تعليمية او تدريبية أثناء العمل تفوق الفوائد التى يحصل عليها الاخرون . (١١)

ومع الوضع فى الاعتبار ان دخل الفرد يتأثر بالثراء العائلى ، والوضع الاجتماعى للفرد وعدد ساعات العمل ، اكدت نتائج الدراسات التى أجريت على المعلومات الخاصة بمكتب الاحصاء السكانى فى الولايات المتحدة الامريكية ما توصلت اليه النتائج السابقة ، حيث أظهرت هذه النتائج أن الدخول والفوائد التى يحصل عليها الفرد فى حياته ترتبط ايجابيا بمستوى التعليم ، وما يتعلق به من عوامل كالذكاء والطموح والتربية غير الشكلية التى تتم فى المنزل (١٥٤ : ١٦) .

ولحساب القيمة الحالية لاجمالى الفوائد التعليمية فاننا نفترض ثبات الظروف والعوامل الاخرى المؤثرة والتى سبقت الاشارة اليها ، ثم نقوم بمقارنة القيم الحالية والمتوقعة لجملة الدخول التى سيحصل عليها فرد أى طبقة حيواتهما ، احدهما يختلف فى مستوى التعليمى عن الاخر ، فى هذه الحالة يرجع الفارق بين اجمالى العوائد الى التعليم الاضافى ، وذلك مع الاخذ فى الاعتبار ان قيمة التعليم الاضافى لا تقتصر على الدخل أو العائد المادى الاضافى ، بل تشمل أيضا العوائد غير المرئية (١١ : ٦٦٩-٦٧) .

وبالرغم من أن الفارق بين المتعلم والجاهل ليس فارقا فيما يحصل عليه كل منهما من أجور مادية فقط ، ولكن الفرق يكمن فى العائد النفسى والاجتماعى الخاص بتغيير الاتجاهات والسلوكيات ، وتغيير انماط التفضيلات والتوقعات والقيم والحكم على الاشياء ، أو النظر اليها بمنظار خاص هذا بالاضافة الى ارتفاع المستوى الثقافى ، الا أن الكثير من الدراسات استطاعت تقدير الفوائد التعليمية ، واستخدمت اساليب تحليل الكلفة والفائدة فى مجال التعليم (١٦٠ : ٢٠٥ - ٢٢) ، بل أن دراسات اخرى استطاعت تقدير الفوائد والعوائد اللا مرئية والمرئية معا . (٤ ، ١٥٥ ، ٨٠ ، ١٣٦ ، ٢ ، ١٩٩٠) .

وفى ضوء الاعتبارات السابقة امكن تحديد العائد او الدخل المادى الذى يحصل عليه الفرد فى أية سنة "ن" من العلاقة :

$$\text{الدخل او العائد الكلى} = د_{ط} + د_{ن} \quad (١٤-٩)$$

حيث $د_{ط}$ جملة الدخول الطبيعية التى يحصل عليها الفرد من استثمار الموارد الطبيعية ، كالممتلكات واستثمار الاموال فى البنوك وغيرها .

$د_ن$ الدخول الاستثمارية من التعليم والتى يحصل عليها نتيجة قضاء ، عدد "ت" من السنوات فى التعليم .

وتتحدد الدخول التعليمية ($د_ن$) بالنسبة للسنة " ن " من العلاقة (١٢ : ٢) :-

$$د_ن = س + \underset{ز=١٥}{\overset{ن-١}{مجـ}} د_ز ك_ن \qquad (٩ - ١٥)$$

حيث س الدخل الذى يحصل عليه الفرد فى سنة الاساس .
، $د_ز$ العائد الذى يعود على الشخص من التعليم فى السنة " ز " .

، $ك_ن$ التكاليف التعليمية الخاصة بالسنة (ن) وذلك بافتراض توزيع التكاليف التعليمية المستثمرة على سنوات العمل .

وبفرض ان الدخل التعليمى الصافى (١٢ : ١٤ - ١٦) يمثل نسبة استثمارية محددة "$ر_ز$" من جملة التكلفة ك ، فان العلاقة السابقة تأخذ الصورة (٢٠ : ٣٥) :-

$$د_ن = س + \underset{ز = ١}{\overset{ن - ١}{مجـ}} ر_ز . ك_ز \qquad (٩ - ١٦)$$

وبوضع $\frac{ك_ز}{د_ز} = ى_ز$ ، والتعريض فى العلاقة السابقة نحصل على :-

$$د_ن = س + \underset{ز = ١}{\overset{ن - ١}{مجـ}} ر_ز ى_ز د_ز \qquad (٩ - ١٧)$$

وواضح من العلاقة السابقة انه :-

عندما ن = ١ فان $د_١ = س$

وعندما ن= ٢ فان $د_٢ = س + ر_١ ى_١ د_١$

$= س (١ + ر_١ ى_١)$

وعندما ن = ٢ فان $د_٢ = س + ر_١ ى_١ د_١ + ر_٢ ى_٢ د_٢$

$= س (١ + ر_١ ى_١)(١ + ر_٢ ى_٢)$

وهكـــذا

وعندما ن = ...

ى بالتعويض فى العلاقة (٩-١٧) نحصل على :-

$$د_ن = س \prod_{ز=١}^{ن-١} (١ + ر_ز ى_ز) \qquad (٩-١٨)$$

حيث $\prod$ ترمز الى حاصل الضرب .

وبأخذ لوغاريتمات الطرفين بالنسبة للاساس الطبيعـــى (هـ = ٢٫٧١٨٢٨) والتقريب نحصل على :-

$$لو_هـ د_ن = لو_هـ س + \sum_{ز=١}^{ن-١} ر_ز ى_ز \qquad (٩-١٩)$$

ويمكن من العلاقة السابقة معرفة جملة ما يحصل عليه الفرد من دخول فى السنة (ن) اذا أمكن معرفة دخلة فى سنة الاســاس ومعدل الاستثمار البشرى خلال السنوات السابقة ، وكذلك نسبة العوائد الاستثمارية بالنسبة الى التكاليف الخاصة بنصيـــب السنوات السابقة من التكاليف الكلية لتعليم الفرد .

ويلاحظ على العلاقة (٩ - ١٩) انها تعتبر الفرد الـــذى انفق على تعليمه اموال اكثر هو الذى يحصل على عائد اكثـــر بغض النظر عن الفاقد التعليمى الناتج من رسوب الفـــرد واعادته عدد من السنوات الدراسية ، كما أنها تعتبر أن الفـــرد قضى كل السنوات " ن " الماضية كاملة فى العمل متجاهلـــة بذلك الاسابيع التى يقضيها فى التدريب ، هذا بالاضافة الى اهمالها لعوائد هذا التدريب وسنوات الخبرة .

ولمراعاة كل ذلك توصل بيكر وجاكوب منشور وفيكتور نورمان الى ان الدخول التى يحصل عليها الفرد نتيجة التعليم والتدريب وسنوات الخبرة تمثل فرع من قطع مكافىء[1] ويمكن تحديده بالعلاقة (٢٠ : ٣٨) :-

$$\text{لوهـ } د_ج = \left(\text{لو } س - ى' \left(1 + \frac{ى'}{٢}\right)\right) + ر ت + \left(ر' ى' + \frac{ى'}{ص'} (1+ى')\right)$$

$$ص - \left(\frac{ر ى' ص' + ى'^٢}{٢ ص'^٢} \right) ص^٢ + م \text{ لوهـ } ب + أ_٠$$

حيث $د_ج$ الدخل الاجمالى فى السنة المطلوبة .

، ى' هى نسبة التكلفة الخاصة بسنة الاساس الى الدخل التعليمى لها .

، ت عدد السنوات التعليم

، ر ، ر' ، ر هو معدل الاستثمار السنوى بالنسبة لسنوات التعليم وسنة الاساس وسنوات العمل على الترتيب .

، ص هو عدد سنوات الاستثمار الكامل فى التعليم السابق .

، ص' عدد سنوات الخبرة فى العمل .

، ب عدد اسابيع التدريب .

، م ثابت مرن اكبر من الواحد الصحيح .

، $أ_٠$ ثابت باقى .

وبوضع $أ_{١٠} = \text{لو } س - ى' \left(1 + \frac{ى'}{٢} \right)$ ، $أ_{١١} = ر$

، $أ_{١٢} = ر' ى' + \frac{ى'}{ص'} (1 + ى')$.

---

(١) يمكن الرجوع الى هذه المحاولات فى المراجع :-
(١١ : ٣٧-٦٦) - (١٠٠ - الجزء الثانى) -(١٠٤ الفصل الثانى)

$$، أ_{١٣} = \frac{-١}{٢ ص^{٢}} \left(ر ى ص + ى^{٢} \right)$$

وباعتبار ان الفرد لم يحصل على تدريب اثناء العمل ، والتعويض فى العلاقة السابقة نحصل على (٥ : ١٠١) :-

$$لو_{هـ} د_{ج} = آ_{١٠} + آ_{١١} ت + آ_{١٢} ص + أ_{١٣} ص^{٢} + أ \quad (٩-٢١)$$

ولقد اسفرت الدراسة التى قام بها " دافيد دادج " - فى مايو سنة ١٩٧٢ (الدراسة رقم ١٧) على العوائد الاستثمارية للتدريب الجامعي المستخدم مع المحاسبين والمهندسين والمعلمين فى كندا - عن انه فى حالة اعتماد دخل الفرد على قدرته وطموحه وتعليمه ومستواه الاقتصادى- الاجتماعى ، والتدريب الذى تلقاه ، ونوع المهنه التى يعمل بها ، والعنصر أو الجنس الذى ينتمى اليه ، والمنطقة الجغرافية التى يعمل فيها ، فان الدخل يتحدد من العلاقة (٢٨ : ٩ - ١٠) :-

$$د_{ر} = أ + أ_{١} ت + آ_{٢} ت ق + أ_{٣} ق + أ_{٤} س_{م} + أ_{٥} ج + أ_{٦} ص + ب$$

(٩-٢٢)

[illegible] ، أ٥ ، ب ثوابت عددية تختلف من مجتمع الى آخر ، وتشير

، ت الى موءشر التعليم ، ق الى موءشر القدرة .

، ت ق الى موءشر العلاقة المتداخلة بين التعليم الذى يحصل عليه الفرد وقدرته .

، $س_{م}$ موءشر أو عامل المستوى الاقتصادى - الاجتماعى .

، ج موءشر أو عامل الجنس أو العنصر ، وقد يشير الى عوامل اخرى توجد فى المجتمع وتتحكم فى مصير

دخول الافراد .

ص عدد سنوات الخبرة اثناء العمل .

ولقد طور " داتج " العلاقة السابقة لتشمل المتغيرات المختلفة من جهه ، هذا بالاضافة الى ملاءمتها لحقيقة دخول الافراد والتى تأخذ شكلا مكافئا تقريبا أو لوغاريتميا من جهه آخرى ، ومن ثم اصبح نموذجه النهائى للدخل متمثلا فى العلاقة (٢٨ : ٤٠ – ٤١) :-

$$\text{لو}_{هـ}\ د = أ_{.} + \sum_{ز=1}^{ن_1} أ_{1ز}\ ع + \sum_{ز=1}^{ن_2} أ_{2ز}\ ط + أ_{3}ى + أ_{4}ث$$

$$+ أ_{5}و + أ_{6}ط + أ_{7}د + \sum_{ز=1}^{ن_3} أ_{8ز}\ ف_{ز} + \sum_{ز=1}^{ن_4} أ_{9ز}ج_{ز}$$

$$+ أ_{10}\text{لو}_{هـ} (\text{لو}_{هـ}م) + أ_{11}\text{لو}_{هـ} (\text{لو}_{هـ}ص) + \sum_{ز=1}^{ن_5} أ_{12ز}ت$$

$$+ أ_{13}\text{لو}_{هـ}ر + أ_{14}ج + أ_{15}س + \sum_{ز=1}^{ن_6} أ_{16}ق_{ز} +$$

$$+ \sum_{ز=1}^{ن_7} أ_{17}غ_{ز} + أ \qquad (٩–٢٣)$$

حيث :-

$أ_{.}$ ، $أ_{1ز}$ ، $أ_{2ز}$ ، $أ_{3ز}$ ، $أ_{4ز}$ ، $أ_{5ز}$ ، $أ_{6ز}$ ، $أ_{7ز}$ ، $أ_{8ز}$ ، $أ_{9ز}$ ،

$أ_{10}$ ، $أ_{11}$ ، $أ_{12ز}$ ، $أ_{13}$ ، $أ_{14}$ ، $أ_{15}$ ، $أ_{16}$ ، $أ_{17}$ هى قيم عددية تشير الى النسبة التى يوءثر بها هذا الموءشر فى الدخل . أ ثابت باقى ، او ثابت الخطأ .

، ع متغير يشير الى اثر العمل المحلى الذى عمل به $ن_1$ من الشهور أو الايام •

، ظ متغير يشير الى اثر العمل كموظف فى مصنع لعدد $ن_2$ من الشهور أو الايام •

، ى متغير يشير الى اثر الفترة التى قضاها فى العمل كجزء من الوقت •

، ث متغير يشير الى شخص قضى فترة غير مثبت (ظواهراتى) ثم ثبت بعد ذلك باقى السنة •

، و تشير الى أثر عامل الزواج فى الدخل •

، ط تشير الى اثر عدد الاطفال فى زيادة الدخل ، وبخاصة فى الدول التى تمنح الموظف علاوات اضافية عند الانجاب•

، ذ موءشر يشير الى اثر الدخل الذاتى •

، ف ز موءشر يشير الى اثر الاستمرار فى العمل الاساسى $ن_3$ من الايام أو الشهور •

، ح ز تشير الى عدد الوحدات التى ينجزها الشخص فى اليوم أو الشهر أو السنة اذا كان يعمل فى مرفق يعتمد فيه على عدد الوحدات الانتاجية التى انتجها كل شخص •

، م تشير الى عدد السنوات المتصلة بالعامل المستديم فى عمله •

، ص عدد سنوات خبرة العمل •

، ت تشير الى مستوى التعليم الذى حصل عليه الفرد ولم يحصل على تعليم آخر اثناء العمل •

، ر تشير الى الدرجة أو الرتبة التى يحصل عليها الشخص بسبب عمل ابيه فى نفس العمل أو الوظيفة •

- ج عامل الجنس أو الدين أو الانتماء الى منطقة جغرافيـة معينة .
- س أثر عامل السن لمن هم اكبر من سن الستين .
- ق مؤشر يشير الى اثر قدرة الشخص في الدخل .
- غ عدد السنوات التى قضاها الشخص فى تخصصه الدقيق أثناء العمـل .

ويلاحظ ان العلاقة السابقة توضح اثر العوامل المختلفة فى الدخل ، كما انها لم تهمل أثر التعليم حيث اكدت علـى هذا الاثر سواء بصورة مباشرة أم فى مدى تأثيره على قـدرة الفرد وخبرته وتخصصه .

وللحصول على العائد المادى للتعليم من العلاقـات السابقة ، فانه يستخدم ـ كما ذكرنا ـ الاسلوب المقارن فى المقارنة بين دخل فردين لهما نفس الظروف ويختلفان فـى مستوى التعليـم ويفضل فى معظم الحالات مقارنة فـوج بعض افرادة حصل على تعليم والبعض الاخر لم يحصل ثم نأخـذ الفارق بين المتوسطات كدليل على اثر التعليم . ويرجـع نجاح هذا الاسلوب الى تمثيل الفوج للمجتمع الاصلى اكثـر من مقارنة الافراد .

اما لحساب التكلفة التعليمية فاننا نقوم بحسـاب متوسط تكلفة الفرد فى مراحل التعليم المختلفة ، مـع مراعاة بنود الانفاق المختلفة الخاصة بالنفقات المباشـرة وغير المباشرة وتكاليف الوقت الضائع وما تتكلفه الاسـرة، هذا بالاضافة الى الاخذ فى الاعتبار الفاقد التعليمى الناتـج عن التسرب واعادة سنوات الدراسة او تكاليف الدور الثانـى او موت بعض افراد الفوج التعليمى . وتتحدد تكلفة الفـرد

من العلاقـــة :ـ

$$\text{ك} = \sum_{\text{ز}=\text{ن}_1}^{\text{ن}} \text{أ}_{1\text{ز}}\,\text{ك}_{1\text{ز}} + \sum_{\text{ز}=\text{ن}_2}^{\text{ن}_1} \text{ك}_{2\text{ز}} + \sum_{\text{ز}=\text{ن}_1}^{\text{ن}} \text{ك}_{3\text{ز}} + \sum_{\text{ز}=\text{ن}_1}^{\text{ن}} \text{أ}_4\,\text{ك}_{4\text{ز}} \qquad (٩-٢٤)$$

حيـث :ـ

، ك = جملة تكلفة الفرد اثناء سنوات التعليم "ن – ن_1" .

، $\text{ك}_{1\text{ز}}$ = جملة تكاليف الفوج الذى ينتمى اليه الفرد فى السنة " ز " .

، $\text{ك}_{2\text{ز}}$ = متوسط تكلفة الوقت الضائع فى السنة " ز ".

، $\text{ك}_{3\text{ز}}$ = ما تتكفة الاسرة من اجل تعليم الفرد فى السنة" ز ".

، $\text{ك}_{4\text{ز}}$ = جملة الفاقد والذى يتحدد بالفرق بين جملة النفقات التى انفقتها الدولة على الفوج الذى ينتمى اليــه الفرد خلال سنوات الدراسة والتكاليف الفعليــــه لافــراد الفــوج .

، ن_1 = متوسـط بداية ســن التعليم .

، ن_2 = بداية ســن العمــل .

، ن_3 = متوسط نهاية سن التعليم .

، $\text{أ}_{1\text{ز}}$ = (١ ÷ عدد افراد الفوج التعليمى فى السنة ز) .

، أ_4 = (١ ÷ عدد الافراد الذين اتموا تعليمهم من آفــراد الفــوج) .

(أو عدد الذين استفادوا من التعليم من عدد افراد الفــوج) .

وتصبح الخطوة النهائية هى حساب الفوائد التعليميــــة وذلك بطرح التكلفة المحددة بالعلاقة (٩ – ٢٤) من جملــــة

العوائد أو المدخلات الناتجة عن التعليم فقط وتتحدد الفوائد التى يحصل عليها الفرد من التعليم من العلاقة :-

$$\text{ف} = \sum_{\text{ز} = \text{ن}+1}^{\infty} \frac{(\text{د}_{1\text{ز}} - \text{د}_{2\text{ز}})}{(1 + \text{ر})^{\text{ز} - \text{ن}}} - \text{ك} \qquad (٩-٢٥)$$

حيث $\text{د}_{1\text{ز}}$ = هى متوسط العوائد أو الدخول التى يحصل عليها الفرد المتعلم فى السنة " ز" .

، $\text{د}_{2\text{ز}}$ = متوسط العوائد أو الدخول التى يحصل عليها الفرد غير المتعلم فى السنة " ز " .

، ك = جملة تكلفة الفرد اثناء سنوات التعليم .

رابعا :- نظم موازنات الخطط والبرامج :-

تعتبر نظم موازنات الخطط والبرامج من التقنيات التحليلية المؤثرة على كل المجالات الحكومية ومنها التعليم كما انها من الطرق التى بدونها يصعب استخدام طرق تحليل الكلفة والفائدة بنجاح ، فعن طريق نظم ميزانيات الخطط والبرامج يمكن الوقوف على العائد أو الفاقد فى انماط النفقات المختلفة ، وبالتالى تحديد الفائدة والتكلفة المؤثرة (١٥٧: ٢٢٧) .

وتقوم فلسفة موازنات الخطط والبرامج على التقنيات الاسقاطية المحددة للاهداف المراد تحقيقها باستخدام أقل تكلفة ممكنة ومن ثم تعتبر نموذجا من نماذج تحليل النظم المستخدمة فى تحليل الكلفة والفائدة ، حيث يقوم مستخدمها بتحليل البرامج فى صورة مخرجات كل منها يتعلق بفرع أو نوع

من انواع النفقات والمدخلات ، ثم يختار افضل الوسـائل المساهمة فى تحقيق الاغراض المطلوبة (٨١ : ١٣٢) .

ومن ثم فان منهج موازنات الخطط والبرامج لا يعتبر اداة لتوزيع التكاليف أو النفقات التعليمية على بنود الانفاق ، بقدر ما هو اسلوب من الاساليب التخطيطية المعتمدة علـى الميزانيات المخصصة للبرامج المستقبلية اكثر من الاعتمـاد على الاغراض التقليدية للانفاق التعليمى (٦٩ : ٣٧ - ٤٠) .

أى ان نظم موازنات الخطط والبرامج ليست مجرد لقـب او اسم جديد للفكرة القديمـة والخاصة بالميزانية المفضلة او التمويل الوظيفى ، ولا تعتبر بديلا للادارة الحسنة ولاعلاج للنظم التى لايتحقق لها الموارد المالية المناسبة لانجـاز اغراضها ولا تدل ضمنا على ان المخرجات الكاملة لاى نظـام يمكن تكميمها او قياسها ، كما انها لا تعتبر وسيلة بسيطة لانجاز الاغراض باقل تكاليف اعتبارية . بل انها اداة ترتبط بالانشطة التنظيمية المؤسسة على المخرجات والنواتج التـى يؤمل فى التوصل اليها وهى بهذا تحوى التصنيفات المناسبة للبرامج او الوظائف ذات المستوى العالى او المخرجـات او الانشـطة (٦٦ : ٧٥ - ٧٧) .

ويختلف تعريف نظام موازنة الخطط والبرامج باختـلاف وجهة نظر الكاتب عنه . وايضا باختلاف المجال الـذى سيستخدم فيه هذا النظام من التحليل . وابسط هذه التعريفات هو تعريف جونسيون وجرافسكى اللذين يريان ان " نظـم موازنة الخطط والبرامـج "PPBS" عبارة عن طريقـة منظمة لتوزيع الموارد والثروات المحددة لانجاز الاغـراض طبقا لأولويتها " (٧٩ : ٨٧) .

ويتضح من التعريفات المختلفة والدراسات التى أجريت على كيفية ومدى نجاح وفائدة استخدام نظم موازنات الخطط والبرامج ما يلى :-

١ - ان هذه النظم تعتبر جزءا لايتجزأ من التخطيط الذى يوضع من أجل احداث نوع من التغير .. فالخطة توضع بحيث تربط بين حاجات الطلاب وحاجات المجتمع . وتاتى البرمجة فتترجم اهداف الخطة فى صورة وظائف اجتماعية واقتصادية وروحانية وجسمية .

٢ - انها تشير الى كيفية استخدام وتحقيق الاهداف والاغراض السامية ، وذلك بالتحديد الواضح للسلطة والمسئولية ، وتجميع وتحليل المعلومات المتعلقة بهذه الاهداف والاغراض .

٣ - من خلالها يمكن تقويم ومقارنة الفوائد والتكاليف الخاصة بالبرامج ، وذلك لان خطوط البرمجة ترسم بهدف الربط بين الاغراض التخطيطية والبرامج والانشطة والتكاليف برباط زمنى واحد ممتد (٦٦ : ٨٣ - ٩٤) .

ويعتمد التخطيط السليم المستخدم فى نظام موازنة الخطط والبرامج على سبع خطوات اساسية هى :-

١ - تطوير المخطط الاساسى للنظام : ويتم فى هذه الخطوة تحديد نطاق وعناصر النظام والتى سوف تؤخذ فى الاعتبار، وما يتعلق بذلك من اقتراحات للبرامج الجديدة أو الاضافية ، و تحليل الكلفة المتعلقة بمطالب الميزانية ، هذا بالاضافة الى تحديد اهداف البرامج واغراضها ونواتج ونظم التعليم ،وما يتعلق بذلك كله من تحديد لمستويات

أعضاء التدريس والاجراءات المالية الخاصة بالنفقات .

١ – تصميم بناء البرنامج :-

فى ضوء الاجراءات التى تمت فى الخطوة السابقة يتم وضع تصور لاطار مرجعى يضم كل الانشطة والمصادر المتكاملة لتحقيق الاهداف والاغراض المطلوبة ، حيث يقوم المخطط بتحديد البرنامج المطلوبة ، وينظم الموضوعات الخاصة بهذه البرامج طبقا لأولويتها فى بناء متدرج ، ثم يضع تصور للاجراءات المطلوبة .

٢ – تحديد الأغراض الخاصة بكل برنامج :-

وتبدأ هذه الخطوة باغراض البرنامج الذى تم اختياره دون غيره من البرامج . وفى العادة يكون اختيار البرنامج نابعا من تغطية فوائده (٩٥٪) على الاقل من الحالات المطروحة ، ثم تحدد اغراضه بالاجابة على مجموعة من الاسئلة .

- ما أهداف البرنامج ؟
- الى أى حد يمكن قياس فعاليته ؟
- ما مستوى الفاعلية المنشود ؟
- ما الظروف التى من المحتمل أن تحدد فعالية البرنامج؟

تحديد أو تصميم الاقتراحات الاختيارية لتحقيق اغراض البرنامج :

بعد تحديد اغراض البرنامج يتم تحديد أو تصميم الاقتراحات الاختيارية المختلفة لاغراض كل برنامج ، ويعتمد

نجاح هذا النظام على براعة المخطط ، لذا ينبغي ان يكون لديه عدد كبير من هذه الاقتراحات الفعالة .

٥ - تحليل الكلفة الفعالة للاقتراحات المختارة والخاصة بكل برنامج :-

وفى هذه الخطوة ، تعطى الاقتراحات المعقولة والتكاليف والفعاليات أولوية فى الحكم والاختيار بين هذه الاقتراحات .

٦ - اختيار افضل اقتراح لتحقيق اغراض البرنامج :-

ويقوم المخطط فى ضوء الاولويات والاعتبارات المحددة فى الخطوة السابقة بالمقارنة بين افضل الاقتراحات ، واختيار الاقتراح الاكثر تفضيلا .

وقد تواجه المخطط صعوبة التفضيل بين اقتراحات مكلفة ولكن ذات فعالية اكثر ، وهنا ينبغى الرجوع الى من هم فى المجال التنفيذى من المدرسين ومديرى المدارس ورؤساء الاقسام ، ثم احداث التغيير فى الاقتراحات بناء على دراسة المعلومات الجديدة وتقارير اصحاب الخبرة ، وقد لا يكتفى بذلك بل يرجع الى مصادر مختلفة قد تتدرج حتى تصل الى المستوى الطلاب .

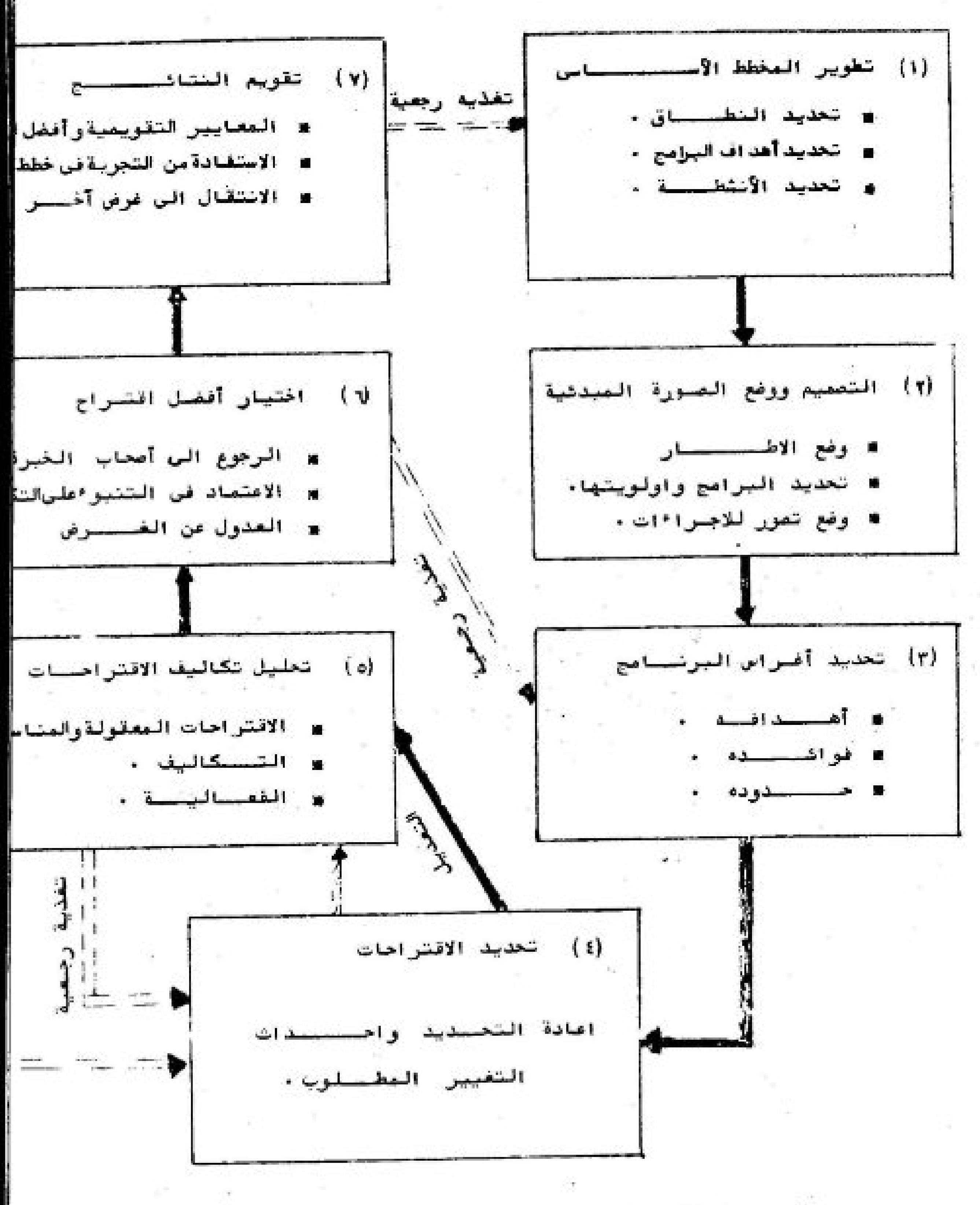
ولما كانت التكاليف اسهل فى التنبوء من الفعاليات ، لان الموارد المالية تبدو واضحة عند الاستخدام ، فى حين ان الفعاليات تؤسس على النتائج التى تم انجازها لذا يكون من الافضل تحديد اساس

التفضيل بين الاقتراحات على اساس مجموعة المحـــددا ت
العاليـــة . ومع الخبرة يمكن فى المستقبل التنبوء
فى ضوء النوعين معا . وفى كل حالة ينبغى قيـــاس
الاختيارات فى ضوء القيم أو المعايير المصممة ، وقد
يستعان هنا بالعلاقات الرياضية .

٧ - تقويم نتائج البرامج :-

يعتبر التقويم جزءا لا يتجزأ من النظام ، فهو يظهـــر
فى كل خطوة من خطواته فالمخطط لا ينتظر حتى النهايـــة
لكى يقوم النتائج ، ولكنه يحتاج الى التقويم فـــى
تحديد الاهداف والاغراض ، واثناء وضع الاطار البرنامجى
كما ان التقويم يظهر فى قياس وتحليل المخرجـــات
والربط بينهما وبين المدخلات (١١٤ : ٩٣ - ١٠١) .

ويستخدم فى التقويم عدة مجموعات من المعايير كل
مجموعة فيها تناسب عناصر الخطوة المراد تقويمهـــا
وفى ضوء هذا التقويم يتم اعادة النظر والرجـــوع
الى خطوات سابقة لاحداث التعديلات بما يناسب اهـــداف
واغراض وبرامج الخطة الموضوعة ، ويطلق على عمليـــة
الرجوع واحداث التعديل " التغذية الرجعية ". ويوضـــح
الشكل التخطيطى رقم (٩ - ٥) خطوات نظام موازنـــة
الخطط والبرامج والتغذية الرجعية (٧٤ : ١٦٢-٦٨)



الرسم التخطيطى لخطوات نظام موازنة الخطط والبرامج
الشكل التخطيطى (٩ ـ ٥)

خامسا : المؤشرات الاجتماعيـــــة :

اعتبار خامس من الاعتبارات المطلوبة فى تحليل الكلفة والفائدة هو المؤشرات الاجتماعية ، وتتحدد هذه المؤشرات من الناحية الرياضية والاحصائية بالفائدة المعيارية المباشرة النابعة من سرعة التعديلات والاحكام المتسقة والمتكاملة الخاصة بتكيف المطالب السامية للمجتمع (١٥١ : ٣٤٤) .

ويوجد العديد من المؤشرات الاجتماعية التي ينبغي مراعاتها عند تحليل الكلفة والفائدة التعليمية ، ومن هذه المؤشرات : الرفاهية والتغير الى الافضل باستمرار والرصيد المعرفي للأفراد ومدى نموه الدائم ، ومدى التحسن الظاهر فى الخدمات الاجتماعية والصحية والتعليمية والاهتمام بالبيئة وعدم تلويثها ، والانفتاح على العالم الخارجي .

كل هذه المؤشرات تلقى العبء الاكبر على التعليم وتزيد من تكاليفه/وزيادة التكاليف كمطلب من المطالب التعليمية فى هذا العصر يشكل عبء أكبر على المخطط ومستخدم المنهج التحليلي .. حقيقة أن تدريب وإعداد القوى العاملة واستخدام انماط سريعة من التعليم ، والاهتمام بالانشطه التعليمية وزيادة عدد المدرسين وزيادة النفقات التعليميه ، وتغيير طرق التدريس والاهتمام بالنواحي الكيفية وتكافؤ الفرص ، كلها تساهم فى تحسين نوعية الفوائد ، الا أن عدم عمومية هذا على المستوى القومي ككل هو السبب فى نشأه هذه الصعوبة (٢٣ : ٣٥١ - ٣٨٠) .

ولما كان تحليل الكلفة والفائدة يعتمد فى المقام الاول على تحويل الفوائد والتكاليف الكيفية أو غير

الملموسة الى لغة نقدية ، لذا ينبغى تقدير الفوائد الاجتماعية باستخدام التقويم الاسقاطى الذى يقيس بالضبط النمو المتزايد فى المؤشرات الاجتماعية .

ويعتبر "Weisbrod" (١٥٣) أول من استخدم هذه الطريقة فى سنه ١٩٦٤ فى بحثه عن "الفوائد الخارجية للتعليم العام" حيث قام بتصنيف الفقد والعوائد الاجتماعية مبينا الآثار الاجتماعية للتعليم ، وحدود هذه الاثار .

ولقد كان تقدير العائد الاجتماعى للتعليم يعتمد على "العامل الباقى" فى تحليل مصفوفة الارتباط بين مستويات التعليم والعوائد المادية التى تعود على الافراد، ولازالت الدراسات المتقدمة تعتمد على هذا العامل الباقى اذا كان الباحث يرغب فى بيان الآثر الاجتماعى للتعليم فقط (٣٣).

أما الدراسات الحالية وباستخدام التكنولوجيا الحديثة فقد تغلبت على الكثير من الصعاب المتعلقة بالناحية الكيفية ، بل أنه اصبح من الممكن تقسيم التكاليف والفوائد الاجتماعية والتعامل معها كما يتم التعامل مع التكاليف والفوائد المادية سواء فى التنبؤ بمسارها فى المستقبل، أو تحويلها الى قيم كمية تعالج كسائر المدخلات والمخرجات.

وتنقسم الفوائد الاجتماعية الناتجة عن التعليم الى نوعين اساسين هما : الفوائد المباشرة وتتمثل فى الدخول المادية التى تعود على افراد المجتمع وتتراوح نسبة هذه الفوائد - طبقا للدراسات التى آجريت فى هذا المجال - ما بين ٧٪ كحد ادنى ، ١٤ ½ ٪ كحد اقصى فى المتوسط ، ولقد لوحظ ان هذه المعدلات تختلف باختلاف نوع التعلم وعدد سنوات التعليم والوضع الاجتماعى - الاقتصادى للمجتمع

أما الفوائد غير المباشـرة فتمثل الجزء الباقى[1] .

كما لوحظ ان الفوائد الاجتماعية غير المباشرة تبـدأ مع العام الدراسى الاول من سنوات التعليم ، وتزداد تدريجيا حتى الانتهاء من التعليم ، ثم تضاف الى الفوائدالمباشـرة مشكلة بذلك الفوائد الاجتماعية العامة (١٠٩:١٩-٢٠).

لذلك ينبغى ان تراعى هذه المؤشرات فى تحليل الكلفة ـ الفائدة .. وتعتمد الطرق المتقدمة فى التحليل على تتبع فوج معين ، ثم ملاحظة الفوائد الاجتماعية التى تعود عـلى المجتمع من هذا الفوج .. وتلجأ طرق أخرى الى حساب الفوائد الاجتماعية فى سنه الأساس والتى لايوجد بها تعليم "ف" ثـم تخمن قيم الفوائد الاجتماعية للمستقبل بلغة سعر سنـــه الاساس ، والفارق يرجع الى التعليم .

وطبقا للطرق الاخيرة ، اذا افترضنا ان الفائدة الاجتماعية الناتجة من الشخص اذا لم يحصل على تعليـم "ف" وان الفوائد التى ستعود على المجتمع من تعليم هذا الشخـص هى $ف_١$ ، $ف_٢$ ، .... ، $ف_ن$ ، فان جملة الفوائد الاجتماعيـــة للتعليم تتحدد من العلاقـــه (٩٤ : ٦-٧) :-

$$ف = - ف + \frac{ف_١}{(١+ر)} + \frac{ف_٢}{(١+ر)^٢} + \cdots + \frac{ف_ن}{(١+ر)^ن}$$

$$= - ف + \sum_{ز=١}^{ن} \frac{ف_ز}{(١+ر)^ز} \qquad (٩-٢٦)$$

حيث ر هى نسبه الاهمال فى العائد الاجتماعى

---

١) يمكن الرجوع فى هذا المجال الى الدراسات التى قاموا بها :

B.Weisbrod, W.Swift, M.Blaug, Peston, Ziderman, Becker, Wiseman, W.G.Bowen, Martin O'Donoghue, and W.Lee Hansen.

سادسا : الكلفة والفائدة المؤشرة :

من العرض السابق يتضح ان التكاليف التعليمية تشمل كل ما ينفق على الفرد بطريقه مباشرة (التكاليف المباشرة) أو بطريقة غير مباشرة (تكاليف الوقت الضائع والاجهزه المشرفة على التعليم والفاقد التعليمى الناتج من الفرد أو غيره من افراد الفوج الذى ينتمى اليه).

أى أن الكلفة المؤشرة هى نصيب الفردمن جملة التكاليف المباشرة وغير المباشرة التى تتحملها الدولة والافراد لتعليم فوج طلابى بدأ التعليم فى سن معينه واستفاد بعض أفراده عن هذا التعليم مدى حياتهم .

وتتحدد الفائدة المؤشرة بنصيب الفردمن جملة الفوائد المباشرةوغير المباشرة التى تعود على المجتمع من الفوج الطلابى المذكور والذى ينتمى اليه الفرد .

وفى ضوء هذا المفهوم نلاحظ أن الفرد يحمل على عاتقة جزءاً من الفاقد البشرى الناتج عن اصابة بعض افراد الفوج المذكور أو موت البعض الآخر أو ما شابه ذلك من انواع الفقد البشرى .

ويتحدد نصيب الفرد من هذا الفاقد أو الخسارة من العلاقة (١٠٢ : ١٥٣) :-

$$\text{الفاقد أو الخسارة البشرية (أ)} = \sum_{ز=ل}^{\infty} د_ز \, ب_ل^ز \, (1+ه)^{-(ز-ل)}$$

..... (٩-٢٧)

حيث $ب_ل^ز$ تشير الى احتمال استمرار الدخل الخاص بهذا الفرد فى العام "ز".

سادسا : الكلفة والفائدة المؤشرة :

من العرض السابق يتضح ان التكاليف التعليمية تشمل كل ما ينفق على الفرد بطريقه مباشره (التكاليف المباشرة) أو بطريقة غير مباشرة (تكاليف الوقت الضائع والاجهزه المشرفة على التعليم والفاقد التعليمي الناتج من الفرد أو غيره من افراد الفوج الذى ينتمى اليه).

أى أن الكلفة المؤشرة هى نصيب الفردمن جملة التكاليف المباشرة وغير المباشرة التى تتحملها الدولة والافراد لتعليم فوج طلابى بدأ التعليم فى سن معينه واستفاد بعض أفراده عن هذا التعليم مدى حياتهم .

وتتحدد الفائدة المؤشرة بنصيب الفردمن جملة الفوائد المباشرةوغير المباشرة التى تعود على المجتمع من الفوج الطلابى المذكور والذى ينتمى اليه الفرد .

وفى ضوء هذا المفهوم نلاحظ أن الفرد يحمل على عاتقة جزءًا من الفاقد البشرى الناتج عن اصابة بعض افراد الفوج المذكور أو موت البعض الآخر أو ما شابه ذلك من انواع الفقد البشرى .

ويتحدد نصيب الفرد من هذا الفاقد أو الخسارة من العلاقة (١٠٢ : ١٥٣) :-

$$\text{الفاقد أو الخسارة البشرية (أ)} = \sum_{ز = ل}^{\infty} د_ز \, ب_ل^ز \, (١+ر)^{-(ز-ل)}$$

(٩-٢٧) .....

حيث $ب_ل^ز$ تشير الى احتمال استمرار الدخل الخاص بهذا الفرد فى العام "ز".

ب ز = الفائدة أو الدخل الذى كان من الممكن أن يحصل عليه الفرد فى السنة "ز" .

ل = هى السن الذى من المحتمل أن يتقاعد الشخص عن العمل أو يموت ..

ومن ثم فان الفائدة المؤثرة يمكن تحديدها بطرح العلاقة (٩-٢٧) من العلاقة (٩-٢٥) ، أى أن الفائدة المؤثرة تتحدد من العلاقة :

$$ف_{ت} = ف - أ$$

$$= \underset{ز=ن+1}{\overset{\infty}{مجـ}} \frac{(د_{1ز} - د_{2ز})}{(1+ر)^{ن+ز}} - \left(\underset{ز=1}{\overset{\infty}{مجـ}} د\, ب_{ل}^{ز} (1+ر)^{-(ز-ل)} + ك\right) \qquad (٩-٢٨)$$

نسبة الفائدة للكلفة :

فى ضوء الاعتبارات الستة السابقة يقوم مستخدمى تحليل الكلفة والفائدة بتحديد عناصر وخطوات التحليل. وتتمثل عناصر هذا التحليل فى : تحديد الفرض أو أغراض التحليل ، وتحديد الاختيارات المقترحة ، وتحديد التكاليف اللازمة ، ثم تحديد الاسلوب أو الاساليب المستخدمة فى التحليل ، واخيرا تحديد المعيار أو المحك الذى فى ضوئه يمكن الحكم على صلاحية الاختيارات (١٦٣ : ٤-٥) .

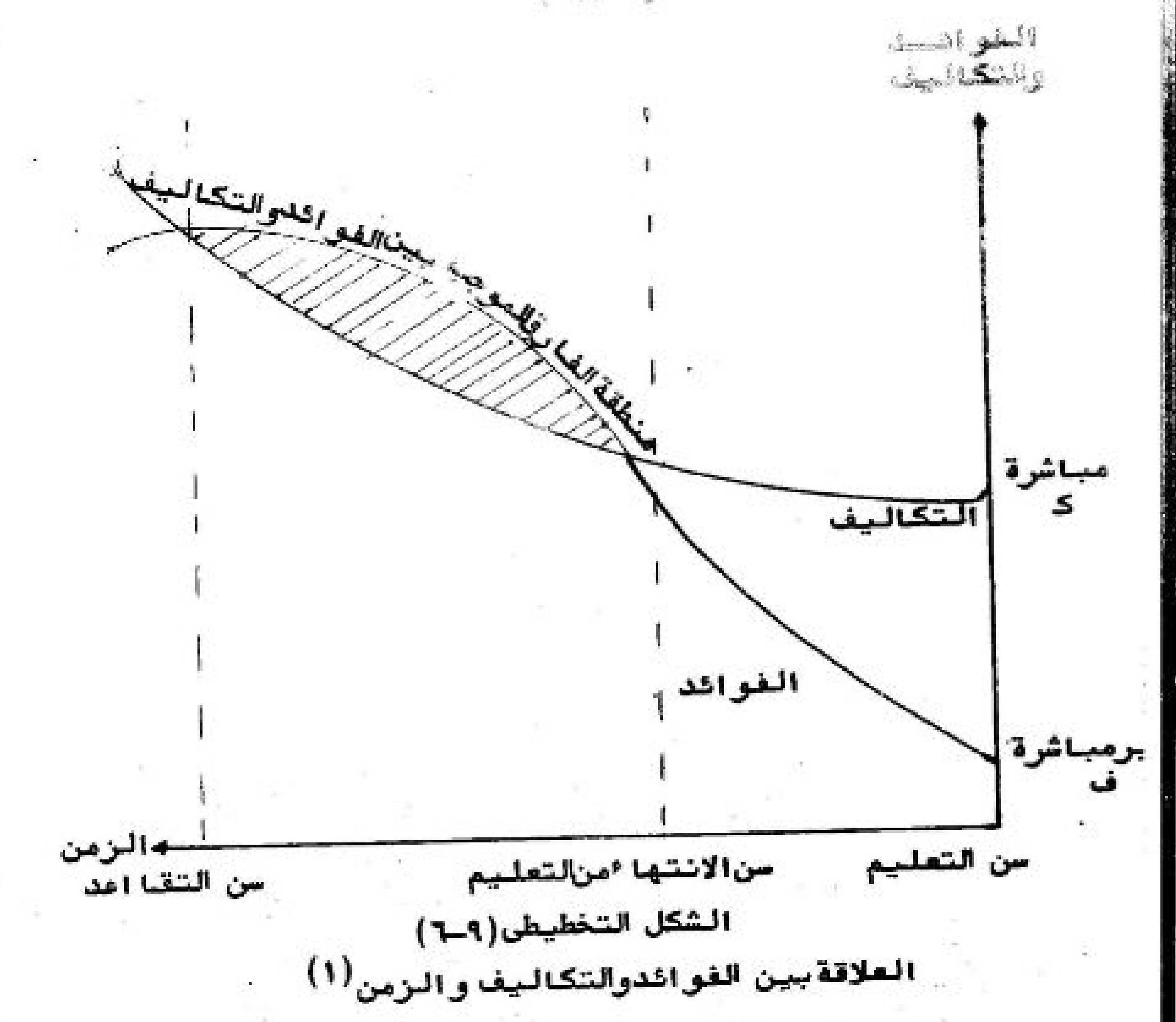
اما خطوات تحليل الكلفة والفائدة فتتمثل فى تطبيق المقاييس التى تقيس الفعاليات أو الفوائد ، ثم رسم شكل تخطيطى يبين فيه حدود الاختيارات ، ويُعبّر عن كل من الانجازات والتكاليف كدوال للخصائص المتصلة بكل اختيار،

ثم تحدد القيم المناسبة لثوابت العلاقة المستخدمة ، وفى النهاية يتم حساب وتحليل وترجمة النتائج التى امكن التوصل اليها (٦٦ : ١١٢-٢٣)٠

ومن الناحية الرياضية يستدل على صلاحية الاختيار بايجاد نسبه الفائدة المؤثرة لهذا الاختيار منسوبة الى الكلفة المؤثرة له ٠٠ وتتحول عمليات التحليل الى مجموعة من الاجراءات الرياضية التى تهدف اساسا الى حساب كل من الكلفة والفائدة المؤثرة .

وحيث أن الفوائد التعليمية تبدأ - مع الالتحاق بالتعليم - بالفوائد غير المباشرة والمتمثلة فى الحصيلة المعرفية لافراد الفوج التعليمى ، وذلك فى الوقت الذى تكون فيه التكاليف شاملة للتكاليف المباشرة وغيرالمباشرة ثم تزداد الفوائد والتكاليف باضطراد - الى حد ما - حتى الانتهاء من التعليم ، ومن ثم فان نسبه الفائدة الى الكلفة تكون اصغر من الواحد .

فاذا افترضنا توزيع التكاليف المستثمرة فى التعليم على مدى حياة الفرد المتعلم ابتداء من سن الالتحاق بالتعليم فانه يمكن تمثيل العلاقه بين الفوائد والتكاليف بنوعيهما والزمن بالشكل التخطيطى رقم(٩-٦) .



الشكل التخطيطى (٩-٦)

العلاقة بين الفوائد والتكاليف والزمن (١)

فاذا امكن الحصول على المساحات التى أسفل منحنى الفوائد ومنحنى التكاليف امكن حساب نسبة الفائدة للكلفة . ولتحديد العلاقة التى تحكم هذه المنحنيات نفرض أن العلاقة (٩-٢٨) اخذت الصوره (٢٩ : ١٦٤-٦٥) :-

$$\text{ف}_{\text{ن}} = \sum_{\text{ز}=1}^{\text{ن}} \text{ب}_{\text{ز}}\, \text{ك}_{\text{ز}} \left(\frac{{}^{2}\text{ز}^{\,\text{و}}_{\text{ز}}}{\text{ق}_{\text{ز}} + \text{ك}_{\text{ز}}} - 1 \right) - \text{ل} \left(\sum_{\text{ز}=1}^{\text{ن}} \text{ك}_{\text{ز}} - \text{ك} \right) \qquad (٩-٢٩)$$

حيث $\text{ب}_{\text{ز}}$ ، $\text{و}_{\text{ز}}$ ، $\text{ق}_{\text{ز}}$ ثوابت محددة وتختلف بأختلاف تقدير المجتمع ، ك ، $\text{ك}_{\text{ز}}$ تشير الى التكاليف

$$\text{و} = \frac{(\text{ق} + \text{ك}_{\text{ش}})^{2}}{\text{ق} + \frac{(\text{م} - 1)\,\text{ك}_{\text{ش}}}{\text{م}}}$$ ، $\text{ك}_{\text{ش}}$ هى أقصى تكلفة (تكلفة النخبة)

---

(١) الفكرة مقتبسة من (٥٣ : ٥١٨) .

ل ثابت يراد تحديده ..

ولكى تكون الفوائد أكبر ما يمكن ينبغى أن يكـــــون التفاضل الجزئى لهذه الفائدة المؤثرة بالنسبه للتكلفـــة فى أى سنه مساويا للصفر ، أى أن :

$$\frac{\partial ق_ث}{\partial ك_ز} = ب_ز\left(\left(\frac{و_ز}{ق_ز + ك_ز} - ١\right) م_ز ك_ز^{م_ز - ١} - \frac{و_ز ك_ز^{م_ز}}{(ق_ز + ك_ز)^٢}\right) - ل$$

$$= صفـــر \qquad ... \quad (٩-٣٠)$$

وبحساب الثابت ل والتكامل بالنسبة للزمن نحصل على العلاقتين الاتيتين (٥٦ : ١٩٣-٩٤) :-

$$ك_ث = \left(ك - ك(ت)\ هـ^{-رز} \int_{ب}^{ت} ك(ز)\ هـ^{-رز} ء ز\right) \times \left(\frac{١}{١ - هـ^{-رز}}\right) \qquad ... \quad (٩-٣١)$$

$$ف_ث = \left(\int_{ب}^{ت} (د(ز) - ك(ز))\ هـ^{-رز} ء ز + ك(ت)\ هـ^{-رز} - ك_ث\right) \times \left(\frac{١}{١ - هـ^{-رز}}\right) \qquad (٩-٣٢)$$

حيث ك ، موضحة على الشكل التخطيطى (٩-٦) وهـــى تشمل جملة التكاليف غير المباشرة والمباشرة عند بدايـــة التعليم .

ك (ت) العائد أو التعويض الذى يمكن الحصول عليـــه من تشغيل التكاليف حتى نهاية حياة الشخـــص المتعلم .

ك(ز) التكلفة فى السنه (ز) .

د(ز) جملة الدخل السنوى فى السنه (ز) .

هـ الدالة الأسية .

ز الزمن ، ءز عنصر تفاضلي بالنسبة للزمن .

ت السن المحتمل ان يموت فيه الشخص المتعلم مطروحا منه سن الالتحاق بالتعليم .

وفي ضوء العلاقتين (٩-٣١) ، (٩-٣٢) ، أو العلاقتين (٩-٢٤) ، (٩-٢٨) يمكن تحديد نسبة الفائدة للكلفة من العلاقة (١٢٠ : ٣٠٦) :-

$$ط = \frac{ف_ت}{ك_ت} \qquad (٩-٣٣)$$

مثال :

اوجد نسبة الفائده للكلفه لفرد من افراد فوج تعليمي عدد افراده ١٠٠٠ فرد اذا كانت جملة التكاليف الصافية (المباشرة وغير المباشرة) بسعر اليوم ١٧٥ر٩٠ر٥٧ ج جنيها ، علما بأن عدد الذين استفادوا من التعليم في الالتحاق بالعمل ٨٠٠ فردا عند بداية الالتحاق بالعمل وان هذا العدد تناقص باستمرار نتيجة تقاعد بعض افراده او اصابتهم ، حتى اصبح الذين استمروا في العمل حتى النهاية نصف عدد افراد الفوج الاساسي .

ويبين الجدول الآتي عدد الافراد في العمل طبقا لسنهم وجمله الفوائد المباشرة وغير المباشرة بسعر اليوم بالمليون جنيه ، هذا بالاضافة الى جملة الفوائد وفاقد العمل ، ونصيب الفرد من الفوائد والفاقد .

فترات السن	٢٢ –	٢٨ –	٣٣ –	٣٨ –	٤٣ –	٤٨ –	٥٣ –	٥٨–٦٠	جمله الفوائد	جمله الفاقد
عدد الافراد	٨٠٠	٧٢٥	٦٧٥	٦٥٠	٦١٠	٥٧٥	٥٥٠	٥٠٠	٠٠٠	٥٠٠
جملة الفوائد خلال فترة السن	١٢ر٠٠	١٢ر٠٥	١٤ر١٧٥	١٥ر٦	١٧ر٥٥	١٧ر٢٥	١٨ر١٥	١٠ر٨	١٠٦ر٥٧٥	٤٥ر١٥
نصيب الفرد منها بالالف	١٥ر٠٠٠	١٨ر٠٠٠	٢١ر٠٠٠	٢٤ر٠٠٠	١٩ر٢٥٠	٣٠ر٠٠٠	٢٣ر٠٠٠	٢١ر٦٠٠	١٩١ر٨٥٠	٩٠ر٣١٠

الحل :

ك ث = جمله التكاليف ÷ عدد الافراد الذين استفادوا من التعليم

= ٥٧ر٠٩٠ر١٧٥ ÷ ٨٠٠ = ٧١ر٣٦٣ جنيها

ف ث = الفوائد – الفاقد .

= مجـ (ل = ١ إلى ٨) ف ل – جمله الفاقد ÷ عدد الافرادالذين واصلوا العمل حتى النهاية

= ١٩١ر٨٥٠ – ٩٠ر٣١٠ = ١٠١ر٥٤٠ جنيها .

نسبه الفائدة / الكلفة = ط = ف ث ÷ ك ث

∴ ط = ١٠١ر٥٤٠ ÷ ٧١ر٣٦٣ = ١ر٤٢٣

تعقيب :

تناولنا فى هذا الفصل كيفية استخدام تحليل الكلفة والفائدة والامور التى ينبغى مراعاتها فى التحليل ،ونحاول فى هذه الخاتمه بيان أهمية تحليل الكلفة والفائدة واستخداماتها .. وتبدو أهميه تحليل الكلفة والفائدة فى :

١ - مساعدة صانعى القرارات فى صناعة الاختيارات المناسبة للنظم التى يرغبون فى التخطيط لها ، حيث يمكن فى ضوء استقاطات هذا التحليل تحديد الاعتمادات المالية والمصادر الاقتصادية .

٢ - الاستفادة من المؤشرات الخاصة بالمجالات المحددة للنظام ، هذا بالاضافة الى دراسة أو البحث فى الاعتمادات المالية الممكن تخصيصها للحصول على المدخرات الكاملة للنظام والتخلص من مجالات الفقد أو المجالات المشكوك فى جدواها .

٣ - اقتراح الاختيارات الاضافية التى تساهم فى حل التعقيدات الناتجة عن تجريب الاختيارات الاساسية .

٤ - تحديد أهمية العمل المناسب للعناصر العامة والخاصة بالنظام المختار - وذلك لتحديد مستويات الفعالية (٦٦ : ١٢٤) .

الفصل العاشر

الأسس الرياضية للتخطيط التعليمي

ختاما لهذا الجزء نتناول فى هذا الفصل الأسس الكمية للتخطيط التعليمى كمؤشر رياضى لاغنى عن استخدامه عند التفكير فى مستقبل التعليم والتخطيط له .. وتتضمن هذه الأسس العمليات والعلاقات الرياضية وطريقة التفكير التى تساعد المخطط أو الباحث فى مجال مستقبل التعليم والعمالة فى ابتكار السبل التصورية لمدخلات ومخرجات التعليم .

ويعتبر التخطيط - فى صورته الاجرائية - عملية حركة مستمرة من الأهداف الشكلية للمجتمع أو المؤسسة المراد التخطيط لها ، وما يرتبط بهذه الأهداف من بيانات واستراتيجيات محدده الى الاختبار ومحاولة التنفيذ والتقويم وما يترتب على هذا التقويم من تغذية رجعية لكل خطوة من خطوات هذه العملية .

ومن هذا المنطلق يعتبر التخطيط تحديدا لما ينبغى القيام به من اجراءات فعلية أوعملية فى سبيل الوصول الى الهدف المنشود ، كما انه بهذا المفهوم يعتبر سابقا لكل فعل أو عمل . فهو تصور اسقاطى توقعى يحدد المتطلبات والاختبارات المحققة لهذه المتطلبات وتكاليفها ، وفعالية المدخلات المستخدمه .

ويوجد العديد من المداخل التخطيطية أهمها : مدخل أو طريقة الطلب الاجتماعى على التعليم ، وتستخدم هذه الطريقة فى الدول الاشتراكية التى ترغب فى توفير مكان لكل من يرغب فى التعليم ، ومهمة المخطط فى هذه الحالة هى تحديد عدد الذين يرغبون فى التعليم مستقبلا .

ومدخل او طريقة العائد : وفيها يتم التخطيط للتعليم بغرض الحصول على اكبر عائد ممكن بأقل تكلفة . واخيرامدخل القوىالعاملة ، أى التخطيط للتعليم واخضاعة لانتاج القوى العاملة (1). واياكان المدخل الى التخطيط فان عملية التخطيط تقوم عى عدة محاوروأسس يمكن تناول الاسس الكمية منها فيما يلى :

(١٠-١) **تحديد واقع المجال المراد التخطيط له :**

ان وضع أو بناء أى خطة لايأتى من فراغ . حقيقة أنالخطة تصورللمستقبل ، ولكن هذا التصور لابدوأن يكون فى ضوءالواقع الفعلى الموجود ، فلا يمكن وضع خطة تتكلف مئات المليارات من الجنيهات أو الدولارات فى دولة دخلها القومى اقل من تكاليف الخطة ، كمالايمكن وضع خطة تعليمية تكاليفها مائة مليار دولارفى دولة يحتاج التعليم فيها الى مائتى مليارسنويا .

ولايقتصر الامر على التكاليف والتمويل ، بل يشمل ايضا واقع اعداد المعلم وعدد المقبولين من التلاميذ ، هذا بالاضافة الى الاسس أو العوامل السياسية الموجودة فى المجتمع .. كل هذا يعتبر مؤشرات لها أثرها الفعال على سير تنفيذ الخطة .

---

(1) للمزيد من التفاصيل يمكن الرجوع الى :
- عبدالله السيد عبدالجواد "التخطيط للتعليم العالى" رسالة دكتوراة ، ص ٢٢٨ .

ويحتوى تحديد واقع النسق التربوى المخطط له على تحليل أنشطة هذا النسق وما يحتوى اليه من معلومات وما يرتبط به من مجالات أخرى من أنشطة هذه المجالات تتصل به بصورة مباشرة أو بصورة غير مباشرة .

فعندما يكون النسق التربوى المخطط له هو التعليم فان المخطط يركز اهتمامه على تحليل المعلومات الخاصة بالتركيب السكانى ، وحاجات المجتمع من التعليم ، ومطالب التعليم ، ومصادر الانفاق عليه ، وذلك قبل التفكير فى مقومات الخطة القومية والخطط التفصيلية المشتقة منها .

ويهدف تحليل التركيب السكانى الى الوقوف على عدد المراد تعليمهم بالاضافة الى الذين هم فى سن التعليم ، ومعدلات نموهم وتدفقهم داخل النظام التعليمى ، ونسب المقيدين فى كل مرحلة من مراحل التعليم المختلفة بالنسبة لمن هم فى نفس السن . وتبدو أهمية هذا التحليل بوضوح لانه بدون استخدامه لايمكن الحصول على صورة واقعية وكاملة من الحالات التعليمية للسكان ، وخصائصها ، وعلاقة ذلك بحاجات القوى العاملة والنمو الاقتصادى والاجتماعى للمجتمع .

ويستخدم المخططون التربويون خرائط تخطيطية لهذا التحليل يحددون عليها الحاجات التعليمية القائمة بكل منطقة ومطالب التعليم ، والتركيب السكانى ، وحالات المواليد والوفيات ، وحجم النمو الطبيعى ، هذا بالاضافة الى بعض الأدلة ، وبصفة عامة يحتاج المخطط الى :

(١٠-١-١) **المعلومات الخاصة بالنمو السكانى ومنها :**

١) نسبة الذكور للاناث أو نسبة الجنس (٨ : ٢١) وتحدد من العلاقة :

نسبه الجنس = $\frac{ذ}{ث} \times ك$ (١٠-١)

حيث : .

ذ عدد الذكور فى أى تعداد .

ث عدد الاناث فى نفس التعداد .

ك دليل قد يكون ١ أو ١٠٠ أو ١٠٠٠ أو ...

٢) نسبه الخصوبة (٦٧ : ٦٥) وتتحدد من العلاقة : .

نسبه الخصوبة = $\frac{ب_{٠-٤}}{ث_{١٥-٤٩}} \times ك$ (١٠-٢)

حيث : .

$ب_{٠-٤}$ عدد الاطفال من الجنسين والاصغر من سن الخامسة .

٣) نسبة التوزيع السكانى : . وتبين نسبة عدد سكان أى منطقة بالنسبة لجملة السكان فى المجتمع ككل (٦٧:٢٥) وتتحدد من العلاقة : .

نسبة التوزيع السكانى = $\frac{ب_{ل}}{ب} \times ك$ (١٠-٣)

حيث : .

$ب_{ل}$ عدد الأفراد فى المنطقه ل .

ب جملة أفراد المجتمع ككل .

٤) نسبة الازدحام أو التخلخل السكانى : . وفيها يتم تحديد عدد الأفراد الذين يعيشون فى الكيلومتر المربع (٦٧ : ٢٨) وتتحدد من العلاقة : .

الكثافة السكانية = $\frac{ب_{ل}}{ح_{ل}}$ (١٠-٤)

حيث : .

$ح_{ل}$ مساحة المنطقة ل بالكيلومتر المربع .

٥) نسبة الزيادة السكانية = $\frac{س_٢ - س_١}{س_١}$ (١٠-٥)

حيث :

$س_١$ التعداد الأول للسكان ، $س_٢$ التعدادالثانى .

فاذا رمزنا لنسبه التزايد السكانى خلال عام واحد.... بالرمز "ر" فان :

$$ر = \frac{س_٢ - س_١}{س_١} = \frac{س_٢}{س_١} - ١$$

ومنها

$$\frac{س_٢}{س_١} = ١ + ر \qquad (١٠-٦)$$

فاذا كان الفارق الزمنى بين التعدادين ن سنـــه ، فان العلاقة السابقه تأخذ الصورة :

$$\frac{س_٢}{س_١} = (١ + ر)^{ن} \quad ..... \qquad (١٠-٧)$$

وبأخذ لوغاريتمات الطرفين للأساس الطبيعى "هـ" فان :

$$لو \frac{س_٢}{س_١} = ن لو (١ + ر) \quad ... \qquad (١٠-٨)$$

وحيث ان ر كمية صغيرة فان :

$$لو(١ + ر) = ر$$

وبالتعويض فى العلاقة (١٠-٨) نحصل على :

$$لو \frac{س_٢}{س_١} = ن ر$$

$$\therefore \quad \frac{س_٢}{س_١} = هـ^{ن ر}$$

ومنهـــا $س_٢ = س_١ هـ^{ن ر}$

وبصفه عامة ، **يتحدد عدد السكان "س" فى السنه "ر"**

معرفة عدد السكان فى سنة الاساس "س٠" ومعدل النمو السنوى للسكان وعدد السنوات من العلاقة :

$$س_ر = س_٠ \, هـ^{ر ن} \qquad (١٠-٩)$$

وفى ضوء العلاقه السابقة يمكن ملاحظة أن النموالسكانى لايتم بطريقة خطية حتى عند ثبات معدل التزايدالسنوى.

مثال :

اذا كان من المحتمل ان يصل عدد سكان العالم فى سنة ٢٠٤٥ بمايقرب من ١٥ بليون نسمه ، فما هو العدد الحالى لسكان العالم (١٩٨٣) علما بان عدد السكان طبقا لاحصاء سنة ١٩٧٠ (٣ر٦ بليون نسمه) .

الحل :

$$س_{١٩٧٠} = ٣ر٦ \text{ بليون نسمة .}$$

$$س_{٢٠٤٥} = ١٥ \text{ بليون نسمة .}$$

$$ن = ٧٥ \text{ سنة .}$$

من العلاقة (١٠-٩) :

$$س_{٢٠٤٥} = س_{١٩٧٠} \times هـ^{٧٥ ر}$$

$$١٥ = ٣ر٦ \; هـ^{٧٥ر}$$

$$\therefore \; هـ^{٧٥ر} = \frac{١٥}{٣ر٦}$$

بأخذ لوغاريتمات الطرفين للأساس الطبيعى (هـ)

$$\therefore \; ٧٥ \, ر = لو \frac{١٥}{٣ر٦} = ١ر٤٢٧١١٦٤$$

$$\therefore \; ر = ٠ر٠١٩٠٢٨٢$$

أى أن نسبه الزيادة السنوية للسكان أقل من ٢٪ . من العلاقة (١٠-٩) :

$$س_{١٩٨٢} = س_{١٩٧٠} \times هـ^{١٣ر}$$

$$١٣ \times ٩٠٢٨٢ ١ر٠$$

$$= ٦ر٣ \times هـ$$

= ٤ر٦١ بليون نسمة

٦) معدل المواليد : ويقدر بنسبه عدد المواليد خلال سنة كاملة الى جملة أفراد المجتمع فى منتصف تلك السنة (أى فى أول يوليو منها) .

وفى العادة يتم حساب هذا المعدل بعد المواليد لكل ١٠٠٠ نسمة (٦٧ : ٣٥) أى أن :

$$\text{معدل المواليد} = \frac{\text{عددالمواليد}}{\text{عددالسكان}} \times ١٠٠٠$$

$$= \frac{د}{س} \times ١٠٠٠ \qquad (١٠-١٠)$$

ويقدر عدد السكان فى منتصف العام بالعلاقة

$$س = س_{١} + \frac{١}{٢} (س_{٢} - س_{١}) \qquad (١٠-١١)$$

حيث $س_{١}$ عدد السكان فى أول العام ، $س_{٢}$ عددالسكان فى نهايته .

وينبغى على المخطط التربوى أن يضع فى الحسبان عدد الذين لم يسجلوا فى قوائم المواليد ، ويستخدم لذلك معدل يطلق عليه معدل الخطأ - يتم حسابه بقسمة عدد المواليد الفعلى فى العام الذى تم تقدير السكان فيه - لان التقدير لايتم سنويا ويستعاض عنه بالتقدير بالعينة أو ....على الذين تم تسجيلهم فى كشوف المواليد ، ويستخدم هذا المعدل حتى يستبدل بمعدل جديدطبقا للتعداد التالى .

أى أن : .

معدل المواليدالمصحح = معدل المواليد × معدل الخطأ

..... (١٠-١٢)

ويفضل فى التعدادات الحديثة ، وبخاصة بالنسبة لما يتم فى الأمم المتحدة عند حساب معدل المواليد نسب عدد المواليد الى عدد السيدات الذين هم فى السن من ١٥ حتى ٤٩ أى أن (٦٧ : ٤١٠) :-

$$\text{معدل المواليد} = \frac{\text{د}}{\text{ث}_{\text{١٥}-\text{٤٩}}} \times \text{ك} \qquad (\text{١٠}-\text{١٣})$$

ولما كان هذا المعدل يتأثر بسن السيدة ، لذا يستعاض عن العلاقة السابقه (٦٧ : ٤٧٠-٥٧) بالعلاقه : .

$$\text{معدل المواليد} = \sum_{\text{ز}=\text{١٥}}^{\text{٤٩}} \text{ك} \left(\frac{\text{د}_{\text{ز}}}{\text{ث}_{\text{ز}}}\right) = \text{٥} \sum_{\text{ى}=\text{٤}}^{\text{١٠}} \text{ك} \left(\frac{\text{د}_{\text{ى}}}{\text{ث}_{\text{ى}}}\right)$$

..... (١٠-١٤)

ويلاحظ تقسيم الفترة من ١٥-٤٩ الى ٧ فترات كل منها تمثل خمس سنوات : .

ويتحدد عدد المواليد الاحياء بالنسبة لكل فترة من الفترات السبع السابقة (١ : ١٠٩) بالعلاقة : .

$$\text{لو د}_{\text{ى}} = \text{أ}_{\text{٠ى}} + \text{أ}_{\text{١ى}}\,\text{لو خ} + \text{أ}_{\text{٢ى}}\,\text{لو ع} + \text{أ}_{\text{٣ى}}\,\text{لو ت} + \text{أ}_{\text{٤ى}}\,\text{لو ك} + \text{ط}_{\text{ى}} \qquad (\text{١٠}-\text{١٥})$$

حيث : .

$\text{أ}_{\text{لى}}$ ، $\text{ط}_{\text{ى}}$ ثوابت عددية ، (ل = ٠ ، ١ ، .... ، ٤)

وهذه الثوابت تتحدد بسن السيدة ، والقومية التى تنتمى اليها واتجاهات المجتمع نحو الانجاب والخصوبة .

$د_ى$ عدد المواليد لكل ١٠٠٠ سيده من السيدات الذين ينتمون لمجموعة العمر "ى" .

خ تشير الى نصيب الفرد من الدخل القومى .

ع تشير الى نسبة العمالة خارج مجال الزراعة .

ت تشير الى مستوى تعليم الأم .

ك تشير الى الكثافة السكانية .

وفى ضوء العلاقه السابقة يمكن تحديد عدد أطفال كل فوج من أفـواج المواليد الأحياء من العلاقة (٣٨ : ١٦٩ – ١٧٠).

$$د_ر = \underset{ى = ٤}{\overset{١٠}{مج}} د_ى \cdot ق_ى \quad ...... \quad (١٠-١٦)$$

حيث :

$ق_ى$ نسبة البقاء من المواليد بالنسبة لسيدات مجموعة العمر "ى" .

٧) معدل الوفيات ، ويرتبط بنسبة البقاء من المواليد ، وتحسب بنفس الطريقه المتبعة فى حساب معدلات المواليد. أى أنه يقدر بنسبة عدد الوفيات خلال سنة كاملة بالنسبة لجملة أفراد المجتمع فى منتصف تلك السنة (٦٧ : ٧١) ، أى أن :

$$معدل\ الوفيات = \frac{ف}{س} \times ١٠٠٠ \quad (١٠-١٧)$$

وفى ضوء العلاقه السابقة يمكن تحديد معدل الوفيات فى أى عمر ، وكذلك فى أى مجموعه عمرية ، وذلك باستبدال

العدد الاجمالى للوفيات "ق" بعدد الوفيات فى العمر "ز" ، أو فى المجموعة العمرية "ى" وكذلك استبدال العدد الاجمالى للسكان فى منتصف العام لجملة أفراد العمر "ز" ، أو المجموعة "ى" (٦٧ : ٨٩) .

وقد يستخدم المخطط التربوى طريقة أخرى لحساب معدل الوفيات ، وذلك بايجاد مقلوب متوسط عمر الفرد لكل ١٠٠٠ من السكان ، وفى هذه الحالة ينبغى أن يكن لديه معرفة بمتوسط عمر الفرد فى المجتمع (٦٧ : ٩٧-٩٨) . فعلى سبيل المثال اذا كان متوسط عمر الفرد فى مصر ٥٠ عاما ، فان معدل الوفيات فى هذه الحالة يقدر بحوالى ٢٠ فردا لكل ١٠٠٠ من السكان . وبالرغم من سهولة هذه الطريقة ، الا انها قد لاتفيد المخطط التربوى فى تحديدعدد الوفيات من الأطفال .

٨) معدلات الهجرة : وهذه المعدلات مهمة بالنسبة للمخطط التربوى ، وذلك لان الهجرة تؤثر على التقديرات والتوقعات المستقبلية . ويتحدد معدل الهجرة من أولى المنطقة المراد التخطيط للتعليم فيها بنسبة عدد المهاجرين منها أو اليها لكل ١٠٠٠ من السكان فى منتصف العام . وبناء عليه يستطيع المخطط تحديد المعدل الحقيقى للهجرة (٦٧ : ١٣٦) من العلاقة :

$$\text{المعدل الحقيقى للهجرة} = \frac{\text{عدد المهاجرين الى المنطقة} - \text{عدد المهاجرين من المنطقة}}{\text{عدد السكان فى منتصف العام}} \times ١٠٠٠ \quad .... \quad (١٠-١٨)$$

٩) معدل الزيادة الطبيعية فى السكان : ويقدر بالنسبة للمجتمع ككل فى حالة استقرار السكان وعدم الهجرة منه أو اليه بالفرق بين معدل المواليد ومعدل الوفيات أى انه يحدد من العلاقة :

معدل الزيادة الطبيعية = $\frac{د - ف}{س}$ × ١٠٠٠ (١٠-١٩)

ويمكن التنبؤ بمعدل الزيادة الطبيعية فى أى مجتمع اذا كان لدينا معرفة بعدد السنوات التى يتضاعف فيها عدد السكان (٦٧ : ١١٧) حيث يمكن تحديد معدل النمو الطبيعى من العلاقة :

معدل النمو الطبيعى للسكان = $\frac{٧٠}{عدد سنوات تضاعف السكان}$ ...(١٠-٢٠)

وبصفة عامة ، تتحدد نسبة الزيادة فى سكان المجتمع من العلاقة :

نسبه الزيادة فى السكان = ($\frac{د - ف}{س}$ + $\frac{ج_د - ج_خ}{س}$) (١٠-٢١)

حيث :

$ج_د$ عدد الافراد المهاجرين الى المجتمع .

$ج_خ$ عدد الافراد المهاجرين من المجتمع .

١٠) التركيب العمرى للسكان : فى ضوء المعدلات السابقة يقوم المخطط التربوى بتحديد التركيب العمرى للسكان ، وذلك لاهمية هذا التركيب فى تحديد المراد اعالتهم وتعليمهم . وتتحدد معدلات من يعولهم المجتمع من الصغار - الأقل من ١٥ سنه - والكبار - الاكبر من ٦٤ سنه - من العلاقات (٦٧ : ١٦٤ - ١٦٥) الآتية :

معدل اعالة الصغار = $\frac{النسبه المئوية للأفراد الأصغر من ١٥ سنه}{النسبة المئوية للافراد من ١٥ حتى ٦٤ سنه}$ × ١٠٠

(١٠-٢٢)

معدل اعالة الكبار = $\frac{النسبة المئوية للأفراد الأكبر من ٦٤}{النسبة المئوية للافراد من ١٥ حتى ٦٤}$ × ١٠٠

.... (١٠-٢٣)

$$\text{معدل الاعالة الاجمالى} = \frac{\text{النسبة المئوية للأفراد الأقل من ١٥ و الاكبر من ٦٤}}{\text{النسبة المئوية للأفراد من ١٥ حتى ٦٤}} \times ١٠٠$$

(١٠-٢٤)

(١٠-١-٢) المعلومات الخاصة بالنمو التعليمى والقيد الطلابى ومعدلات التدفق :-

تعتبر صور القيد الطلابى ومعدلات التدفق التعليمى من نجاح ورسوب وتسرب من المؤشرات الاساسية التى لا غنى عنها لكى يقف المخطط التربوى على واقع النظام التعليمى المراد التخطيط له ، ويستطيع ان يرسم صورة واضحة لشكل المدخلات والمخرجات التعليميه ، ومسار هذه المدخلات وامكانية المقارنه بينها .

ولا يقتصر هذا البند على الاحصاءات الخاصة بعدد الطلاب والتلاميذ بمراحل وانواع التعليم المختلفة ، ومعدلات النمو بها ، بل يشمل علاقة هذا النمو بالنمو السكانى ، والزيادة فى عدد المدارس والمؤسسات التعليمية وما تحوية من فصول ومعامل وورش ، والزيادة فى عدد المدرسين ، وأيضا أثر القصور فى النظام التعليمى على الأفراد والمجتمع .

ويتعامل المخطط التربوى فى تحليله للواقع التعليمى مع الكثير من المؤشرات المتعلقة بالقيد الطلابى ومعدلات التدفق ، ومن هذه المؤشرات والأدلة ما يلى :-

١ - الاستيعاب التعليمى : من المشكلات التى تواجهها المجتمعات النامية عدم قدرة مؤسساتها التعليمية على استيعاب كل من هم فى سن التعليم بهذه المؤسسات . وبصفة عامة ، نلاحظ ان عدد المقيدين بالمؤسسات التعليميه فى جميع المجتمعات أقل من أو يساوى عدد السكان الذين هم فى سن التعليم بهذه المؤسسات (١١٧ : ٧١) اى ان :-

$$ق_{ز} \cdot ط_{ن} \leq س_{ز} \qquad (١٠-٢٥)$$

حيث :

ز تشير الى الزمن ، ويستخدم فى العادة سنة دراسية . ، ق مصفوفة - رتبتها (أ × ن) - مستويات النشاط $ق_{ل ك ز}$ ، حيث يشير كل مستوى من مستويات النشاط الى عدد الطلاب أو التلاميذ فى مستوى العمر "ل" فى المستوى التعليمى "ك" اثناء الفترة الزمنية "ز" .

، ل = دليل مستوى العمر ، أى عنصر من عناصر مستويات العمر " أ " .

، ك = دليل المستوى التعليمى الذى يمثل عنصر من عناصر مستويات التعليم " ن " .

$ط_{ن}$ = عامل عمودى رتبته "ن×١" وعناصره وحدات = [١، ١، ١ .... ١، ١، ١] ، وهذا العامل مهم فى تحديد عدد المقيدين بكل مرحلة .

س = عامل عمودى رتبته "أ×١" ويضم القيم $س_{ل}$ ، والتى تمثل كل قيمة عدد الأطفال أو الأفراد فى مجموعة العمر ل فى الفترة المحددة .

وفى ضوء العلاقة (١٠-٢٥) يمكن تحديد عدد المقيدين بالمستوى التعليمى الأول " مثلا " ، وذلك بضرب عناصر الصف الأول من المصفوفة فى عناصر العامل " $ط_{ن}$ " ، فاذا قسمنا الناتج على العنصر المقابل من العامل "س" فاننا نحصل على معدل استيعاب هذا المستوى التعليمى من الافراد الذين هم فى سن التعليم اى ان :-

$$\text{معدل الاستيعاب بالمستوى التعليمي} = \frac{\text{عدد الذين تم استيعابهم واستمرارهم في الدراسة}}{\text{عدد الافراد في سن التعليم بمؤسسات هذا المستوى التعليمي}} \times 100 \qquad (٢٦-١٠)$$

فعلى سبيل المثال ، اذا كان عدد الأفراد فى الفتره من سن ٦ حتى سن ١٥ سنة بمصر ١١ مليون طفلا ، واذا كانت جملة الموجود منهم فى مرحلة التعليم الأساسى بأنواعها المختلفة أو اكملوها ٧ر٧ مليون ، فما هو معدل الاستيعاب بمرحلة التعليم الأساسى ؟

واضح من العلاقة (١٠-٢٦) أن :-

$$\text{معدل الاستيعاب بالتعليم الاساسى} = \frac{٧ر٧}{١١} \times ١٠٠ = ٧٠ \%$$

أى أن هذه المرحلة تستوعب ٧٠ ٪ من الافراد الذين هم فى سن التعليم بها .

ويستطيع المخطط التعليمى ان يحدد - بصفه عامة - عدم قدرة المؤسسات التعليمية على استيعاب كل من هم فى سن التعليم بها . فعلى سبيل المثال يمكنه (٣١ : ١٢٨) تحديد عدم قدرة التعليم الاساسى على استيعاب من هم فى سن التعليم الاساسى من العلاقة :-

$$ع_{ف} = (\bar{س} - \bar{س}_{ق}) - (ق - ق_{+15}) - ذ_{خ} \qquad (٢٧-١٠)$$

حيث :-

$ع_{ف}$ تشير الى الذين لم تستطيع مؤسسات التعليم الاساسى استيعابهم .

، $\bar{س}$ عدد السكان فى سن التعليم الاساسى .

$س_{ن}$ عدد الافراد الذين أكملو التعليم الاساس ولا زالوا فى سن هذا التعليم .

ق عدد المقيدين بموسسات التعليم الاساس العامة .

$ق_{+١٥}$ عدد المقيدين بموسسات التعليم الاساس وسنهم أكبر من سن هذا التعليم .

$ذ_{خ}$ عدد المقيدين من التلاميذ فى المدارس الاجنبيه والخاصة وسنهم فى سن التعليم الاساس .

ففى المثال السابق اذا كان عدد المقيدين بموسسات التعليم الاساسى العامة ٦٫٨ مليون منهم ٠٫٧ أكبر من سن ١٥ سنة ، وعدد المقيدين بالتعليم الاجنبى والخاص (٦ – ١٥) يساوى تقريبا مليون متعلم ، وان الذين اكملوا التعليم الاساس وسنهم أصغر من ١٥ سنة يقدر بحوالى ٠٫٦ مليون متعلم ، فما عدد الافراد الذين عجزت موسسات التعليم الاساس عن استيعابهم .

الحـل :

من العلاقة (١٠ – ٢٧) :-

$س'$ = ١١ مليون نسمة .

$س_{ن}$ = ٠٫٦ مليون نسمة .

ق = ٦٫٨ مليون .

$ق_{+١٥}$ = ٠٫٧ مليون .

$ذ_{خ}$ = مليون نسمة .

∴ $ع_{ف}$ = (١١ – ٠٫٦) – (٦٫٨ – ٠٫٧) – ١

= ١٠٫٤ – ٦٫١ – ١

= ٣٫٣ مليون نسمة .

معدل عدم الاستيعاب = $\frac{ع_{ف}}{س'}$ × ١٠٠

$$= \frac{٣و٣}{١١} \times ١٠٠ = ٣٠ \% \quad .$$

٢ ـ معدلات القبول : وتختلف هذه المعدلات عن معدلات الاستيعاب فى اقتصارها على ابواب مدخلات المراحل التعليمية ، حيث يقدر معدل القبول فى أى مرحلة من العلاقة :ـ

$$\text{معدل القبول} = \frac{\text{عدد المقبولين بالمرحلة التعليمية}}{\text{جملة الافراد الذين هم فى سن القبول بالمرحلة}} \times ١٠٠$$

(١٠ـ٢٨)

فاذا كان عدد الاطفال فى السن من ٦ـ٧ حوالى ٧٥٠ ألف طفل ، وتم قبول ٦٧٠ر٥٠٠ طفل ، فان معدل القبول فى هذه الحالة طبقا للعلاقة السابقة :ـ

$$\text{معدل القبول بالتعليم الأساسى} = \frac{٦٧٠ر٥٠٠}{٧٥٠ر٠٠٠} \times ١٠٠ = ٩٠ \%$$

٣ ـ نسبة الامية : كثير ما يترتب على عجز النظام التعليمى عن استيعاب كل من هم فى سن التعليم ، او عجزه فى الاحتفاظ بكل من يلتحق به نوعا من الاميه وبخاصة بين الافراد الاكبر من سن ١٥ سنة . وتتحدد نسبة الامية (١٣٥ : ١١٥) بالنسبة للافراد الاكبر من سن ١٥ من العلاقة :ـ

$$\text{نسبة الاميه} = \text{لو } أ_{٠} + أ_{١}\text{لو}س_{١} + أ_{٢}\text{لو } س_{٢} + ط \qquad (١٠ـ٢٩)$$

حيث :

$أ_{٠}$ ، $أ_{١}$ ، $أ_{٢}$ ثوابت عددية ، ط خطأ معيارى .

، $س_{١}$ = نصيب الفرد من اجمالى الناتج العام .

، $س_{٢}$ = نسبة الافراد الاصغر من سنن ٥ .

٤ ـ معدلات التدفق : ينبغى على المخطط ان يكون على دراية بحركة المتعلمين داخل النظام التعليمى ، ابتداء من الالتحاق بالمرحلة الاولى حتى تخرجهم من أنواع ومراحل التعليم

المختلفة ، سواء أخذت هذه المخرجات صورا كاملة ، أم كانت ناقصة فى صورة تسرب .

وحيث أن المدخلات من المتعلمين فى بداية العام الدراسى يكافؤ تماما المخرجات من المتعلمين حتى الانتهاء من العام الدراسى ، أى أن العلاقة بين المدخلات ومخرجات السنة الدراسية تتحدد بالمعادلة : .

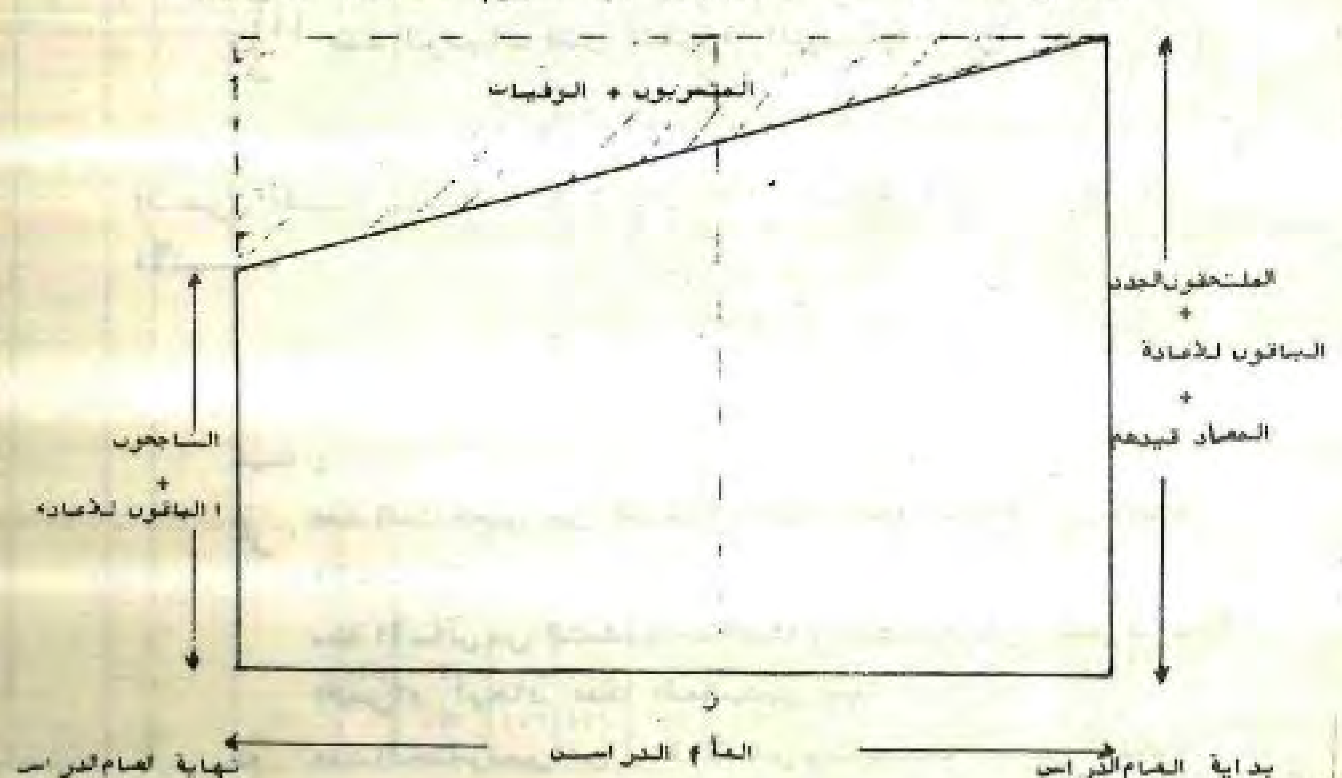
عددالملتحقين الجدد + عددالمعادقيدهم + عددالراسبين فى نفس الفرقة من العام السابق

= عددالناجحين أوالمنقولين الى الفرقة أومرحلة أعلى

+ عدد الراسبين + عددالوفيات + عدد الذين سيبقون للاعادة فى العام الدراسى التالى .

..... (١٠-٣٠)

ويوضح الشكل التخطيطى (١٠-١) مفهوم العلاقة السابقة



الشكل التخطيطى (١٠ - ١) لبيان مدخلات العام الدراسى ومخرجات من الطلاب ـــــ (٢٧ : ٥٢) .

وبصفة عامة ، يقدر عدد الطلاب المقيدين فى أى فترة "ز" من الفترات الدراسية (٢٧ : ٥٩) بالعلاقة :

$$ق_{ز} = د_{ز} + ر_{ز} - ت_{ز} - ف_{ز}^{(1)} \qquad (١٠-٣١)$$

حيث :

$ق_{ز}$ عدد المقديدين فى الفترة الزمنية "ز".

$د_{ز}$ عدد المستجدين أو الملتحقين الجدد.

$ر_{ز}$ عدد الباقين للاعادة فى نفس الفرقة من العام الدراسى السابق . أوالفترة الدراسية (ز-ك) فىحالة نظام الترم الدراسى .

$ت_{ز}$ عددالمتسربين قبل الفترة الزمنية "ز" .

$ف_{ز}^{(1)}$ عددالوفيات قبل الفترة الزمنية "ز" .

ويستطيع المخطط الحصول على نفس النتيجة التى يمكن الحصول عليها بالعلاقة (١٠-٣١) اذا استخدم العلاقة (٢٧ : ٥٩) الآتيـة :

$$ق_{ز} = ج_{ز} + ت'_{ز} + ر_{ز+ك} + ف_{ز}^{(2)} \qquad (١٠-٣٢)$$

حيث :

$ج_{ز}$ عددالناجحين من النظام التعليمى ابتداء من سنة الاساس (المراد التقديرفيها) حتىانتهاءالملتحقين فى سنة الأساس من التعليم بالنظام التعليمىأو المرحلة المراد ايجاد عدد المقيدين بها .

$ت'_{ز}$ عددالمتسربين فى سنة الأساس ومابعدها (بنفس الفكرة السابقة) .

$ر_{ز+ك}$ عدد الباقين للاعادة من فوج سنة الأساس .

$ف^{(٢)}_{ز}$ عدد الوفيات خلال سنة الأساس ومابعدها .

مثال :-

اذا كانت المعلومات الخاصة بالتدفق الطلابى فى مدرسة من مدارس التعليم الأساسى معطاه بالجدول (١٠-١) ، فما عدد المقيدين فى السنة "٠" وذلك باستخدام العلاقتين (١٠-٣١) ، (١٠-٣٢) ، علما بأن معدل الوفيات فى الفرق الثلاث الأولى ٤٪ ، وفى الفرقتين الرابعة والخامسة ٣٪ ، وفى الفرق الاربع الأخيرة ٢٪ (مثال افتراضى) .

الجدول رقم (١٠-١)
توزيع تلاميذ الأفواج التسعة على الفرق الدراسية

الفرقة الدراسية	السنوات																	
	-٨	-٧	-٦	-٥	-٤	-٣	-٢	-١	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
اولى مستجدون	١٣٠	١٢٥	١٤٢	١٥٠	١٦٠	١٧١	١٨٥	٢٠٠	٢١٥									
ثانية مستجدون		١٢٢	١٢٧	١٣٢	١٣٨	١٤٨	١٥٠	١٦٠	١٦٧	١٨٢								
باقون		٤	٥	٦	٧	٩	١٤	١٩	٢٣	٢٨	٣٢							
الجملة		١٢٦	١٣٢	١٢٨	١٤٥	١٥٧	١٦٤	١٧٩	١٩٠	٢١٠								
ثالثة مستجدون			١١٠	١١٤	١١٩	١٢٥	١٣٢	١٣٩	١٤٧	١٥٥	١٦٤							
رابعة مستجدون				٩٠	٩٥	١٠٠	١٠٥	١١٠	١١٥	١٢٤	١٣١	١٤٣						
باقون				٥	٦	٨	١٠	١٣	١٧	١٩	٢٥	٣٠	٣٦					
الجملة				٩٥	١٠١	١٠٨	١١٥	١٢٣	١٣٢	١٤٣	١٥٦	١٧٣						

تابع الجدول ١٠١ – ١١

الفرقة الدراسية	السنوات																	
	–٨	–٧	–٦	–٥	–٤	–٣	–٢	–١	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
خامسة																		
مستجدون					٧٨	٨١	٨٥	٩٠	٩٦	١٠٣	١١٠	١١٧	١٢٥					
سادسة																		
مستجدون						٦٧	٦٩	٧١	٧٤	٧٧	٨١	٨٢	٨٥	٩١				
باقون						٤	٥	٦	٦	١٠	١٤	٢٠	٢٣	٢٧	٣١			
الجملة						٧١	٧٤	٧٧	٨٠	٨٧	٩٥	١٠٢	١٠٨	١١٨				
سابعة																		
مستجدون							٥٠	٥٤	٥٦	٥٩	٦٢	٦٣	٦٩	٧٢	٨١			
باقون							٥	٤	٥	٧	٩	١٥	٢٠	٢٤	٢٩	٣٤		
الجملة							٥٥	٥٨	٦١	٦٦	٧١	٧٨	٨٩	٩٧	١١٠			
ثامنة																		
مستجدون								٤٠	٤٢	٤٤	٤٦	٤٧	٥٤	٦٠	٦٥	٧٤		
باقون								٤	٤	٦	٧	٨	١٠	١٣	١٤	١٧	٢١	
الجملة								٤٤	٤٦	٥٠	٥٣	٥٥	٦٤	٧٣	٧٩	٩١		
تاسعة																		
مستجدون									٣٥	٣٧	٣٨	٤٠	٤٣	٤٩	٥٥	٦٠	٦٥	
باقون									٧	٨	١٠	١٢	١٤	١٧	٢٠	٢٢	٢٦	٣٠
الجملة									٤٢	٤٥	٤٨	٥٢	٥٧	٦٦	٧٥	٨٣	٩١	

جملة المقيدين فى سنة الأســــاس "صفر" = ١٠٠٩

الحل :

فى ضوء الجدول (١٠ – ١) ومعدل الوفيات يمكن تقدير عدد المتسربين كما هو موضح بالجدول (١٠ – ٢) .

الجدول (١٠ – ٢)
المتسربون والوفيات

الفرقة الدراسية		السنوات																	
		-٨	-٧	-٦	-٥	-٤	-٣	-٢	-١	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
الاولى	الفرق	٨	٨	١٠	١٢	١٢	٢١	٢٥	٣٢	٣٣									
	الوفيات	٥	٥	٦	٦	٦	٧	٧	٨	٩									
	المتسربون	٢	٢	٤	٦	٦	١٤	١٨	٢٥	٢٤									
الثانية	الفرق		١١	١٢	١٢	١١	١١	٦	٩	٧	١٤								
	الوفيات		٥	٥	٥	٥	٦	٦	٧	٧	٨								
	المتسربون		٦	٧	٧	٦	٥	صفر	٢	صفر	٦								
الثالثة	الفرق			٢٠	١٩	١٩	٢٠	٢٢	٢٤	٢٣	٢٤	٢١							
	الوفيات			٤	٥	٥	٥	٥	٦	٦	٦	٧							
	المتسربون			١٦	١٤	١٤	١٥	١٧	١٨	١٧	١٨	١٤							
الرابعة	الفرق				١١	١٢	١٢	١٢	١٠	١٠	٨	٩	١٢						
	الوفيات				٣	٣	٣	٣	٤	٤	٤	٥	٥						
	المتسربون				٨	٩	١٠	٩	٦	٦	٤	٤	٧						
الخامسة	الفرق					١١	١٢	١٤	١٦	١٩	٢٢	٢٨	٣٢	٣٤					
	الوفيات					٢	٢	٢	٣	٣	٣	٣	٤	٤					
	المتسربون					٩	١٠	١١	١٣	١٦	١٩	٢٥	٢٨	٣٠					
السادسة	الفرق						١٦	١٤	١٥	١١	١١	١٢	١٠	٨	٦				
	الوفيات						١	١	٢	٢	٢	٢	٢	٢	٢				
	المتسربون						١٥	١٣	١٣	٩	٩	١٠	٨	٦	٤				
السابعة	الفرق							١١	١١	١٠	١١	٩	٤	٥	٣	٢			
	الوفيات							١	١	١	١	١	٢	٢	٢	٢			
	المتسربون							١٠	١٠	٩	١٠	٨	٢	٣	٤	صفر			
الثامنة	الفرق								٥	٣	٥	٥	٢	٢	٤	٢	٥		
	الوفيات								١٠	١	١	١	١	١	١	٢	٢		
	المتسربون								٤	٢	٤	٤	١	١	٣	صفر	٣		

تابع الجدول (١٠ - ٢)

الفرقة الدراسية	السنوات																	
	-٨	-٧	-٦	-٥	-٤	-٣	-٢	-١	صفر	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩
التاسعة																		
الجملة									٣٤	٣٥	٣٦	٣٨	٤٠	٤٦	٥٢	٥٧	٦١	
الوفيات									١	١	١	١	١	١	٢	٢	٢	
الناجحون									٣٣	٣٤	٣٥	٣٧	٣٩	٤٥	٥٠	٥٥	٥٩	
الوفيات	٥	١٠	١٥	١٩	٢١	٢٤	٢٦	٣٢	٣٤	٢٦	٢٠	١٥	١٠	٦	٦	٤	٢	
المتسربون	٣	٩	٢٧	٣٥	٤٤	٦٩	٧٨	٩١	٨٣	٧٠	٦٥	٤٦	٤٠	٨	صفر	٣		
الناجحون									٣٣	٣٤	٣٥	٣٧	٣٩	٤٥	٥٠	٥٥	٥٩	
المجموع	٨	١٩	٤٢	٥٤	٦٥	٩٣	١٠٤	١٢٣	١٥٠	١٣٠	١٢٠	٩٨	٨٩	٥٩	٥٦	٦٢	٦١	

من الجدول (١٠-١) نجد أن :

عددالمتسجدين (د) = ١٣٠ + ١٣٥ + ١٤٢ + ١٥٠ + ١٦٠
\+ ١٧١ + ١٨٥ + ٢٠٠ + ٢١٥=١٤٨٨ طفلا.

عددالباقين للاعادة (ب) = ٤ + ٥ + ٤ + ٥ + ٤ + ٧ = ٢٩ "

ومن الجدول (١٠-٢) نجد أن :

عددالمتسربين(ت) = ٣ + ٩ + ٢٧ + ٣٥ + ٤٤ + ٦٩ + ٧٨
\+ ٩١ = ٣٥٦ فردا .

عددالوافيات "ق(١)"= ٥ + ١٠ + ١٥ + ١٩ + ٢١ + ٢٤ +
\+ ٢٦ + ٣٢ = ١٥٢ فردا .

بالتعويض فى العلاقة (١٠-٣١) نحصل على :

ق٠ = ١٤٨٨ + ٢٩ - ٣٥٦ - ١٥٢ = ١٠٠٩ متعلما .

ومن الجدول (١٠-٢) نجد أن : .

عدد الناجحين (المنتهين من التعليم بهذه المرحلة)

نصفر = ٣٣ + ٣٤ + ٣٥ + ٣٧ + ٣٩ + ٤٥ + ٥٠ + ٥٥ + ٥٩ = ٣٨٧ طالبا .

ب = ٨٣ + ٧٠ + ٦٥ + ٤٦ + ٤٠ + ٨ + ٠ + ٣
= ٣١٥ فــردا .

ن = ٣٢ + ٣٦ + ٣١ + ٣٤ + ٢١ + ٣٠ = ١٨٤ فردا.

ومن الجدول (١٠-١) نجد أن : .

ف(٢) = ٣٤ + ٢٦ + ٢٠ + ١٥ + ١٠ + ٦ + ٦ + ٤ + ٢
= ١٢٣ فــردا .

من العلاقة (١٠-٣٢) : .

ق = ٣٨٧ + ٣١٥ + ١٨٤ + ١٢٣ = ١٠٠٩ متعلم .
وهى نفس النتيجة السابقـــة .

أى أن المخطط التربوى يستطيع فى ضوء العلاقتيـــن (١٠-٣١) ، (١٠-٣٢) تقدير عدد المقيدين فى سنه الأســاس - السنه المراد الانطلاق منها بالتخطيط - سواء بحساب ما هــو موجود بالفعل ، وما تم حدوثة بالفعل فى سنوات ما قبـــل سنه الأساس مع الأخذ فى الاعتبار جملة المقيدين بالفرقـــة الأولى من سنه الأساس ، أم بحساب ما هو متوقع لمصير هـــذه الأفواج الدراسية المنتهية مدخلاتها الطلابية بسنه الأســاس والبادئة مخرجاتها بسنة الاساس ايضا .

ولما كان المخطط التربوى لايتعامل اثناء التخطيط مع مدرسة أو مؤسسة تعليمية واحدة ، كما أنه لايتعامل مـــع

مستوى تعليمى ، أو حتى أفواج دراسية محددة ، لذا يفضل استخدام النسب والمعدلات التدفقية بدلا من الأعداد الخام لعدد المقيدين والناجحين أو المنقولين ، والراسبين والمتسربين ، وكذلك الوفيات . ومن هذه العلاقات مايلى :

معدلات الوفيات : ويستطيع المخطط الحصول على هذه المعدلات طبقا للعمر الزمنى أو المجموعة العمرية (٠ – ٤) ، (٥ – ٩) ، ... من التعدادات السكانية التى يقوم باعدادها الجهاز المركزى ، وتحدد معدلات الوفيات – بصفة عامة – من العلاقة :

$$\text{معدل الوفيات فى العمر "ز"} = \frac{\text{ف}_{\text{ز}}}{\text{س}_{\text{ز}}} \times ١٠٠ \qquad (١٠–١٧َ)$$

فاذا رمزنا لهذا المعدل بالرمز "$\text{و}_{\text{ز}}$" فان احتمال الوفيات فى الفترة الزمنية من "ز" حتى "ن" تتحدد (٣١ : ٧٤) من العلاقة :

$$\text{ح}_{\text{ز ن}} = ١ - \text{هـ}^{-\text{ز}\cdot\text{و}_{\text{ز}-\text{ن}} - \text{أ}\cdot\text{ز}^{٣}\cdot\text{و}^{٢}_{\text{ز}-\text{ن}}} \qquad (١٠–٣٣)$$

حيث أ مقدار ثابت يتحدد بالمجتمع وجدول الحياه به ، وتقدر بالنسبة للعالم ككل "٠٠٨ر٠" .

ويستطيع المخطط فى ضوء العلاقة السابقة ايجاد عدد الاحياء من الفوج فى أى عام ، اذا كان لديه معدل الوفيات فى المجموعة العمرية التى تضم العام المطلوب . وفى هذه الحالة يقدر عدد الاحياء من الفوج فى الفترة الزمنية من "ز" حتى "ن" من العلاقة :

$$\text{عدد الاحياء من الفوج خلال الفترة المطلوبة} = \text{عدد أفراد الفوج فى بداية الفترة} \times (١ - \text{ح}_{\text{ز ن}}) \qquad (١٠–٣٤)$$

وبناء على ذلك فـــان : .

عددالاحياء من الفوج فى أى سنه خلال الفترة المذكورة

$$= \text{عدد أفراد الفوج فى بداية الفترة} \times \left(1 - {}_{\text{ز}}\text{ح}_{\text{ن}}\right)^{\frac{\text{ل} - \text{ز} + 1}{\text{ن} - \text{ز} + 1}}$$

..... (١٠-٣٤)َ

حيث ل هى السنة المطلوبة .

مثال : .

اذا كان عدد ا وفيات بين الأطفال فى الفترة الزمنيــة (٥-٩) فى مجتمع ما ٢٪ ، وكان عدد الأطفال فى بداية هـــذه الفترة ٧٥٠ ألف نسمه ، فما عدد الأحياء منهم فى ســــن السابعة ، علما بأن أ = ٠٠٨ر٠ .

الحل : .

$\because$ $_{٥}\text{و}_{٩}$ = ٣ ٪ = ٠٣ر٠

$\therefore$ من العلاقة (١٠-٣٣) يمكن الحصول على احتمـــــال الوفيات خلال الفترة المذكورة

أى أن $_{٥}\text{ح}_{٩}$ = ١ ـ هـ$^{-٥(٠٣ر٠) - ٠٠٨ر٠ \times (٥)(٣ر٠)^{٢}}$

= ١٣٩٣٢٢ر٠

من العلاقة (١٠-٣٤)َ يمكن الحصول على عدد الأحياء مـــن الفوج فى سن السابعة

أى أن عدد الاحياء فى سن السابعة

$$= ٧٥٫٠٠٠ \times (١ - ٠٫١٣٩٣٢٣)^{\frac{٧-٥+١}{٩-٥+١}}$$

$$= ٧٥٫٠٠٠ \times ٠٫٩١٣٩١١٤ = ٦٨٥٤٣٤ \text{ طفلا .}$$

معدلات التسرب : وتقدر بنسبة عدد المتسربين لكل ١٠٠ فرد من الأفراد المقيدين فى بداية العام (المستجدون + الباقون للاعادة)

أى أن :

$$\text{معدل التسرب} = \frac{\text{عدد المتسربين}}{\text{عدد الملتحقين أو المستجدين + عدد الباقين للاعادة}} \times ١٠٠ \qquad (١٠-٣٥)$$

ويقدر عدد المتسربين من العلاقة :

$$\text{عدد المتسربين "}ت_{ز،ل}\text{"} = (د_{ز،ل} + ر_{ز،ل}) - (ج_{ز+١،ل+١} + ر_{ز+١،ل} + ف_{ز،ل}) \qquad (١٠-٣٦)$$

حيث :

$ت_{ز،ل}$ عدد المتسربين خلال السنة "ز" فى الفرقة الدراسية "ل" .

$د_{ز،ل}$ عدد المستجدين فى بداية السنه "ز" .

$ر_{ز،ل}$ عدد الباقين للاعادة فى الفرقة "ل" فى السنه "ز"

$ج_{ز+١،ل+١}$ عدد المنقولين الى الفرقة "ل+١" خلال العام الدراسى "ز+١" .

$ر_{ز+١،ل}$ عدد الراسبين فى الفرقة "ل" وسيبقون للاعادة خلال العام الدراسى "ز+١" .

$ف_{ز،ل}$ عددوالوفيات خلال العام الدراسى "ز"فىالفرقة "ل".

ويوجد نوعان من التسرب ، تسرب أثناء العام الدراسى وتسرب بين السنوات الدراسية ، ويقدر معدل التسرب فى الحالتين من العلاقتين الآتيتين :

معدل التسرب اثناء العام الدراسى

$$= \frac{\text{عددالمقيدين فى بداية العام} - (\text{المتقدمون للامتحان} + \text{الوفيات})}{\text{عددالمقيدين فى بداية العام}} \times ١٠٠ \quad (١٠-٣٧)$$

معدل التسرب بين السنوات الدراسية

$$= \frac{\text{عددالمنقولين للمرحلة أوالفرقة العليا} - (\text{العددالفعلى للملتحقين الجدد} + \text{الوفيات})}{\text{عددالمنقولين للمرحلة أوالفرقة العليا}} \times ١٠٠ \quad (١٠-٣٨)$$

معدلات الرسوب : وتنسب هذه المعدلات اما لعددالمقيدين فى بداية العام الدراسى (المستجدون + الباقون للاعادة) ، أو الى المتقدمين للأمتحان فى نهاية العام الدراسى ، أى أن

$$\text{معدل الرسوب} = \frac{\text{عدد الراسبين}}{\text{عددالمقيدين أوالمتقدمين للامتحان}} \times ١٠٠ \quad (١٠-٣٩)$$

$$\text{معدل البقاء للاعادة} = \frac{\text{عددالباقين للاعادة فى نفس الفرقة}}{\text{عددالراسبين فى العام السابق}} \times ١٠٠ \quad (١٠-٤٠)$$

أى أن عدد الراسبين فى العام السابق

= عدد الباقين للاعادة فى العام التالى + عدد المتسربين بعد رسوبهم .

معدلات النقل أو النجاح : وتحسب بنفس الطريقة المتبعة فى حساب معدلات الرسوب ، أى أن

$$\text{معدل النجاح أو النقل} = \frac{\text{عدد الناجحين أو المنقولين}}{\text{عدد المقيدين او المتقدمين للامتحان}} \times ١٠٠$$

.... (١٠-٤١)

وفى ضوء هذه المعدلات يستطيع المخطط التربوى أن يرسم صورة واضحة لمسار الافواج الدراسية داخل النظام التعليمى كما يستطيع أن يقدر بوضوح مخرجات النظام التعليمى بجميع مستوياته . فعلى سبيل المثال يمكنه تحديد عدد الأطباء الذين يتخرجون من فوج تعليمى ولد فى السنة "ن"، وذلك من العلاقة : .

$$ط = ج \prod_{ز = ن}^{ن + ٢٤} ب_{ز} \cdot \prod_{ز=ن+٦}^{ن + ٢٤} ق_{ز} \qquad (١٠-٤٢)$$

حيث : .

ط عدد الخريجين من الأطباء .

ج عدد المواليد الخاص بالفوج .

$\prod$ تشير الى عملية الضرب المتكرر .

$ب_{ز}$ معدل الأحياء فى السنة "ز" بالنسبة لهذا الفوج .

$ق_{ز}$ عدد الملتحقين أو المنقولين فى السنة "ز" .

وينطبق ذلك على كل مجالات النشاط الموجودة .

مثال : اذا أفترضنا أن عدد المواليد فى مصر سنه ١٩٦١ كان ٨٠٠ر٠٠٠ طفل ، وان احتمالات الوفاة و البقاء خلال السنوات

الماضية لهذا الفوج معطاه بالجدول (١٠-٣) وان احتمالات القبول بمراحل التعليم المختلفة والنجاح والنقل والالتحاق بالتعليم الثانوى وكلية التربية معطاه بالجدول (١٠-٤) ، فما عدد المدرسين المحتمل تخرجهم فى هذا العام من كليات التربية .

الجدول (١٠-٣) احتمالات الوفاة والبقاء

الفترة العمرية	٠ - ١	١ - ٤	٥ - ٩	١٠-١٤	١٥-١٩	٢٠-٢٢	$\prod$ ب ر
احتمال الوفاه	١٣٥ر٠	٠٧٨ر	٠١٧ر٠	٠٠٨ر٠	٠١٠ر٠	٠١٣ر٠	
احتمال البقاء	٨٦٥ر٠	٩٢٢ر٠	٩٨٣ر٠	٩٩٢ر٠	٩٩ ر٠	٩٨٧ر٠	٧٥٩٩١٤٢ر٠

الجدول (١٠ - ٤)

معدلات القبول والنجاح والنقل والالتحاق بمستويات التعليم

السنة	٦٧	٦٨ - ٧٠	٧١	٧٢	٧٣	٧٤-٧٥	٧٦	٧٧-٧٨	٧٩	٨٠-٨١	٨٢	٨٣
الحساب	قبول	نقل آلى ومراعاة التسرب	نجاح	نقل	نجاح	نجاح	التحاق بالثانوية	نجاح	التحاق بالتربية	نجاح	نجاح	نجاح
المعدل٪	٧٠	٧٥ سنويا	٨٠	٨٥	٦٠	٨٠	٥٠	٨٥	٢٠	٦٠	٨٠	٧٥

من العلاقة (١٠ - ٤٢) نلاحظ أن :

ج = ٨٠٠ر٠٠٠ طفل

$$\prod_{ز=١٩٦١}^{١٩٨٣} ب_ر = ٧٥٩٩١٤٢ر٠$$

$$\prod_{ن=1967}^{1983} ق_ن = 0.7 \times (0.75)^3 \times 0.8 \times 0.85 \times 0.6 \times (0.8)^2 \times 0.5 \times (0.85)^2 \times 0.2 \times (0.6)^2 \times 0.8 \times (0.75) = 0.0012035$$

عددالمحتمل تخرجهم منكلية التربية هذا العام (دورماىو ١٩٨٣)

= ٠٠٠ر٨٠٠ × ٧٥٩٩١٤٢ر٠ × ٠٠١٢٠٣٥ر٠

= ٧٣٢ خريجا من الفوج المولود فى عام ١٩٦١ .

٥) العلاقات الكمية بين المتعلمين ومدرسيهم والفصول والمعامل والورش :

اذا كان المخطط يهتم بمعدلات النمو والتدفق الطلابى ، فلابد أن يضع فى الحسبان مطالب هذا التدفق من المدرسين والفصول والمعامل والورش ، ولذا يستخدم بعض المؤشرات والعلاقات الكمية التى تتعلق بالنمو الطلابى وتدفقهم من ناحية ونمو المدرسين والفصول و.... من ناحية أخرى . ومن هذه العلاقات ما يلى : .

النسبة "معلم - متعلم" ولقد كان يستخدم فى حساب هذه النسبة قسمة عدد المتعلمين على عدد المعلمين والناتج يميز بالنسبة "معلم/عدد من المتعلمين) ، وكلما كان عدد المتعلمين أقل دل ذلك على كفاءة النظام التعليمى وعدم النقص فى المعلمين .

ولكن نظرا لما يحدث - احيانا - فى النظام التعليمى من استخدام المعلمين خارج الهيئة ، ونظرا لقيام المعلم بتدريس عدد من الحصص أو الساعات اكبر من النصاب المكلف به ، لذا يراعى فى تحديد نسبة عدد المعلمين الى المتعلمين هذه الأمور . ومن ثم فانه فى مثل هذه الحالات تتحدد نسبة

المعلمين الى المتعلمين من العلاقة : .

$$ى = \frac{ط \times ب}{س \times بَ} \qquad (١٠-٤٣)$$

حيث : .

ى نسبه المتعلمين للمعلمين .

ط عدد الطلاب .

ب متوسط عدد الفترات الدراسية الاسبوعية التى يحصل عليها المتعلم .

س عدد المعلمين .

بَ متوسط النصاب الأسبوعى للمعلم .

كثافة الفصول : . ولاتقل معرفة كثافة الفصل ، أوكثافة ما تضمه المؤسسة التربوية من مدرجات وورش ومعامل ، اهمية عن معرفة عدد المتعلمين لكل معلم . بل أن معرفة كثافة الفصل قد تساهم فى الوقوف على حجم النقص فى المعلمين وضعف الامكانيات المادية ، والتزايد السكانى غير المتوقع. وتتحدد كثافة الفصل بالنسبة للمؤسسات التعليمية ذات الفصول الثابتة (١) بقسمة عدد الطلاب بالمؤسسة على عدد الفصول المستخدمه .

اما فى حالة المؤسسات التعليمية ذات الفصول المتحركة أو الطائرة فان كثافة الفصل تتحدد من العلاقة الآتية : .

---

(١) المؤسسات التعليمية ذات الفصول الثابتة : هى تلك المؤسسات التى لايستغل الفصل فيها لأكثر من فرقة دراسية . وذلك بعكس المؤسسات التعليمية ذات الفصول المتحركة أو الطائرة والتى يستخدم الفصل أو المدرج فيها لاكثر من مجموعة أو فرقة ـ كما يحدث فى الجامعات مثلا .

كثافة الفصل "ث" = $\frac{ط \times ب}{س \times ب}$ (١٠-٤٤)

حيث

س عددالفصول والمدرجات والورش والمعامل وغيرهامن اماكن الدراسة التى تضمها المؤسسة .

ب متوسط عدد الفترات الأسبوعية لاستغلال المكان الدراسى (فصل أو .....) .

نصيب الفصل من المعلمين : . مؤشر آخر لايقل أهمية عن المؤشرين السابقين وهو نسبة توزيع المدرسين على الفصول.. ومن المعتاد لايجاد هذه النسبه قسمة عدد المدرسين على عدد الفصول ، وكلما كانت النسبة اكبر من الواحد الصحيح دل ذلك على عدم النقص فى عدد المدرسين ، وذلك بغض النظر عن حجم أو كثافة الفصل .

وينبغى على المخطط التعليمى آن يضع فى الحسبان أنه يوجد عدد من المعلمين يقومون بالاشراف ، وأن البعض الآخر لايقوم بتدريس جدول كامل لانتدابه بمدارس أخرى ، أولان المؤسسة استعانت به فى تدريس اشياء معينه ، وعامل ثالث أن توزيع المواد على الفرق الدراسية والفصول ، وتوزيع الحصص على هذه المواد لايتسم بالتكافؤ . لذا يفضل استخدام العلاقة الآتية فى تحديد نصيب الفصل من المعلمين :-

نصيب الفصل من المعلمين =

$$\frac{\text{عددالمدرسين} \times \text{متوسط نصيب المدرس(عددالحصص فى الاسبوع)}}{\text{عددالفصول} \times \text{متوسطعددالحصص التى يعملها فى الاسبوع}}$$

..... (١٠-٤٥)

(١٠-١-٣) المعلومات الخاصة بالنمو الاقتصادى والانفاق على التعليم :-

اذا كان الاقتصاديون المحدثون ميالين الى تقسيم السلع الى نوعين : عامة وخاصة ، فان "التربية من هذا المنظور الاقتصادى الجديد سلعة عامة وخاصة معا ، فهى عامة لانها تربية الجيل الجديد تنشىء وطنا قويا يحافظ أفراده عليه ، وندفع ثمن هذه السلعة العامة على هيئة ضرائب . وهى سلعة خاصة لأن الفرد نفسه بعد أن يتعلم يبيع خبراته ومهاراته ويؤجر عليها فى سوق العمالة" (٦٣ : ٢٢٨) .

ومن الملاحظ أن هذه النظرة تؤكد على العلاقة الوثيقة بين النمو فى التعليم والنمو الاقتصادى ، كما يلاحظ أن هذه العلاقة ليست علاقة طرفية يؤثر فيها احد الطرفين فى الآخر دون أدنى تأثير من الطرف الثانى ، ولكنها علاقة تأثير وتأثر فى نفس الوقت .

والمخطط التربوى فى ضوء هذه العلاقات المتبادلة لابد أن يكون على علم بواقع النمو الاقتصادى وعلاقة هذا النمو بحجم الانفاق على التعليم ، بل أنه لايقف عند هذا الحد ، ولكنه يكشف الغطاء عن حجم التأثير التعليمى فى النمو الاقتصادى . ويهمنا فى هذا البند أن نبين مؤشرات الجزء الأول ، على أن نوضح مؤشرات الجزء الثانى فى البند التالى .

الدخل القومى الاجمالى : . ويعتبر من المؤشرات الاساسية والمرجعية فى قياس وتقويم أى نظام اقتصادى وذلك لانه باستخدام هذا المؤشر يستطيع المخطط الوقوف على سرعة

النمو الاقتصادى ، ومصادره ، وعلاقة ذلك بالانفاق على الخدمات الاجتماعية .

ويقصد بالدخل القومى الاجمالى أو الناتج القومى الاجمالى : . القيمة النقدية للانتاج النهائى الخاص بالخدمات والتحسينات الاقتصادية فى أى عام من الاعوام . (١١٥ : ١٥-١٦)

أى أن الدخل القومى الاجمالى يشمل الدخول الاقتصادية الاجمالية الناتجة من الثروة البشرية والعمل والثروات الطبيعية أو الارض ، ويمكن التعبير عن ذلك (١١٥ : ٢٣٤) ، بالعلاقة الآتية : .

$$\text{د}_{\text{ج}} = \text{أ}\,\text{د}_{\text{ث}} + \text{ب}\,\text{د}_{\text{ع}} + \text{حـ}\,\text{د}_{\text{ر}} \qquad (\text{١٠-٤٦})$$

حيث : .

$\text{د}_{\text{ج}}$ تشير الى جملة الدخل القومى .

أ ،ب ،ج ثوابت تبين وزن كل عامل من العوامل الثلاثة المؤثرة فى الدخل أو الناتج القومى .

$\text{د}_{\text{ث}}$ الدخل الناتج عن الثروة الطبيعية .

$\text{د}_{\text{ع}}$ الدخل الناتج عن العمل والعاملين به (الثروة البشرية) .

$\text{د}_{\text{ر}}$ دخل الارض .

ولادخال عامل التكنولوجيا يفضل استخدام صيغة دالة الانتاج لكوب ـ دوجلاس (Cobb-Douglas) والتى تربط بين المخرجات والمدخلات الخاصة بالثروة البشرية والعمال . أى أن العلاقة بين الدخل أو الناتج القومى العام والعوامل الثلاثة (٣٨ : ١٦٨) تعطى بالعلاقة الآتية :

$$\text{د}_{\text{ن}} = \text{د}\,(\text{١} + \text{ك})^{\text{ن}}\,\text{ث}^{\text{ى}}_{\text{ز-١}}\,\text{ع}^{\text{ف}}_{\text{ز-١}} \qquad (\text{١٠-٤٧})$$

حيث :

$\text{د}_{\text{ز}}$ جملة الدخل القومى فى السنة ز مقدرا بالصورة النقدية .

ذ ثابت عددى .

ك عامل لقياس التغير التكنولوجى .

ث تقدير ثمن الثروة الطبيعية بالوحدات النقدية .

ع تقدير جهد العمال بالوحدات النقدية ، وذلك فى العام السابق لتقدير الدخل القومى ، وكذلك ث .

ى،ف تشير الى النسبة المئوية للزيادة فى الدخل القومى المترتبة على الزيادة فى الثروة الطبيعية أو العمال بمقدار ١ ٪ .

ولقد طورت الصيغة (١٠-٤٧) بغرض استخدامها فى الاسقاطات التخطيطية ، كما تم حساب الثوابت ى ، ف (١٢٤ : ٧٢٦-٧٢٧) ويمكن التعبير عن الصورة الجديدة بالعلاقة :

$$\text{د}_{\text{ز}} = \text{أ}\ \text{ث}^{\text{٠ر٣}}\ \text{ع}^{\text{٠ر٧}}\ \text{هـ}^{(\text{٠ر٠٠٧٥})\text{ز}} \qquad (\text{١٠-٤٨})$$

وحيث أن العاملين فى المجالات المختلفة يختلفون فى المستوى التعليمى ، لذا فان الدخل الناتج عن هؤلاء العاملين يتوقف على المستوى التعليمى لهم ، فاذا عبرنا عن مستويات التعليم بالرموز $\text{ت}_{\text{١}}$ ، $\text{ت}_{\text{٢}}$ ، ... فان :

$$\text{ع} = \text{ل}\,(\text{ت}_{\text{١}} ، \text{ت}_{\text{٢}} ، \ldots) \qquad (\text{١٠-٤٩})$$

أى أن ع دالة فى مستويات التعليم ، ويمكن التعبير عن الصورة السابقة بالعلاقة :

$$\text{ع}^{\text{ف}} = \text{ت}_{\text{١}}^{\text{م١}} \cdot \text{ت}_{\text{٢}}^{\text{م٢}} \ldots\ldots$$

$$= \prod_{\text{ك}=\text{١}} \text{ت}_{\text{ك}}^{\text{مك}} \qquad (\text{١٠-٥٠})$$

وفى ضوء العلاقة السابقة يمكن التعبير عن الدخل القومى العام كدالة للتعليم والثروة (٤ : ٧٨-٧٩) بالعلاقة

$$\text{د} = \text{أ}\ \text{ت}_{١}^{\text{م}_{١}} \cdot \text{ت}_{٢}^{\text{م}_{٢}} \cdots\cdots \text{ث}^{\text{ى}} \qquad (١٠-٥١)$$

وبأخذ لوغاريتمات الطرفين نحصل على العلاقة :.

$$\text{لو د} = \text{لو أ} + \text{مجـ م}_{\text{ك}}\ \text{لو ت}_{\text{ك}} + \text{ى لو ث} \qquad (١٠-٥٢)$$

النمو فى الدخل القومى ويهتم المخطط التعليمى بهذا المؤشر فى السنوات السابقة لسنوات الخطة ، هادفا من ذلك الوقوف على معدل هذا النمو ، وعلاقته بالنمو فى الانفاق على التعليم . ويقدر النمو فى الدخل القومى فى أى سنه "ز" بالعلاقة :.

$$\text{معدل النمو فى الدخل القومى} = \frac{\text{د}_{\text{ز}} - \text{د}_{\text{ز}-١}}{\text{د}_{\text{ز}-١}} \times ١٠٠ \qquad (١٠-٥٣)$$

متوسط نصيب الفرد من الدخل القومى : . وقد يستعين المخطط فى الوقوف على واقع الانفاق على التعليم بمؤشر آخر هو نمو متوسط نصيب الفرد من الدخل القومى .. فاذاكان عدد سكان المجتمع س نسمه ، فان متوسط نصيب الفرد "$\text{د}_{\text{ق}}$" من الدخل القومى يحدد بالعلاقة :.

$$\text{ز د}_{\text{ق}} = \frac{\text{د}_{\text{ز}}}{\text{س}} \qquad (١٠-٥٤)$$

الاستهلاك والانفاق المحلى والاجنبى على الانشطة :.

مؤشر آخر يرتبط بالدخل القومى ويتأثر بالنمو فيه هو الاستهلاك .. فالاستهلاك يتأثر بزيادة الدخل ، كما يتأثر

بعدد السكان (٣٨ : ١٦٩) .. أى أن الاستهلاك يتحدد من العلاقة :.

$$\text{ك}_{\text{ز}} = \text{أ}\,\text{د}_{\text{ز}} + \text{ب}\,\text{س}\,\text{ل}_{\text{ز}} \qquad (١٠-٥٥)$$

حيث

$\text{ك}_{\text{ز}}$ حجم الاستهلاك فى السنة "ز" .

أ،ب ثوابت ، س عدد السكان .

$\text{ل}_{\text{ز}}$ برامتريشير الى فئة الاوزان الخاصة باختلاف عمر السكان .

وفى ضوء تحديد حجم الاستهلاك يستطيع المخطط تحديد حجم الانفاق الحكومى على الأنشطة المختلفة ومنها التعليم . ويتحدد حجم الانفاق (٣٨ : ١٦٩) على ألانشطة من العلاقة :.

$$\text{ق}_{\text{ز}} = \text{د}_{\text{ز}} - \text{ك}_{\text{ز}} \qquad (١٠-٥٦)$$

<u>معدل الانفاق على التعليم :</u>

ولما كان الدخل القومى يعتبر المرجع الذى تنسب اليه مقادير الانفاق على الأنشطة المختلفة فى الدولة ، لذا نتوقع أنه بزيادة الدخل القومى وقلة الاستهلاك يزداد الانفاق على التعليم . وبصفة عامة ، يتحدد معدل الانفاق على التعليم من العلاقة :.

$$\text{معدل الانفاق على التعليم} = \frac{\text{ج}_{\text{ق}}}{\text{د}} \times ١٠٠ \qquad (١٠-٥٧)$$

حيث :.

$\text{ج}_{\text{ق}}$ جملة الانفاق على مراحل وأنواع التعليم .

ويهتم المخطط ـ أيضا ـ بحساب تكاليف الوحدات التعليمية (طالب ـ فصل ـ ...) وقد يستخدم اجراءات تحليلية فى ذلك التقدير . وقد تعرضنا لذلك فى الفصل التاسع .

(١٠ـ١ـ٤) المعلومات الخاصة بالعمالة والطلب على التعليم :

ركزنا فى البند السابق على العلاقة الموجودة بين النمو فى الدخل القومى كدليل على النمو الاقتصادى وزيادة الانفاق على التعليم . ونحاول فى هذا البند بيان المعلومات الخاصة بتقدير العمالة الواقعية والطلب على التعليم فى سنوات ما قبل الخطة ، وذلك بهدف وضع تصور للبنية العمالية والطلب على التعليم فى الوقت الحالى .

ويبدأ المخطط فى هذا البند بحصر عدد الوظائف الموجودة فى المجتمع ، وحجم النمو فى هذه الوظائف خلال السنوات السابقة لسنوات الخطة بهدف الوقوف على معدى النمو فيها . فاذا أفترضنا أن معدل النمو فى هذه الوظائف "$ر_ظ$" فأن العلاقة بين حجم الوظائف فى السنة "ز" وما قبلها يتحدد بالعلاقة : .

$$\frac{ظ_ز}{ظ_{ز-١}} = ١ + ر_ظ \qquad (١٠-٥٨)$$

فاذا كان الفرق فى سنوات الحصر "ز" سنة ، فان العلاقة السابقة تأخذ الصورة : .

$$ظ_ز / ظ_٠ = (١ + ر_ظ)^{ز} \qquad (١٠-٥٩)$$

وفى الحالة التى تكون فيها $ر < ١$ ، $ز < \infty$ فأن الصورة السابقة يمكن التعبير عنها بالعلاقة الآتية : .

$$ظ_ز = ظ_٠ \cdot هـ^{ر_ظ \cdot ز} \qquad (١٠-٦٠)$$

حيث هـ هى أساس اللوغاريتم الطبيعى .

أما الخطوة التالية فتتمثل فى حصر عدد العاملين بهذه الوظائف للوقوف على حجم الزيادة أو العجز فى سد احتياجات

هذه الوظائف . ويستطيع الوقوف على حجم الزيادة أو النقص بمقارنة عدد العاملين بعدد الوظائف ، أو بمقارنة حجم النمو فى الثروة الطبيعية بالنمو فى العمالة ، فاذا وجد تكافؤ دل ذلك على عدم النقص أو التضخم .. ويمكن استخدام العلاقة (٣٨ : ١٦٨) الآتية فى حالة استخدام المقارنة الأخيرة :

$$\text{ع}_{\text{ز}} / \text{ع}_{\text{ز}-1} = 1 + \text{ح} \, \frac{\text{ث}_{\text{ز}} - \text{ث}_{\text{ز}-1}}{\text{ث}_{\text{ز}-1}} \qquad (١٠-٦١)$$

حيث ح برامتر (٣٨ : ١٦٩) يتحدد من العلاقة :

$$\text{ح} = \text{أ} \, \frac{\left(1 - \frac{\text{ع}}{\text{ل}}\right)_{\text{ز}-1}}{\left(1 - \frac{\text{ع}}{\text{ل}}\right)_{\text{ز}}} \qquad (١٠-٦٢)$$

حيث

أ مقدار ثابت ، ل عدد الأفراد فى سن العمل .

$\left(1 - \frac{\text{ع}}{\text{ل}}\right)$ نسبه البطالة .

وفى ضوء العلاقات السابقة يستطيع المخطط التربوى أن يضع فى الاعتبار العجز أو الزيادة فى العمالة عن عدد الوظائف الموجودة اثناء رسم التصور الخاص بالتخطيط .

(١٠-٢) رسم واعداد الخطة التعليمية :

فى ضوء التحليل السابق لواقع مجال التعليم ومايتعلق به من عوامل مؤثرة ومتأثرة ، يقوم المخطط برسم صورة للنمو فى المستقبل ، ويؤسس تصوره لهذا النمو على نوع التحكم المبذول من جانب المسئولين عن تنفيذ الخطوط العريضة والتفصيلية للخطة المرسومة . أى أن تصوره هذا يتسم

بالمرونه التامة .؛ بحيث يمكن الاستفادة من التغذية الرجعية المساهمة فى القرب من الخطة الأساسية ، او التعديل فى الخطة بما يسهم فى القدرة على التعامل مع الواقع الجديد .

وعند البدء فى التخطيط التعليمى يحدد المخطط الطلب على التعليم فى سنوات الخطة ، سواء أكان هذا الطلب يمثل عدد الراغبين فى التعليم بالمراحل والأنواع المختلفة ، أم كان يمثل عدد المطلوبين للعمل فى الأنشطة المختلفة داخل وخارج المجتمع .

وفى ضوء تحديد حجم الطلب على التعليم يستطيع المخطط تحديد احتياجات مؤسسات التعليم خلال سنوات الخطة من القوى البشرية والمادية .

وسنحاول فى هذا الجزء تحليل العلاقات الرياضية المستخدمه كمؤشرات اسقاطية لتحديد الطلب على التعليم واحتياجاته .

(١٠-٢-١) **الاسقاطات السكانية وجداول الحياة :**

من التحليل السابق للمعلومات السكانية الخاصة بالسنوات السابقة لسنوات الخطة يقوم المخطط ببناء جدول الحياه الأسقاطى لسنوات الخطة ، حيث يقوم بالاجراءات التالية :

١) تقدير نسب الوفيات فى الأعمار الزمنية أومجموعات العمر المختلفة ، وذلك من العلاقة :

$$ن^{م}ف = \frac{ف_{ن}}{س_{ن}} \qquad (١٠-٦٣)$$

حيث

$م_ن$ ف — تشير الى نسبة الوفيات بالنسبة للأفراد فى العمر الزمنى ن .

$ف_ن$ — عدد الوفيات فى السن ن .

$س_ن$ — جملة السكان الأحياء فى السن ن وذلك فى اول يوليو .

ويستطيع المخطط استخدام (١٠-٦٣) كعلاقة اسقاطية فى دراسة اتجاهات نسب الوفيات فى العمر ن اثناء السنوات السابقة لسنوات الخطة .

٢) تقدير احتمال الوفيات فى كل سن أو مجموعة عمرية وذلك من العلاقة :

احتمال الوفاه فى السن "ن"

$$= \frac{\text{عدد الوفيات بالنسبة للأفراد فى السن "ن"}}{\text{عدد الاحياء فى السن "ن" فى أول يوليو} + \frac{1}{2}\ \text{عدد الوفيات بالنسبة للأفراد فى السن "ن"}}$$

$$ح_ن ف = \frac{ف_ن}{س_ن + \frac{1}{2} ف_ن}$$

$$= \frac{\frac{ف_ن}{س_ن}}{\frac{س_ن}{س_ن} + \frac{1}{2}\frac{ف_ن}{س_ن}} = \frac{م_ن ف}{1 + \frac{1}{2} م_ن ف}$$

... (١٠-٦٤)

٣) يمكن فى ضوء الخطوة السابقة تحديد احتمال الحياه فى السن "ن" من العلاقة :

$$ح_ن = 1 - ح_ن ف \qquad (١٠-٦٥)$$

ومنها يمكن تحديد احتمال أن يبقى الفرد حيا خـــلال الفترة من ن الى ن + أ مثلا ، وذلك من العلاقة :

$$ح_{ن+أ}^{ن} = (ح_{ن}ح)\ (ح_{ن+1}ح) \cdots (ح_{ن+أ-1}ح)$$

..... (١٠-٦٦)

فعلى سبيل المثال يكون احتمال أن يبقى الطفل حيـــا حتى الالتحاق بالتعليم الاساس محددا بالعلاقة :

$$ح_{٦}ح = (ح_{ج})(ح_{1}ح)(ح_{2}ح)(ح_{3}ح)(ح_{4}ح)(ح_{5}ح)(ح_{6}ح) \cdots$$

فاذا كان فوجا يتكون من "س" فان عدد الافراد الاحياء الباقين من الفوج طبقا للمثال السابق يتحدد من العلاقة :

$$س_{٦} = س(ح'_{٦}ح)$$

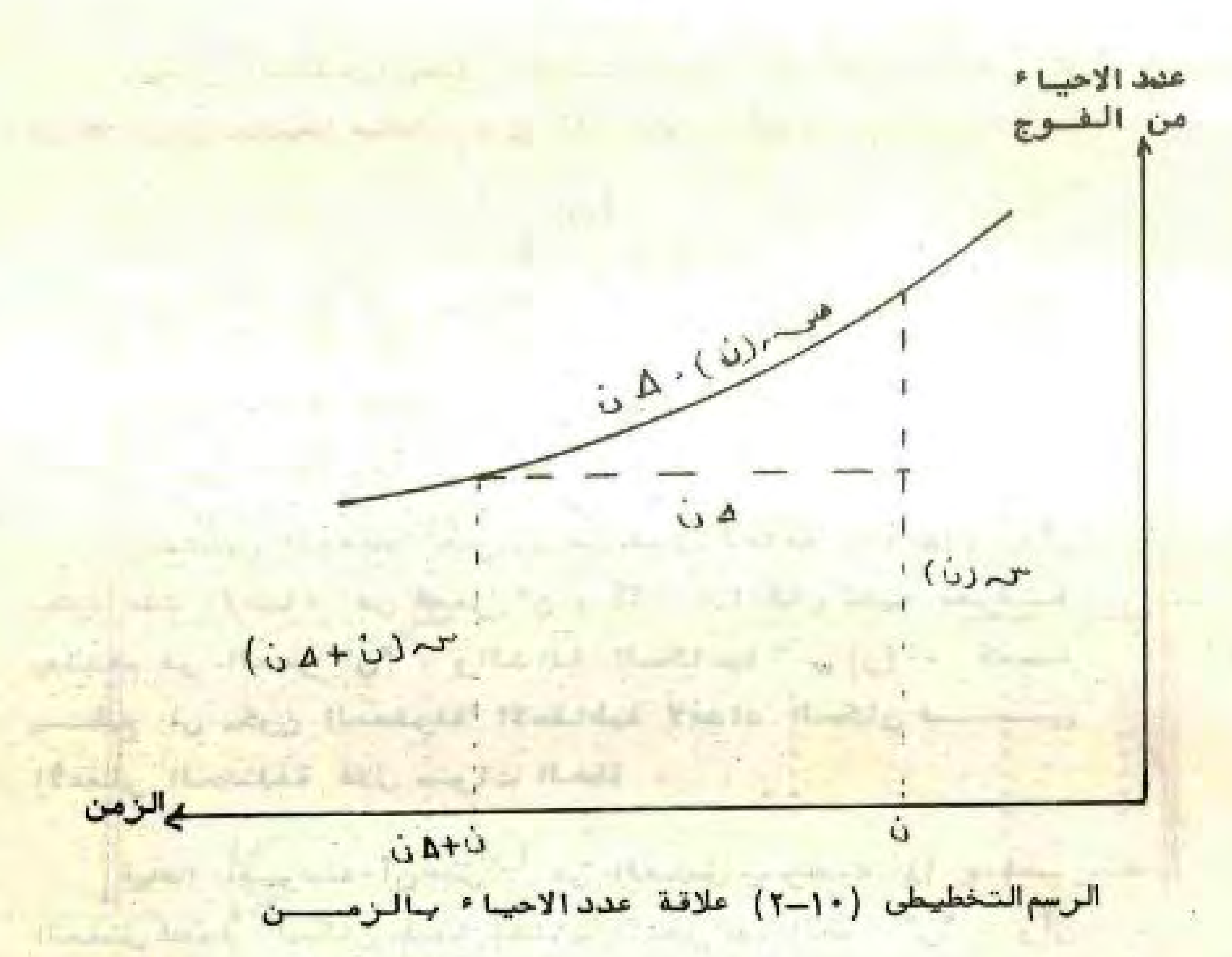
$$= س \prod_{ك=٠}^{٦} ح_{ك}ح$$

ويمكن تعميم هذه الحالة على كل الاعمار ، أى عـلى أى عمر "ن" .

٤) تقدير عدد الأحياء المحتمل فى أى سن[1] فاذا افترضنا أن $(ى_{ن})$ هى نسبة الوفيات فى أى لحظة "Δن" فانه من الرسم التخطيطى (١٠-٢)

---

(١) استخدمت هذه الطريقة فى (١١٠ : ٩-١٩ ، ٤١-٤٣ ، ٤٨ - ٥٤) ، (٤٨) .



الرسم التخطيطى (١٠-٢) علاقة عدد الاحياء بالزمن

$$ی(ن) = \lim_{Δن \to صفر} \frac{س(ن) - س(ن + Δن)}{س(ن) \cdot Δ(ن)}$$

$$= \frac{-ءس(ن)}{س(ن) \cdot ءن} = - \frac{ء لو س(ن)}{ءن}$$

وبتكامل الطرفين فى الفترة الزمنية من "صفر" سن الطفل عند الميلاد الى "ن" أى فترة زمنية فى حياه الفرد نحصل على :

$$لو\ س(ن) = - \int_{0}^{ن} ی(ز)\ ءز + ثابت$$

ومنها

$$س(ن) = حـ\ هـ^{-\int_{0}^{ن} ی(ز)\ ءز} \qquad (١٠-٦٧)$$

حيث حـ ثابت يعتمد على المجتمع وجدول الحياه فيه .

ويمكن التخلص من هذا الثابت بقسمة عدد أفراد الفوج في تعدادين بينهما فاصل زمني "أ" مثلا ، أي أن :

$$\frac{\text{س}(\text{ن} + \text{أ})}{\text{س}(\text{ن})} = \text{هـ}^{-\int_{\text{ن}}^{\text{ن}+\text{أ}} \text{ى}(\text{ز})\, \text{ءز}} \qquad (١٠-٦٨)$$

وهذه العلاقة تكافئ العلاقة (١٠-٦٥) أي تعطي احتمال الحياة في الفترة من ن الى ن + أ .

ويستطيع المخطط التربوي في ضوء العلاقة (١٠-٦٨) أن يحدد عدد الاحياء في العمر "ن + أ" اذا كان لديه معرفة بعددهم في العمر "ن" ، والدالة السكانية س (ز) . كما يستطيع ان يكون المصفوفة الاسقاطية لاعداد السكان في الأعمار المختلفة خلال سنوات الخطة .

فاذا افترضنا أن $\bar{\text{س}}(\text{ز})$ هي العامل – رتبته ١٨ × ١ – الممثل لعدد السكان طبقا لفئات العمر في السنه "ز" ، وأن $\bar{\text{س}}(\text{ز}+1)$ هي العامل الممثل لعدد السكان طبقا لفئات العمر في السنه (ز+١) ، فان العلاقة بينهما تتحدد كالآتي (٨٤ : ٢٧٠-٤٠) .

$$\text{ك} \left\{ \bar{\text{س}}(\text{ز}) \right\} = \left\{ \bar{\text{س}}(\text{ز}+1) \right\} \qquad (١٠-٦٩)$$

حيث : $\underline{\underline{ك}}$ =

$$
\left\|\begin{array}{cccccc}
\text{صفر} & \text{صفر} & \frac{س}{س_{٣٠}} & \left(\frac{س_{١٥}}{س_{١٠}}\, ث_{١٥}\right) & \frac{س}{س_{٣٠}}\left(ث_{١٥} + \frac{س_{٢٠}}{س_{١٥}}\, ث_{٢٠}\right) & \ldots\text{صفر} \\
\frac{س_{٥}}{س_{٠}} & \text{صفر} & \text{صفر} & \text{صفر} & \text{- - - -} & \\
\text{صفر} & \frac{س_{١٠}}{س_{٥}} & \text{صفر} & \text{صفر} & \text{- - - -} & \\
\text{صفر} & \text{صفر} & \frac{س_{١٥}}{س_{١٠}} & \text{صفر} & \text{- - - -} & \\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \\
\text{صفر} & \text{صفر} & \text{صفر} & \text{صفر} \ldots & \frac{س_{٨٥}}{س_{٨٠}} & \text{صفر}
\end{array}\right\|
$$

وذلك علما بأن المصفوفة ك مصفوفة مربعة رتبتها ١٨ × ١٨ ، وصفها الأول يحوى ٧ عناصر غير صفرية ، ويترتب على حاصل ضربة فى العامل ($س^{(ف)}$) عدد المواليد فى السنة "ز + ١)" • بينما الصفوف الأخرى فتتكون من عنصر واحد مختلف من الصفر وباق العناصر أصفار ، ويترتب على حاصل ضرب كل صف منها فى العامل المذكور عدد الاحياء فى السنه "ز + ١" طبقا لفئة عمرهم الممثلة ببسط العنصر غيرالصفرى – كما هو واضح من المصفوفة •

$س_{٠}$ عدد الأفراد الذين يتراوح اعمارهم ما بين صفر وأقل من خمس سنوات

$س_{٠}'$ عدد أفراد الفوج المولود فى سنه الأساس •

وحيث :

$$\bar{س}(ن) = \begin{pmatrix} س_{١}(ن) \\ س_{٢}(ن) \\ \vdots \\ س_{٨٠}(ن) \end{pmatrix}$$

ويمكن من العلاقة (١٠-٦٩) بوضع ز = ١٠٠،٠٠٠ الحصول على :

$$ك \{\bar{س}(٠)\} = \{\bar{س}(١)\}$$

$$ك \{\bar{س}(١)\} = \{\bar{س}(٢)\}$$

ومنها $$ك^{٢} \{\bar{س}(٠)\} = \{\bar{س}(٢)\}$$

وهكـــذا ....

$$\therefore \quad ك^{(ن)} \{\bar{س}(٠)\} = \{\bar{س}(ن)\} \qquad (١٠-٧٠)$$

أى أن عدد السكان طبقا للعمر فى السنه (ن) يمكـــن الحصول عليه بضرب المصوفة ك عدد (ن) من المرات ، ثـــم ضرب الناتج فى المصفوفة العاملية الممثلة لفئات السكـــان فى سنة الأساس " صفر " .

(١٠-٢-٢) وضع تصور للبنية العمالية :

تعتبر حاجة المجتمع الى العاملين المؤهلين وذوى الخبرات المختلفة باختلاف الأنشطة من العوامل المؤثرة على التعليم ، بل أنه - كما ذكرنا سابقا - من الممكن ان تتحول عمليـــة التخطيط للتعليم الى التخطيط لاعداد القوى العاملة .

ويركز المخطط للتعليم أو الاقتصاد على البنية العمالية باعتبارها هدفا اساسيا للأول ، ومدخلا أوليا للثانى . ويعتبر تركيزهم هذا نابعا من هدف عام واشمل ، وهو أن البنية العمالية هى محور التقدم فى المجتمعات ، والطاقة المحركة لكل أنشطته وعلاقاته ، هذا بالاضافة الى أنها عامل اساسى من عوامل الدخل القومى .

ويستطيع المخطط فى ضوء حصر عدد الوظائف الموجوده فى المجتمع فى السنوات السابقة للخطة ، وفى ضوء مايستجد من وظائف ، وفى ضوء تقدير وظائف الاحلال لوفاه شاغليها أو استقالتهم أو انتهاء مده خدمتهم ، ان يضع تصورا لنمو عدد الوظائف فى سنوات الخطة ، وذلك باجراء اسقاط لعدد هذه الوظائف مستخدما العلاقة (١٠-٥٩) .

اما الخطوة التالية فتتمثل فى اشباع وظائف المستقبل بالعاملين طبقا لما تتطلبه هذه الوظائف من خبرة وتعليم . وبالرغم من أن المخطط قد لا يستطيع أن يضع تصورا كاملا لاعداد عدد محدد من العاملين لهذه الوظائف - لان ذلك يرتبط بالنمو السكانى وتقدير أو عدم تقدير المجتمع لبعض الأعمال - الا أنه يحاول فى ضوء ثلاثة اعتبارات لارابع لها تحديد عدد المراد اعدادهم لهذه الوظائف . وتتمثل هذه الاعتبارات فى النمو السكانى ، وقدرة الموسسات التعليمية والتأهيلية ، وحاجة الوظائف الى هذه النوعية من العمالة .

ويقدر عدد العاملين فى السنه "ز" طبقا للمستوى التعليمى "ل" من العلاقة :

$$ع_{لز} = \sum_{ك=1}^{م} ع_{لكز} \qquad (١٠-٧١)$$

حيث "م" عدد القطاعات التى تتطلب هذا المستوى من التعليم .

كما يقدر عدد العاملين ـ طبقا للمستويات التعليمية ـ بالدولة من العلاقة : (١٢٢ : ٣٨٩-٣٩٠)

$$ع^{*} = (مجـ_{ل}\ أ_{ل}\ ع_{ل}^{ب})^{\frac{1}{ب}} \qquad (١٠-٧٢)$$

حيث :

$ع_{ل}$ فئة العاملين من ذوى المستوى التعليمى "ل" .

$أ_{ل}$ برامتر توزيع المستويات التعليمية "س" طبقا لنوع العمل ويرتبط بالمجتمع .

$$ب = ض_{ع} - \frac{1}{ض_{ع}}$$

حيث $ض_{ع}$ ثابت مرن يتغير بتغير التصنيفات المختلفة للعمل ، وذلك لأن :

$$ض_{ع} = \frac{ء\ لو\ (\frac{ع_{ل}}{ع_{ك}})}{ء\ لو\ (ت_{ل}/ت_{ك})}$$

ء رمز التفاضل .

وتتمثل الخطوة الثالثة التى ينبغى أن يقوم بها المخطط لتقدير العمالة فى القيام بتحديد عدد العاملين طبقا لكل نوع من أنواع التعليم . ويتحدد عدد العاملين الذين يكتفون بالتعليم الاساسى فقط (١٣٥ : ١٤٦) من العلاقة

$$ع^{(1)}(ن) = \int_{ز-ن}^{ز} ع\ (ى ،\ ز)\ .\ ف(ى ،\ ز)\ ء\ ى \qquad (١٠-٧٣)$$

حيث

ن تشير الى مدة العمل المحتملة للفرد بهذا المستوى من التعليم ، أى الفترة بين الالتحاق بالعمل والاحالة للمعاش .

ى تشير الى عمر الفرد الذى أنهى تعليمه الاساسى .

ع(ى،ز) عدد العاملين فى السنه "ز" والذين ينتمون لمجموعة العمر "ى" .

ف(ى،ز) تشير الى فاعلية الفرد الذى ينتمى لمجموعة العمر "ى" فى السنه "ز" .

وتتأثر الفاعلية بالخبرة ومستوى المهارة ، وتقاس الخبرة بعدد سنوات العمل الفعلى فى مجال العمل . أما المهارة فتقاس بعدد سنوات التدريب التى يحصل عليها العامل اثناء أو قبل العمل .

ويستطيع المخطط ان يقدر عدد العاملين ممن ذوى المستوى التعليمى الأول فى سنوات الخطة اذا كان لديه معرفة بسلوك الدالتين ع ، ف .

ويرى "كوهين"(٢٢) أن المخطط التعليمى يستطيع تحديد عدد العاملين من ذوى المستوى التعليمى الثانى "الثانوية العامة وما فى مستواها" من العلاقات التالية :-

$$ع^{(٢)}(ز) = حـ^{(٢)} ح_ج (ز) \qquad (١٠-٧٤)$$

حيث :-

$حـ^{(٢)}$ معامل عددى .

$ع^{(٢)}(ز)$ عددالعاملين الحاصلين علىالتعليم الثانوى أو ما يكافئة .

$ح_ج(ز)$ حجم الانتاج المقدر للسنة (ز) .

وبالطبع تشمل $ع^{(٢)}(ز)$ عدد العاملين الباقين فى مجال العمل ــ من ذوى المستوى التعليمى الثانى ــ بالاضافة الى عدد العاملين الجدد (٣١ : ١٤٧) أى أن

$$ع^{(٢)}(ز) = (١ - و^{(٢)}) ع^{(٢)} (ز-١) + ع_ج^{(٢)}(ز) \qquad (١٠-٧٥)$$

حيث : .

"و$^{(٢)}$" نسبه الوفيات وتاركي العمل لانهاء الخدمه أو الاحالة الى المعاش أو ...

ع$_{ج}^{(٢)}$(ز) عددالعاملين الجدد الذين تم اضافتهم لسوق العمل فى السنه "ز" .

فاذا افترضنا ان عدد خريجى المستوى التعليمى الثانى يساوى ق$^{(٢)}$(ز – ١) ، وان عدد الذين سيواصلون منهم التعليم بالمستوى الثالث يساوى ق$^{(٣)}$(ز) فان عدد العاملين الجدد (٣١ : ١٤٧) يتحدد بالعلاقة : .

ع$_{ج}^{(٢)}$(ز) = ق$^{(٢)}$(ز – ١) – ق$^{(٣)}$(ز) (١٠-٧٦)

ومع الوضع فى الاعتبار ان عدد العاملين الجدد من ذوى المستوى التعليمى الثالث يكافىء عدد خريجى التعليم العالى أى أن : .

ع$_{ج}^{(٣)}$(ز) = ق$^{(٣)}$(ز – ١) (١٠-٧٧)

فان جملة العاملين من ذوى المستوى التعليمى التالى تقدر بالعلاقة : .

ع$^{(٣)}$(ز) = (١ – و$^{(٣)}$) ع$^{(٣)}$(ز – ١) + ع$_{ج}^{(٣)}$(ز)

(١٠-٧٨) .....

حيث : .

"و$^{(٣)}$" نسبه تاركى العمل لاى سبب من الاسباب ومنها الوفاة .

ع$^{(٣)}$(ز–١) عددالعاملين من ذوى المستوى التعليمى الثالث فى السنه "ز–١" .

(١٠-٢-٣) تقدير الدخل القومى فى سنوات الخطة

ذكرنا سابقا - انه يوجد علاقة وثيقة بين الدخل القومى والعمالة . فالدخل القومى يعتمد على الايدى العاملة فى المقام الاول ، ويرتبط بالدخول الانتاجية للأجور وتحويل الثروة الخام والخبرات الى نقد . ومن ثم فان أى تقدير للدخل لابد وأن يسبقه تقدير للايدى العاملة .

ولما كان التخطيط السليم يعتمد على الحد الادنى لتقدير الدخل القومى ، ولما كان الدخل القومى يعتبر دالة للثروة ، وعدد أفراد القوى العاملة ، أى أن :

$$\text{د} = \text{م}(\text{ث}، \text{ع}_{\cdot}، \text{ع}_{1}، \cdots، \text{ع}_{\text{ن}}) \qquad (١٠-٧٩)$$

فانه للحصول على الحد الادنى للدخل القومى ، يمكن تفاضل العلاقة السابقة بالنسبة للزمن ، فنحصل على :

$$\text{د}^{(\cdot)} = \text{م}_{\text{ث}}\,\text{ث}^{(\cdot)} + \text{م}_{\text{ع}}\,\text{ع}_{\cdot}^{(\cdot)} + \cdots + \text{م}_{\text{ع}_{\text{ن}}}\,\text{ع}_{\text{ن}}^{(\cdot)}$$

$$= \text{م}_{\text{ث}}\,\text{ث}^{(\cdot)} + \text{مج}_{\text{ك}}\;\text{ج}_{\text{ك}}\;\text{ع}_{\text{ك}}^{(\cdot)} \qquad (١٠-٧٩َ)$$

حيث :

$\text{ج}_{\text{ك}}$ متوسط أجر الفرد فى الفئة العمالية ذات المستوى التعليمى "ك" .

وبقسمة $\text{د}^{(\cdot)}$ على د والتكامل نحصل على :

$$\text{لو د}_{\text{ز}} = \text{أ}_{\text{ث}}\,\text{لو ث}_{\text{ز}} + (\text{أ}_{\text{ب}} + \text{أ}_{\text{ى}})\,\text{لو ع}_{\text{ز}} + \text{أ}_{\text{ل}}\,\text{لو ك}_{\text{ز}} + \text{ب}_{\text{ق}}$$

$$\cdots\cdots \qquad (١٠-٨٠)$$

حيث

$\text{أ}_{\text{ث}}$ ثابت عددى .

$أ_{ب} = \frac{ج.ع}{د}$ ويرتبط بعدد الافراد فى المخرجات الكلية .

$أ_{ى} = \frac{(\bar{ج}-ج)ع}{د}$ وتشير الى ثقل المدخلات التعليمية فى جملة المخرجات .

$أ_{ب} + أ_{ى} = أ_{ل}$ تشيرالى ثقل العمل فى المخرجات الكلية .

$\bar{ج}$ متوسط الأجـــــور .

$ك_{ق}$ تشيرالى التغير فى كيف "نوع" قوة العمل نتيجــة الخبرة والمهارة .

$ب_{ق}$ ثابت باق .

ويستطيع المخطط فى ضوء العلاقة (١٠-٨٠) تقدير الدخل القومى خلال سنوات الخطة .

(١٠ - ٢ - ٤) التدفقات الطلابية وسير الافواج التعليمية :

لما كانت الخطط التعليمية تتحدد بحجم الطلب عـــلى التعليم ، وحجم الانفاق عليه ؛ لذا فان المخطط للتعليم يستطيع فى ضوء النموالسكانى وما تتطلبه سوق العمالة ، وفى ضوء حجم الدخل القومى ، أن يرسم صورة لعدد المقبولين فى مراحل وأنواع التعليم المختلفة اثناء سنوات الخطـــة ، واضعا فى الاعتبار نظام سير الأفواج التعليمية وتدفقها .

وبالرغم من أن المعلومات التى يتعامل معها المخطـــط والخاصة بتقدير عدد السكان وعدد ومستويات أفراد القـــوى العاملة وحجم الدخل القومى هى ذاتها ، الا أنه المخطط يجد نفسه امام ثلاثة سبل أساسية : . فإما أن يبدأ من النهايـة حيث يوجد تقديرات القوى العاملة ، ثم يسير بطريقة عكسيـة فى مسار الأفواج التعليمية . واما أن يبدأ بالبداية حيث عدد السكان وتوزيعاتهم العمرية ومتطلباتهم من التعليـم .

أو يربط بين البداية والنهاية واضعا فى الاعتبار الطلب على التعليم من جانب السكان ، والمخرجات التعليمية المطلوبة للعمالة .

أ - التعليم الأساس :

والمخطط الذى يخطط للنظام التعليمى ككل منتهجا السبيل الثالث يتفق - فى البداية - مع من يخطط للتعليم من أجل الطلب الاجتماعى على التعليم ، حيث تكون نقطة الانطلاق لديهما هى مدخلات التعليم الأساس من الاطفال ، وعلاقة هذه المدخلات بالنمو السكانى .

ويعتمد المخطط التربوى فى تقديرة لاعداد الاطفال الجدد الذين سيلتحقون بالتعليم الاساس على واقع الالتحاق بهذا النوع من التعليم فى السنوات السابقة للخطة ، والتى تكافؤ فى التخطيط السليم ضعف سنوات هذه المرحلة باستثناء سنه الأساس (٢٧ : ٨٠-٨٨) .

ويتطلب تقدير عدد أطفال كل فوج يلتحق بالتعليم الأساس فى سنوات الخطة معرفة جملة المواليد التى ينتمى اليها أفراد الفوج ، ونسبه الملتحقين منهم بهذه المرحلة بالنسبة الى جملة أفراد الفوج الأحياء فى سن الالتحاق بها ، ومعدل النمو فى الالتحاق بالتعليم الأساس ومدى تلاؤم هذا المعدل مع معدل النمو السكانى والنمو فى نصيب الفرد من الدخل القومى .

ويستطيع المخطط تقدير عدد المواليد فى السنوات السابقة للخطة وسنوات الخطة من العلاقة (١٠-٦٩) ثم يجعل لهؤلاء المواليد صفا من صفوت جدول الحياه . وقد يعتمد

المخطط على التقديرات السكانية لأجهزة التعداد فى الدولة، وبخاصة اذا كانت تقسيمات جداول الحياة فى هذه التقديرات مقسمه الى سنوات ، أو الى فئات عمرية خمسية ـ كما هو متفق عليه ـ مع تقسيم الفئة من (٠ ـ) الى فئتين (٠ ـ ١)، الممثلة للمواليد ، (١ ـ) .

وفى حالة التعدادات التى تهتم بتوزيع السكان وتقديراتهم الى فئات عمرية (٠ ـ) ، (٤ ـ) ، (٩ ـ)،... يستطيع المخطط تقدير عدد المواليد فى سنوات الخطة والسنوات السابقة من العلاقة :.

عدد المواليد = معدل المواليد × عدد السكان فى أول يوليو

حيث معدل المواليد يتحدد من العلاقة :.

معدل المواليد = ($ر_ط$ + $ر_ى$) - ($ر_د$ - $ر_خ$) (١٠-٨١)

حيث

$ر_ط$ معدل الزيادة الطبيعية فى السكان .

$ر_ى$ معدل الوفيات .

$ر_د$ معدل الهجرة الداخلية .

$ر_خ$ معدل الهجرة الخارجية .

فاذا افترضنا ان مخططاما سيقوم بوضع خطه هذا العام للقبول فى التعليم الاساسى فى مصر حتى سنه ٢٠٠٠ فان أول خطوة سيقوم باتباعها ـ بعد الخطوات السابقة ـ هى تقدير عدد المواليد فى الفترة من ١٩٦٤ حتى سنه ١٩٩٤ . ثم يقوم بتقدير عدد الأحياء من كل فوج فى بداية الالتحاق أى فى السن من ٦-٧ ، وذلك من العلاقة :.

$$س_{٦-٧} = س_٠ \, ح_{ح_٠} \cdot ح_{ح_١} \cdot ح_{ح_٢} \cdot ح_{ح_٣} \cdot ح_{ح_٤} \cdot ح_{ح_٥} \cdot ح_{ح_٦} = س_٠ \prod_{ل=٠}^{٦} ح_{ح_ل}$$

..... (١٠-٨٢)

حيث $ح_{ح_ل}$ احتمال بقاء الفرد حيا خلال السنه "ل" .

وتعطى العلاقة السابقة عدد الأحياء فى سن الالتحاق بالتعليم الأساس فى الفترة من ١٩٧٠ حتى سنه ٢٠٠٠ .

اما الخطوة التالية فتعتمد على دراسة معدلات الالتحاق بهذه المرحلة فى ضوء الأهداف القومية ، والمطلوب من القوى العاملة ، ونصيب الفرد من الدخل القومى ، ونسبه المراد، استيعابهم من الاطفال الأكبر من سن السابعة وتساهم هذه الدراسة فى اجراء الاسقاطات الخاصة بمعدلات القبول فى سنوات الخطة .

ومن الملاحظ أن سياسة الاتجاه نحو استيعاب كل من هم فى سن الالزام ترتب عليها اختلاف اعمار الاطفال عندالالتحاق بالتعليم الأساس ، فاذا اخذنا بالسياسة المبنية على قبول الاطفال الذين تتراوح أعمارهم بين السادسة والثامنة فاننا نلاحظ ما يلى : ،

١) عدد المقبولين فى سن السادسة سنه ١٩٧٠ يكون اقل من عدد الاطفال فى سن السادسة من الفوج المولود فى سنه ١٩٦٤ ، أى أن :

$$د_{٦٠١٢-} > س_{٦٠١٢-}$$ (١٠-٨٣)

٢) جملة المقبولين فى سن السادسة سنه ١٩٧٠ والمقبولين فى سن السابعة سنه ١٩٧١ تكون أقل من عدد الاطفال الأحياء فى سن السابعة ، أى أن : .

$$\text{د}_{\text{١٢–٦٠}} \times \text{ح٧ح} + \text{أ}_{\text{١١–٧٠}} < \text{س}_{\text{١١–٧٠}} \times \text{ح٧ح} \qquad (\text{١٠–٨٤})$$

٣) جملة المقبولين فى سن السادسة سنه ١٩٧٠ والمقبولين فى سن السابعة سنه ١٩٧١ ، والمقبولين فى سن الثامنة سنه ١٩٧٢ تكون أقل من أو تساوى عدد الاطفال الاحياء فى سن الثامنه ، أى أن :

$$\text{د}_{\text{١٢–٦٠}} \cdot \text{ح٧ح} \cdot \text{ح٨ح} + \text{أ}_{\text{١١–٧٠}} \cdot \text{ح٨ح} + \text{أ}_{\text{١٠–٨٠}} \leq \text{س}_{\text{١٠–٨٠}} \cdot \text{ح٧ح} \cdot \text{ح٨ح} \qquad (\text{١٠–٨٥})$$

.....

وينطبق ما سبق على باقى الافواج حتى يتم الاستيعاب الكامل فى العام الذى يصبح فيه عمر الطفل هو السادسة أى أنه ينبغى على المخطط أن يضع فى الحسبان زيادة معدل القبول عاما بعد آخر حتى يتم الاستيعاب الكامل لكل من هم أكبر من سن السادسة ، ثم يربط معدل القبول بعد ذلك بمعدلات الزيادة السكانية .

فعلى سبيل المثال : . اذا كانت الخطة الموضوعة هذا العام تهدف الى استيعاب كل الاطفال الاكبر من سن السابعة سنه ١٩٩٠ ، فانه ابتداء من العام الدراسى ١٩٩٢/٩١ لن يوجد طفل اكبر من سن السابعة وغير ملتحق (أو لم يلتحق بالتعليم الأساس) ، وهذا بدورة يترتب عليه من الناحية الرياضية الغاء العلاقة (١٠–٨٥) . فاذا اتجهت الخطة الى قبول كل من هم فى سن السادسة أو اكبر فى سنه ٢٠٠٠ فانه سيترتب على ذلك الاكتفاء بالعلاقة (١٠–٨٣) بعد ابدال علامة "≥" ، بالعلامة "≤" . وفى هذه الحالة يصبح معدل القبول هو ذاته معدل الزيادة السكانية .

والمخطط للنظام التعليمى ككل لايكتفى بتقدير معدلات القبول بالتعليم الأساس ، ولكنه يتجه الى تتبع الأفواج الدراسية وتدفقاتها خلال مرحلة التعليم الأساس ، هادفا من ذلك تقدير النمو فى عددالخريجين منها وعدد المقبولين بمراحل التعليم اللاحقة بمرحلة التعليم الأساس .

ويستخدم المخطط فى تتبعه للأفواج الدراسية خلال مرحلة التعليم الأساس العلاقات من (١٠-٣٠) حتى (١٠-٤٢) . ويوضح الشكل التخطيطى (١٠-٣) مسار فوج تعليمى خلال صفوف مرحلة التعليم الأساس طبقا للعلاقات من (١٠-٣٠) حتى (١٠-٤٢) .

كما يمكنه تقدير معدلات التدفق الثلاثة ، ومعدلات الوفيات ، ومن ثم يستطيع الوقوف على المخرجات الطلابية لهذه المرحلة ، تمهيدا لاستخدام بعضها كمدخلات لمرحلة التعليم الثانوى .

وبصفة عامة ، يمكن استخدام العلاقة الآتية فى تقدير عدد المتخرجين من مرحلة التعليم الأساس للفوج الذى عدد افراده "ج" طفلا والمولود فى "$ن_٠$" :

$$ط_س = ج \prod_{ز=ن_٠}^{ن_٠+١٥} ب_ز \prod_{ز=ن_٠+٦}^{ن_٠+١٥} ق_ز \qquad (١٠-٤٢)$$

علما بأن $ب_ز$ احتمال البقاء حيا ، $ق_ز$ احتمال النقل أو النجاح .

ويستمر المخطط للطلب الاجتماعى على التعليم فى تقديراته لنمو عدد الطلاب الراغبين فى اكمال تعليمهم الثانوى بغض النظر عن المطلوب من القوى العاملة ، ويعتمد فى تقديره لهذا النمو على العلاقة (١٦ : ٢٤٥) :

السنة الدراسية / الفرقة	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩

ز

متسربون + وفيات

منقولون

ز + ١

متسربون + وفيات

راسبون

ز + ٢

متسربون + وفيات

ز + ٣

متسربون + وفيات

راسبون

ز + ٤

متسربون + وفيات

ز + ٥

متسربون + وفيات

راسبون

ز + ٦

متسربون + وفيات

راسبون

ز + ٧

متسربون + وفيات

راسبون

ز + ٨

متسربون + وفيات

راسبون

ز + ٩

ناجحون

تدفقات تلاميذ مرحلة التعليم الأساس

الشكل التخطيطي (١٠ - ٢)

$$غ_ز = أ + ب_ز \qquad (٨٦-١٠)$$

حيث : .

غ ز عددالطلاب الراغبين فى اكمال تعليمهم اثناء العام الدراسى ز .

أ عدد الطلاب الراغبين فىاكمال تعليمهم فى سنه الاساس .

ب النمو فى السنوات السابقة للخطة منسوبا للنمو فى السكان الاكبر من سن الخامسة عشرة .

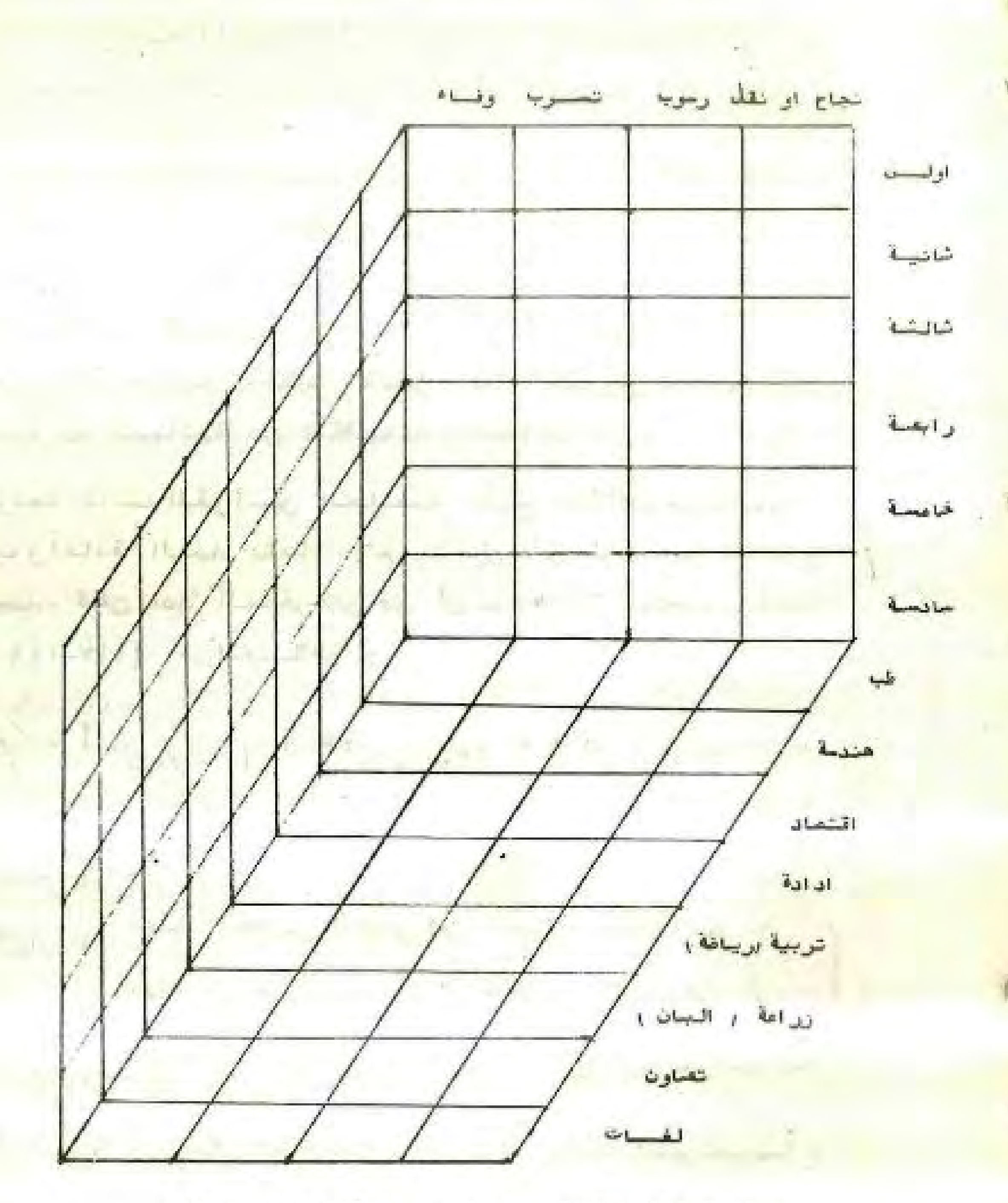
والمخطط المتبع للسبيل الثالث لايتفق مع مخطط الطلب الاجتماعى على التعليم ، فهو يهتم فى المقام الاول بالعائد من التعليم ، ومن ثم يكون اهتمامه منصبا على توظيف الأفواج التعليمية بدلا من تخريج أفواج من الافراد لاعمل لهم بحجه أن رغبتهم كانت الحصول على التعليم .. فهو يؤمن بأن التعليم الأساس الزامى للجميع ، أما باقى مراحل التعليم فهى مربوطة بالاستعداد الذى يؤهل صاحبة فى الحصول على عمل يسهم فى زيادة العائدالقومى (٣١ : ٢٢-٦٣) .

ولتحقيق هذا الهدف يتفق المخطط المتبع لهذا المنهج مع المخطط لاعداد القوى العاملة فى الاهتمام بكم ونوع المخرجات التعليمية أكثر من الاهتمام بتوفير فرصة لكلراغب فى اكمال تعليمه ، أى أنهما يبدآن بطريقة معكوسة نسبيا . ولكى تكون التقديرات الاسقاطية للخطة مناسبة لخريجى التعليم الأساس من جهة ، وللتدفقات الطلابية خلال أنواع ومراحل التعليم التالية من جهة الأخرى ، يقوم المخطط باختيار عينه عمالية ممثلة ثم يسقطها بطريقة عكسية للوقوف على اصل تدفقها الطلابى من خريجى التعليم الأساس .

فعلى سبيل المثال اذا كان تقدير عدد العاملين فى مجال ما فى السنه "ز" ع فردا ، فان المخطط يختار ١٠٠٠ عامل منهم ثم يتتبع معدلات تدفقهم العكسية حتى يصل الى خريجى التعليم الأساس ، ثم يكرر هذه الطريقة بالنسبة لكل المجالات .

ب - التعليم الثانوى والجامعى ومافى مستواهما :

من الخلفية التاريخية لسير الأفواج التعليمية داخل الجامعات ومؤسسات التعليم العالى ؛ يستطيع المخطط تقدير معدلات التدفق ورصدها فى مصفوفة فراغية (٢١: ١٧٩-٢١٠) : يمثل كل مستوى فيها تخصصاً دقيقا من مستويات العمالة المراد تأهيلها عاليا ، بينما تمثل الصفوف الفرق الدراسية للتخصص ، وتمثل الأعمدة التدفقات الأربعة (النجاح أو النقل - الرسوب - التسرب - الوفاة) . ويبين الشكل التخطيطى (١٠-٤) هذه المصفوفة التخطيطية .



تدفقات الطلاب خلال السنوات الدراسية للتعليم العالي

الشكل التخطيطي (١٠ – ٤)

وواضح من الشكل التخطيطى أن المخطط يضع فى الحسبان السنوات الدراسية للكليات أو المؤسسات التى تتطلب الدراسة فيها عدد سنوات أكثر (كما فى الطب أو الهندسة والصيدلة).

وتمثل تقديرات المنية العمالية المؤهلة تأهيلا عاليا المخرجات الأخيرة (الناجحين فى الصفوف النهائية) مضروبة فى احتمال البقاء خلال الفترة من الحصول على المؤهل حتى الالتحاق بالعمل كعاملين جدد . أى أن المخطط فى ضوء التقديرات العمالية يستطيع تقدير عدد المفروض نجاحهم فى السنوات النهائية من الكليات والمعاهد .

ولما كانت القوانين الجامعية تتيح للطالب فرصة الرسوب واعادة القيد عاما ، ثم يتحول الى طالب من الخارج اذا رسب ، فان عدد المتخرجين فى أى سنه "ز" يتحدد (٣١ : ١١٦-١١٧) من العلاقة :

$$خ'_{ز} = أ\ ق_{ن\,(ز-١)} + ب\ ق_{ن\,(ز-٢)} + حـ\ ق_{ن\,(ز-٣)}$$

(١٠-٨٧)

حيث :

$ق_{ن(ز-١)}$ عدد المقيدين الجدد فى الفرقة النهائية .

$ق_{ن(ز-٢)}$ عدد الباقين للاعادة فى الفرقة النهائية .

$ق_{ن(ز-٣)}$ عدد الباقين للاعادة من الخارج فى الفرقة النهائية .

أ ، ب ، حـ يمكن تحديدها باستخدام فكرة المربعات الصغرى - كما اشرنا فى الفصل السابع - وذلك بوضع :

$$ى = \text{الحد الادنى لمجموع } (خ'_{ز} - خ_{ز})^{٢}$$

حيث : .

$\text{خَ}'_{\text{ز}}$	عدد الخريجين المتوقع فى السنه "ز" .
$\text{خَ}_{\text{ز}}$	العدد الحقيقى للخريجين .

وبتفاضل ى بالنسبة لكل من أ ، ب ، حـ ومساواة الناتج بالصفر ، ثم حل المعادلات الثلاث يمكن الحصول على هذه المتغيرات . أو بصفه خاصة مجموعة المعادلات المحددة بالعلاقة الآتية : .

$$\begin{pmatrix} \text{مجـ } \text{ق}^2_{\text{ن}(\text{ز}-1)} & \text{مجـ } \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-1)}\text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-2)} & \text{مجـ } \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-1)}\text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-3)} \\ \text{مجـ } \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-1)}\text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-2)} & \text{مجـ } \text{ق}^2_{\text{ن}(\text{ز}-2)} & \text{مجـ } \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-2)}\text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-3)} \\ \text{مجـ } \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-1)}\text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-3)} & \text{مجـ } \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-2)}\text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-3)} & \text{مجـ } \text{ق}^2_{\text{ن}(\text{ز}-3)} \end{pmatrix}$$

$$\times \begin{pmatrix} \text{أ} \\ \text{ب} \\ \text{حـ} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{مجـ } \text{خ}_{(\text{ز})}\ \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-1)} \\ \text{مجـ } \text{خ}_{(\text{ز})}\ \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-2)} \\ \text{مجـ } \text{خ}_{(\text{ز})}\ \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}-3)} \end{pmatrix} \qquad (١٠-٨٨)$$

ويمكن للمخطط ان يستخدم العلاقة (١٠-٨٧) فى تتبع الأفواج الطلابية بطريقة معكوسة داخل التعليم العالى حتى يصل الى الفرق التى لاتعطى فيها الفرصة للطالب لكى يعيد السنة اكثر من مرة واحدة ، وفى هذه الحالة يتحدد عدد الناجحين أو المنقولين الى الفرقة العليا من العلاقة : .

$$\text{ج}'_{\text{ن}+1(\text{ز}+2)} = \text{أ}\ \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز}+1)} + \text{ب}\ \text{ق}_{\text{ن}(\text{ز})} \qquad (١٠-٨٩)$$

حيث

$$\text{أ} = \frac{(\text{مج}\ \text{ج}_{\text{ن}+1}(\text{ز}+2)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}+1))\,(\text{مج}\ \text{ق}^{2}_{\text{ن}}(\text{ز})) - (\text{مج}\ \text{ج}_{\text{ن}+1}(\text{ز}+2)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}))\,(\text{مج}\ \text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}+1)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}))}{(\text{مج}\ \text{ق}^{2}_{\text{ن}}(\text{ز}+1))\,(\text{مج}\ \text{ق}^{2}_{\text{ن}}(\text{ز})) - (\text{مج}\ \text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}+1)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}))^{2}}$$

$$\text{ب} = \frac{(\text{مج}\ \text{ق}^{2}_{\text{ن}}(\text{ز}+1))\,(\text{مج}\ \text{ج}_{\text{ن}+1}(\text{ز}+2)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز})) - (\text{مج}\ \text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}+1)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}))\,(\text{مج}\ \text{ج}_{\text{ن}+1}(\text{ز}+2)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}+1))}{(\text{مج}\ \text{ق}^{2}_{\text{ن}}(\text{ز}+1))\,(\text{مج}\ \text{ق}^{2}_{\text{ن}}(\text{ز})) - (\text{مج}\ \text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}+1)\,\text{ق}_{\text{ن}}(\text{ز}))^{2}}$$

$\text{ج}'_{\text{ن}}(\text{ز})$ عدد الناجحين المتوقع فى الفرقة (ن) اثناء العام الجامعى "ز" .

$\text{ج}_{\text{ن}}(\text{ز})$ العدد الحقيقى للناجحين فى نفس الفرقة ونفس العام المذكورين

ويمكن للمخطط - فى ضوء الاجراءات السابقة - الوقوف على عدد المفروض قبولهم بالتعليم العالى لسد حاجه السوق من القوى العاملة المؤهلة تأهيلا عاليا .

وبالرغم من أن تغيير بعض المقبولين لتخصصاتهم لايؤثر على العدد الاجمالى للمقبولين بمؤسسات التعليم العالى ، الا أنه ينبغى على المخطط أن يضع ذلك فى الحسبان عند تحديد علاقة المقبولين بالطلب على العمالة ، ويتحدد عدد الذين يغيرون تخصصاتهم الى تخصصات أخرى من علاقة ماركوف (Markov) (١٠٧ : ٣٠) والتى تنص على أن :

$$\text{غ}_{\text{ك}} = \text{مج}_{\text{ل}}\ \text{ب}_{\text{ل ك}} \qquad (١٠-٩٠)$$

حيث

$\text{غ}_{\text{ك}}$ عدد الطلاب المحتمل تغيير تخصصهم - أو التحويل - الى التخصص "ك" .

أ ل نسبه كل المتوقع تغيير تخصصهم الى العددالاجمالى لطلاب التخصص "ل" .

ب ل ك متوسط نسب الذين غيروا تخصصاتهم بالفعل ـ فى السنوات السابقة والتى درسها المخطط ـ من التخصص "ل" الى التخصص "ك" .

والعناصر ب ل ك تمثل مصفوفة مربعة تضم كل التخصصات الموجودة سواء بالنسبة للصفوف أو الاعمدة ، ومن ثم فان "ل" قد تساوى "ك" .

وعند تحديد المدخلات الطلابية للتعليم العالى تختلف فلسفة المخطط لاعداد القوى العاملة عن فلسفة المخطط للحصول على أكبر عائد من التعليم . فالأول يهتم بحجم أو عدد الطلاب المراد اعدادهم وتأهيلهم تأهيلا عاليا لسد حاجة السوق من العمالة ، ومن ثم فان اسقاطاته وتقديراته تعتمد على تقدير عدد الطلاب الذين سيلتحقون بالتعليم العالى أثناء سنوات الخطة أيا كان مصدر تدفقهم (من التعليم الثانوى العام أو أى نوع آخر يكافئ هذا التعليم) . أما الثانى فيهتم بنوع التعليم الذى لايتطلب تكاليف تؤثر على العائد ، أى أنه يهتم بخريجى التعليم الثانوى العام ، أو التعليم الشامل أن وجد .

ولما كان احتمال تغيير التخصص أو نوع التعليم ، والرغبة فى الاستزادة من التعليم العالى موجودة بين بعض طلاب التعليم الثانوى الفنى ودور المعلمين والمعلمات ،لذا فان المخطط ينبغى أن يراعى فى تقديراته هذا الواقع الاجتماعى الذى لايمكن تغييره الا بتخطيط مسبق للتعليم الثانوى .

وللتغلب على المشكلات التى قد تصادف المخطط فى هذا المجال ، ينبغى أن يقوم بتقدير خريجى التعليم الثانوى

(بأنواعــه) ، ونسبة الذين لديهم القدرة على مواصـــلة تعليمهم العالى فى ضوء اسقاطات معدلات النمو فى الخريجين من التعليم الثانوى فى السنوات السابقة للخطة ، ثم يقوم باسقاط هذه المعدلات بطريقة عكسية ـ كما حدث بالنسبـــة للتعليم العالى ـ حتى يصل الى مدخلات المرحلة الثانويـــة من خريجى التعليم الأساسى .

فاذا افترضنا أن المخطط استطاع من تحليلاته السابقـــة تحديد اسقاطات النمو فى الطلاب المفروض قبولهم بالتعليـم الثانوى والعالى بأنواعهما المختلفة خلال سنوات الخطـــة ، فان الخطوة التالية تتمثل فى تحديد العدد المراد قبولـــه فى ضوء واقع التقديرات الخاصة بخريجى التعليم الاساســى . أى أنه اذا افترضنا أن خريجى التعليم الأساسى سيتم توزيعهم طبـــقا لاسقاطات المخطط الى : .

$\text{ط}_{\text{ع}1}$ عاملين من حاملى مؤهل التعليم الاساس فـــى سنه الأساس .

$\text{ط}_{\text{ثع}}$ عدد المقبولين بالثانوى العام فى سنه الأساس .

$\text{ط}_{\text{ثش}}$ عدد المقبولين بالثانوى الشامل فى سنه الاســاس .

$\text{ط}_{\text{ثف}}$ عدد المقبولين بالثانوى الفنى ـ نظام الثـــلاث سنوات ـ فى سنه الاساس .

$\text{ط}_{\text{دم}}$ عدد المقبولين بدور المعلمين والمعلمات فـــى سنه الأساس .

$\text{ط}_{\text{ثف}}'$ عدد المقبولين بالثانوى الفنى ـ نظام الخمـس سنوات ـ فى سنه الأساس .

وأن $أ_{11}$ ، $أ_{12}$ ، .... هى اسقاطات معدلات النمو فـــى العاملين من حاملى مؤهل التعليم الاساسى اثناء سنوات الخطة .

$أ_{21}$ ، $أ_{22}$ ، .... هى اسقاطات معدلات النمو فى المقبولين بالتعليم الثانوى العام .

وهـــكذا ...

وإذا افترضنا ان تقديرات خريجى التعليم الأساسى أثناء سنوات الخطة هى $خ_١$ ، $خ_٢$ ، ... فان العلاقة بين التوزيعات السابقة وهؤلاء الخريجين يمكن التعبير عنها بالعلاقة :

$$\begin{pmatrix} أ_{١١} & أ_{٢١} & \cdots & أ_{٦١} \\ أ_{١٢} & أ_{٢٢} & & أ_{٦٢} \\ أ_{١٣} & أ_{٢٣} & & أ_{٦٣} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ أ_{١ن} & أ_{٢ن} & & أ_{٦ن} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} ط_{ع١} \\ ط_{ثغ} \\ ط_{ثش} \\ ط_{ثف} \\ ط_{دم} \\ ط_{ثف} \end{pmatrix} = \left[خ_١ \quad خ_٢ \quad \cdots \quad خ_ن \right] \quad \ldots\ldots \quad (١٠-٩١)$$

ويعطى مجموع حاصل ضرب عناصر العمود الاول فى المصفوفة أ فى العنصر $ط_{ع١}$ من العامل ٦ × ١ جملة العاملين من حملة التعليم الأساسى اثناء سنوات الخطة : أى أن :

جملة العاملين من حملة التعليم الأساسى = مج $أ_{ل١}$ $ط_{ع١}$

جملة الملتحقين بالثانوية العامة أثناء سنوات الخطة = مج $أ_{ل٢}$. $ط_{ثع}$ .. وهكذا بالنسبة للمجالات الاخرى

كما يتحدد عدد المقبولين أو العاملين من حملة التعليم الأساسى فى أى سنة من سنوات الخطة من العلاقة [1] :

$$أ_{لك}\ ط_{..} = \frac{\sum_{ل} أ_{لك}\ ط_{..} \times خ_{ل}}{\sum_{ل} خ_{ل}} \qquad (١٠-٩٢)$$

---

(١) انظر المثال الخاص باستخدام المصفوفات فى التخطيط (الفصل السابع) .

ويمكن استخدام العلاقتين (١٠-٩١) ، (١٠-٩٢) مع العاملين من جملة الشهادة الثانوية ومن فى مستواهم ، ومع المقبولين بمؤسسات التعليم العالى .

(١٠-٢-٥) **تقدير احتياجات الخطة من المدرسين والمتطلبات التعليمية :**

أتضح لنا من البند السابق ان المخطط يستطيع - فى ضوء اجراءات البند السابق - تقدير عدد المتعلمين فى مراحل اوأنواع التعليم المختلفة ، كمايستطيع تحديد عدد المقدين بكل فرقة دراسية وذلك تمهيدا لتحديد احتياجات هذه الفرق من المدرسين والتيسيرات التعليمية الأخرى .

وتهدف الخطة التعليمية الى توفير احتياجات التعليم من المعلمين والمبانى والفصول والمعامل والورش وغيرها من المتلطلبات التعليمية التى تعمل على تيسير العملية التعليمية ونجاحها . ويستطيع المخطط ان يستفيدبالدراسات المحلية والدولية التى اجريت فى مجال تحديد العدد الأنسب من الطلاب لكل مدرس ، كما يستطيع فى ضوء المسح السابق لواقع العملية التعليمية ان يحدد حجم العجز فى المتطلبات التعليميه ، والعمل على تغطية ذلك فى سنوات الخطة .

ويتحدد عدد أعضاء هيئة التدريس فى ضوء عدد الطلاب وعدد الكراسات الدر سية (الدروس - المواضيع ...) ومتوسط مرتبات المدرسين (١١٥ : ٣٢٥) . أى أن

$$\text{عددالمدرسين } "ع_س" = \varphi\ (ط ، س ، ج)$$

$$= \frac{ط}{أ} + ب\ س - \frac{ج}{جـ} \qquad (١٠-٩٣)$$

حيث : .

أ، ب، م متغيرات برامترية تشير الى متوسطات عدد الطلاب للمدرس ، وعدد المواضيع أو الكرسات الدراسية التى يدرسها الطالب ، والدخل السنوى للمدرس فى السنوات السابقة للخطة .

ط تشير الى عدد الطلاب .

س عددالكرسات الدراسية .

ج متوسط أجر المدرس .

ويلاحظ من العلاقة السابقة أن عدد المدرسين يتأثر بزيادة مرتبات المدرسين . وفى الحالات التى لايراعى فيها زيادة آلاجور وتناقصها يتحدد عدد المدرسين فى أى فترة (٢٧ : ١٧٥ – ١٧٧) من العلاقة : .

$$\text{عددالمدرسين } "ع_{س ز}" = \frac{ط_{ز} \times ف_{ط}}{ب_{م} \times ف_{س}} \qquad (١٠–٩٤)$$

حيث : .

$ف_{ط}$ متوسط عدد الفترات الدراسية التى يدرسها الطالب أسبوعا .

$ف_{س}$ متوسط عدد الفترات الدراسية التى يقوم المدرس بتدريسها اسبوعيا .

$ب_{م}$ متوسط عدد الطلاب فى كل فترة (نسبة عدد الطلاب الى المدرس) .

ويتحدد العجز فى المدرسين فى السنوات السابقة للخطة ، وفى السنوات الاولى من الخطة (١١٧ : ٧٢–٧٤) من العلاقة :

$$ب_{ل}\, شَ - \sum_{ز=1}^{ل-1} خ_{م ز}\, شَ - \sum_{ز=1}^{ل-1} ص_{م ز} + \sum_{ز=1}^{ل-1} \Delta\, ض \leq \hat{ب}_{1}$$

(١٠–٩٥)

حيث

ل — الزمن بالسنوات الدراسية .

$ب_{١}$ — مصفوفة قطرية رتبتها (ن × ن) ، كل عنصر فيها يشير الى نصيب المدرس من الطلاب .

ش — تمثل عامل ـ رتبته "ن × ١" ـ الأنشطة التعليمية حيث يشير كل عنصر فيه الى مستوى نشاط من مستويات الأنشطة التعليمية .

$خ_{م}$ — مصفوفة (ن × ن) كل عامل فيها يشير الى نسبة الخريجين من المدرسين الى عدد الذين يقومون بالتدريس فى المستوى التعليمى "ك"

$ض_{م}$ — عبارة عن عامل "ن × ١" كل عنصر فيه يشير الى عدد المدرسين الاضافيين الذين تدربوا على العمل بالتدريس فى المستوى التعليمى "ك" والذين تم اضافتهم للمدرسين الذين تم اعدادهم فى كليات ومعاهد اعداد المعلم .

Δ — عبارة عن مصفوفة (ن × ن) عناصرها أصفار باستثناء القطر الموازى للقطر الأساس فهو وحدات ، أى أنها فى الصورة ـ

Δ =

صفر	١	صفر	--------	صفر	صفر
صفر	صفر	١	--------	صفر	صفر
⋮	⋮	⋮		⋮	⋮
صفر	صفر	صفر		١	صفر
صفر	صفر	صفر	--------	صفر	١
صفر	صفر	صفر	--------	صفر	صفر

$ب^{8}_{١٠}$ — عامل (ن × ١) كل عنصر فيه يشير الى عدد المدرسين الذين ينبغى ان يقوموا بالتدريس فى المستوى التعليمى "ك" فى بداية الفترة الأساسية

وبجانب تقدير عدد المدرسين ينبغى أن يقوم المخطط بتقدير عدد المبانى والفصول وغيرها من المستلزمات التعليمية

التى تتطلبها الخطة . وتوجد علاقة بين عدد المدرسين وعدد حجرات الدراسة ، وتتمثل هذه العلاقة فى الآتى (٢٦ : ٥٣٠) :

$$\text{ف}_{\text{س}}\,\text{ع}_{\text{س}} = \text{ف}_{\text{ح}}\,\text{ح}_{\text{ج}} \qquad (١٠-٩٦)$$

حيث

$\text{ف}_{\text{ح}}$ متوسط عدد الفترات الدراسية التى تستخدم فيها الحجرة الدراسية اسبوعيا .

$\text{ح}_{\text{ج}}$ عدد الحجرات الدراسية والفصول والمدرجات .

ويمكن فى ضوء العلاقة السابقة تحديد عدد الحجرات الدراسية ، وللأخذ فى الاعتبار عدد الطلاب (٢٧ : ١٩١) يمكن استخدام العلاقة : .

$$\text{ح}_{\text{ج}_{\text{ز}}} = \frac{\text{ط}_{\text{ز}} \times \text{ف}_{\text{ط}}}{\text{ب}_{\text{م}} \times \text{ف}_{\text{ح}}} \qquad (١٠-٩٧)$$

(١٠-٢-٦) تمويـــل الخطـــة :

يعتبر تقدير ما تتكلفة الخطة من نفقات مباشرة أوغير مباشرة خطوة أساسية من خطوات رسم السياسة التى تقـــوم عليها الخطة التعليمية ، وذلك لان توافر النفقات للخطـــة يسهم فى نجاحها .

وتتحدد جملة الانفاق على التعليم بحاصل ضرب عـــــدد الطلاب فىمجموع متوسطات تكلفة الطالب بالنسبة للمبانـــى وأجور المدرسين وأثمان الكتب وتكاليف الادارة وغيرها مـــن التكاليف التى تتطلبها العملية التعليمية .

وبصفة خاصة ، يمكن تقدير التكاليف المباشرة (بنـــد أجورالمدرسين) لأى سنه من سنوات الخطة (٢١:١٦٨) من العلاقة : .

$$\text{ك}_{\text{ل ز}} = \text{ق}_{\text{ل ز}} \frac{\text{ج}_{\text{ل ز}}}{\text{م}^{\text{ب}}_{\text{ل ز}} \cdot \text{ك}_{\text{ل ز}}} \qquad (\text{١٠–٩٨})$$

حيث

$\text{ك}_{\text{ل ز}}$ جملة التكاليف الخاصة بأجور المدرسين الذين يدرسون فى المستوى التعليمى "ل" اثناء العام الدراسى "ز"

$\text{ق}_{\text{ل ز}}$ عدد المقيدين من الطلاب فى المستوى التعليمى "ل" والعام الدراسى " ز" .

$\text{ج}_{\text{ل ز}}$ متوسط أجر المدرس فى المستوى "ل" والعام "ز".

$\text{م}^{\text{ب}}_{\text{ل ز}}$ نصيب المدرس من الطلاب فى المستوى "ل" والعام "ز" .

$\text{ك}_{\text{ل ز}}$ نسبه مايتكلفة الطالب من النفقات المباشرة الخاصة بالمدرسين الى جملة التكاليف المباشرة (١)

ويستطيع المخطط فى ضوء المسح السابق للتكاليف التعليمية ان يقدر جملة التكاليف المباشرة فى سنوات الخطة .

وبصفة عامة ، تتحدد جملة الانفاق على التعليم بمراحل وانواعه المختلفة خلال سنوات الخطة من العلاقة :

$$\text{ك}' = \underset{\text{ل}}{\text{مج}} \; \underset{\text{ز}}{\text{مج}} \; \text{ك}'_{\text{ل ز}} \qquad (\text{١٠–٩٩})$$

حيث (٣١ : ١٧٢) :

$$\text{ك}'_{\text{ل ز}} = \text{ك}'_{\text{ل ز}} \cdot \text{ق}_{\text{ل ز}} \cdot \text{ج}_{\text{ل ز}} \cdot \text{ق}_{\text{ل ز}} \qquad (\text{١٠–١٠٠})$$

$\text{ك}'_{\text{ل ز}}$ تكلفة الطالب فى المستوى التعليمى "ل" والسنة الدراسيه "ز" .

---

(١) تقدر تكلفة المدرسين بمقدار ٨٠٪ من جملة التكاليف المباشرة .

قل ز عامل لحساب الزياده المالية المترتبة على تحسين الناحية الكيفية

ىل ز عامل لحساب الزيادة فى الأسعار أثناء السنة الدراسية "ز" بالنسبة لسنة الأساس .

كَل ز تشمل كل التكاليف المباشرة وغيرالمباشرة الخاصة بالمستوى "ل" فى السنه الدراسية "ز" .

الجزء الثالث

الحاسبات الآلية وامكانية استخدامها فى البحث

الفصل الحادى عشر

استخدام الحاسبات الآليه والكومبيوتر فى البحث التربوى

ان التغيير السريع الذى تشهده السنوات الحالية فى مجال التكنولوجيا والتقنيات الحديثة له أثره الكبير فى اختصار الوقت والجهد ، كما ان اختراع الاجهزه الاليكترونية والحاسبات الآليه هو السبب فى تفجير عاصفه الافكار الجديدة التى تدور حول كل مايتصل بالانسان وحياته .

وفى الحقيقة ، ان الانسان لم يقصر مجال تفكيره فى الحاسبات الآلية والاجهزه الاليكترونية على استخدام هذه المعدات فى علاج أكبر حجم أو قدر من المعلومات فى أسرع وقت وبأقل جهد ، بل أنه امتطى هذه المعدات والاجهزه وسخرها لخدمة الوجود البشرى ، واصبح الآن يستخدم هذه الاجهزة والوسائل فى جميع الانشطه الاقتصادية والاجتماعية والسياسية والمعرفيه .

ولأهميه مثل هذه الوسائل والاجهزة فى مجال الدراسات الانسانية ، وجد أنه من الحكمه إلقاء الضوء على بعض الاسس التى تقوم عليها فكرة هذه الاجهزة ، وطبيعة عملها ، وما ينبغى أن يقوم به الباحث فى مجال العلوم الانسانية للاستفاده من هذه الاجهزة فى بحثه أفضل استفادة .

وبدون الدخول فى التفاصيل الدقيقة ، ومع عدم اهمـــال الغرض الاساسى لهذا الجزء من المؤشرات التربوية ، سنقـــوم بتقسيم هذا الفصل الى عدة بنود تتمثل فى الآتى :-

١ - مفهوم وأنواع الحاسبات الآليه والفكرة التى تقوم عليها هذه الاجهزه .

٢ - البرمجه وتلقين المعلومات للحاسب الآلـــــى .

٣ - نظم الشفرات وطرق تصميم المعلومـــــــات .

٤ - المخطط الانسيابى لخطوات حل المشـــــكلة .

٥ - استخدام المخططات الانسيابية فى تحديد كيفية استخدام الحاسبات الآليه فى حل مشكلات العلوم الانسانية .

أولا : مفهوم وأنواع الحاسبات الآليه والفكرة التى تقـــوم عليها هذه الاجهـــزه .

بالرغم من أن العقود الثلاثة الاخيرة شهدت تقدما مضطردا فى مجال الحاسبات الآليه والكومبيوتر ، الا أن الاعوام الثلاثة الحالية تشهد طفره من هذا التقدم ، فلقد زاد عدد هـــــذه الاجهزة بصوره ملفته للنظر واصبح عددها فى مطلع هذا العـــام ما يقرب من ألف نوع ، تضم أكثر من ٣٠٠ نوع من الانـــــواع المختلفة للكومبيوتر ، والتى ساهمت فى انتاجها العديـــــد من المؤسسات العالمية منها أكثر من ٥٠ مؤسسة امريكية .

وتخدم هذه الاجهزة أكثر من ٧٠ر٠٠٠ غرض من الاغـــــراض العامة ، والتى تتدرج من الاجهزة البسيطة المستخدمه فـــى مباريات الاطفال و الكبار ، الى الاجهزه المعقدة التى تستخدم فى غزو الفضاء وتوجيه سفن الفضاء وتجميع المعلومات الخاصه

بأسرار الفضاء ، هذا بالاضافة الى الاجهزة المستخدمة في توجيه الطائرات ومعدات الحروب ، ووضع الخطط والتكتيكات الاستراتيجيه .

وتنقسم الحاسبات الآليه الىثلاثة أنواع اساسية هى :

١ - **الحاسب الاليكتروني الرقمي** :"Digital"

ويقصد بالحاسبات الاليكترونية الرقمية الاجهزة التى تقوم باجراء العمليات الحسابية والمنطقية معتمدة فى ذلك على البيانات والمعلومات التى تقدم لها فى صورة رقمية (١٦٢ : ٧٥) وتنقسم الى نوعين (١٢٨: ١٢) :-

أ - النوع البسيط ويتمثل فى الالات الحاسبة Calculators والتى تقوم ببعض العمليات الحسابية او المثلثية او الاحصائيه ، او جميع هذه العمليات،ويختلف هذا النوع عن النوع المركب الأوتوماتيكى فى الحاجة الى التدخل البشرى باستمرار .

ب - النوع الاوتوماتيكى المركب (١٢١ : ٩-١١): ويضم الاجهزه التى لاتعتمد فى عملياتها على التدخل البشرى ، ولكنها تقوم بهذه العمليات بطريقه آليه معتمدة فى ذلك على نظام للتغذية الرجعيه ، وقد وضعت فكرة أول نوع منه على الورق فى سنة ١٩٣٦ ، ثم بدأ هاورد ايكين "Haward Aiken" الاستاذ بجامعة هارفارد فى سنه ١٩٣٧ بمحاولة تنفيذ الفكرة حتى نجح فىتصميم الجهاز مارك بمعاونه شركه الالات التجارية القومية (أ.ب.م I.B.M.) فى سنه ١٩٤٤ .

ولم تقتصر الشركة على انتاج آله الضبط الاوتوماتيكى المتسلسل (A.S.C.C.) اومارك (١) ، ولكنها انتجت الجهاز رقم (آ٠ب٠م٠٦٠٤٠) ، وحاسب البرمجة الكرتيه (س ٠ بى ٠ س) والذى يعتبر الجهاز (آ ٠ ب.م ٦٠٤) ، جزءاً منه .. كما يوجد اجهزة كومبيوتر من انتاج شركا ت أخرى منها : (أجهزة الكومبيوتر الانجليزية (ال آى آو) ، (آ ٠ س ٠ ال) ، وجهاز الحساب والدمج العددى الاليكترونى (آى ٠ ان ٠ آ ٠ آى ٠ س) ،والحاسب الاليكترونى الاوتوماتيكى المتغير الانفصال (اى ٠ دى .. فى ٠ آى ٠ س).. هذا بالاضافة الى الاجهزة الحديثة والتى منها : الحاسب الاليكترونى ذات السلاسل المختارة (آس ٠ آس ٠ اى ٠ س) ومن انتاج (آ٠ ب ٠ م)، وجهاز الكومبيوتر الاليكترونى الاوتوماتيكى ذات الخزن المؤجل (أى ٠ دى ٠ اس ٠ آى ٠ س) والحاسب الآلى الاوتوماتيكى (أى ٠ سى ٠ آى) والحاسب الاليكترونى ذو الاغراض العامة (يو ٠ أن ٠ آ ٠ فى ٠ آى ٠ س) ، وأجهزة (آ ٠ ب.م. المتطورة ٦٥٠ ، ٧٠١ ، ٧٠٢ ، ٧٠٤ ، ٧٠٥) (٣٤ : ١٨-٢٤).

٢ - **الحاسب الاليكترونى التناظرى "Analag":**

اذا كان النوع السابق يعتمد فى معالجته للمعلومات على المدخلات والمخرجات التى تاخذ صوررقمية أو عددية متقطعة ، فان الحاسبات التناظرية تعتمد فى معالجتها للموضوعات على الطريقه الكميه ، حيث يتم ترجمة كل المعلومات الحسابية فى صورة كميات طبيعية متصلة .

وتستخدم هذه الانواع من الاجهزة فى دراسة المتغيرات الطبيعية ، وما يتعلق بها من قوانين

(الضغط ـ الجهد ـ درجة الحرارة ـ الوزن ـ الاطوال ـ القدرات ـ القوى ... الخ) ، حيث تقدم له شفره القانون الطبيعى ، وتقدم له الاشياء المراد اختبارها فى ضوء القوانين المعطاه كمدخلات ، ثم يقدم لنامجموعة من الاشارات التى يمكن ترجمتها فى صورة احكام تبين لنا طبيعة هذه الاشياء . (١٣٠ : ١٢-١٤) .

فعلى سبيل المثال ، يمكن استخدام الحاسب التناظرى فى معرفة قدرة وصلاحية اجزاء سيارة ، كما انه يساهم فى معاونه رجال المرور بتشغيل اجهزة الاشارات وتزويد مناطق الكبارى بأجهزة تحدد أوزان وارتفاعات حمولة سيارات النقل ، هذا بالاضافة الى ان بعض السيارات مزودة باز بيدوميتر " Speedometer" يحدد سرعه السيارة (٥٨ : ٧٢-٨٤) .

ويوجد العديد من الاجهزة التناظرية منها الات الفسيل الاوتوماتيكيه ، واجهزة التسجيل الاوتوماتيكية التى تحدد نوع الاصوات ، والاجهزة المستخدمة فى ايجاد اوزان الاشياء واثمانها فى آن واحد ، والات التصوير الاوتوماتيكية ، واجهزة تغيير العملة ، وما شابه ذلك من أجهزة (٥٨) .

٣ - الحاسب الاليكترونى الهجينى : (Hybrid)

بذلت الكثير من المحاولات للاستفاده بمميزات المعالجة الكمية والعددية فى آن واحد ، وقد اسفرت هذه المحاولات عن تصميم نوع جديد يتكون من تزاوج النوعين السابقين ، وقد أطلق على النوع الجديد لفظ "الحاسب الاليكتونى الرقمى - التناظرى" او الحاسب الاليكتوونى الهجينى .

ويتميز الكومبيوتر الهجينى بالجمع بين مميزات الحاسب المتناظر والمتمثلة فى السرعة والمرونه والكفاءة ، هذا بالاضافة الى التخزين والمنطق والدقه التى تتميز بها الحاسبات الرقمية ، كما تساهم شبكه الاتصالات الموجودة بين الجهازين فى تشغيلهما فى اطار واحد ... وفى ضوء هذا التزاوج تقوم الاجزاء الممثلة للجهاز المتناظر بدفع المعلومات بطريقه ديناميكيه وسريعة وعلى درجه كبيرة من الدقه خلال شبكات التوصيل الى الاجزاء الممثلة للجهاز الرقمى والذى يقوم بدور المعالجة الجبريه والاحصائية (١١٩ : ٤٥) .

وتبنى فكرة الحاسبات الاليه على أساس نقل مركز التفكير من العقل البشرى الى عقل آلى .. فاذا كان الانسان عندما تعرض عليه مشكلة مكتوبة ويطلب منه حلها ، فانه يسلك سلوكا معينا مستخدما الرسوم التخطيطية ، والعلاقات الرياضية ، وما لديه من تصورات عن حلول المشكلات المشابهة ، فاذا توصل الى اجابة او حل للمشكلة قام بكتابة هذا الحل أو النتيجة .

كذلك الامر بالنسبه للحاسبات الآليه عندما تقدم لها مشكلة مكتوبة باللغة التى تعرفها ، فانها تقوم بسلسلة من العمليات المتصلة ، وعندما تصل الى الحل أو النتيجة تقوم بكتابة هذا الحل أو النتيجة باللغة الخاصة بها (اشارات كما فى الحاسبات المتناظرة ، أو أرقام عددية كما فى الحاسبات الرقمية) (١٤ : ٧٦) .

وبلغه الهندسة الكهربية يمكن تشبيه الحاسب الآلى بصندوق سحرى اسود لايمكن فتحيه أو اختباره لمعرفة كيف يسلك ، وهذا الصندوق يحصل على مدخلاته من المعلومات والبرامج

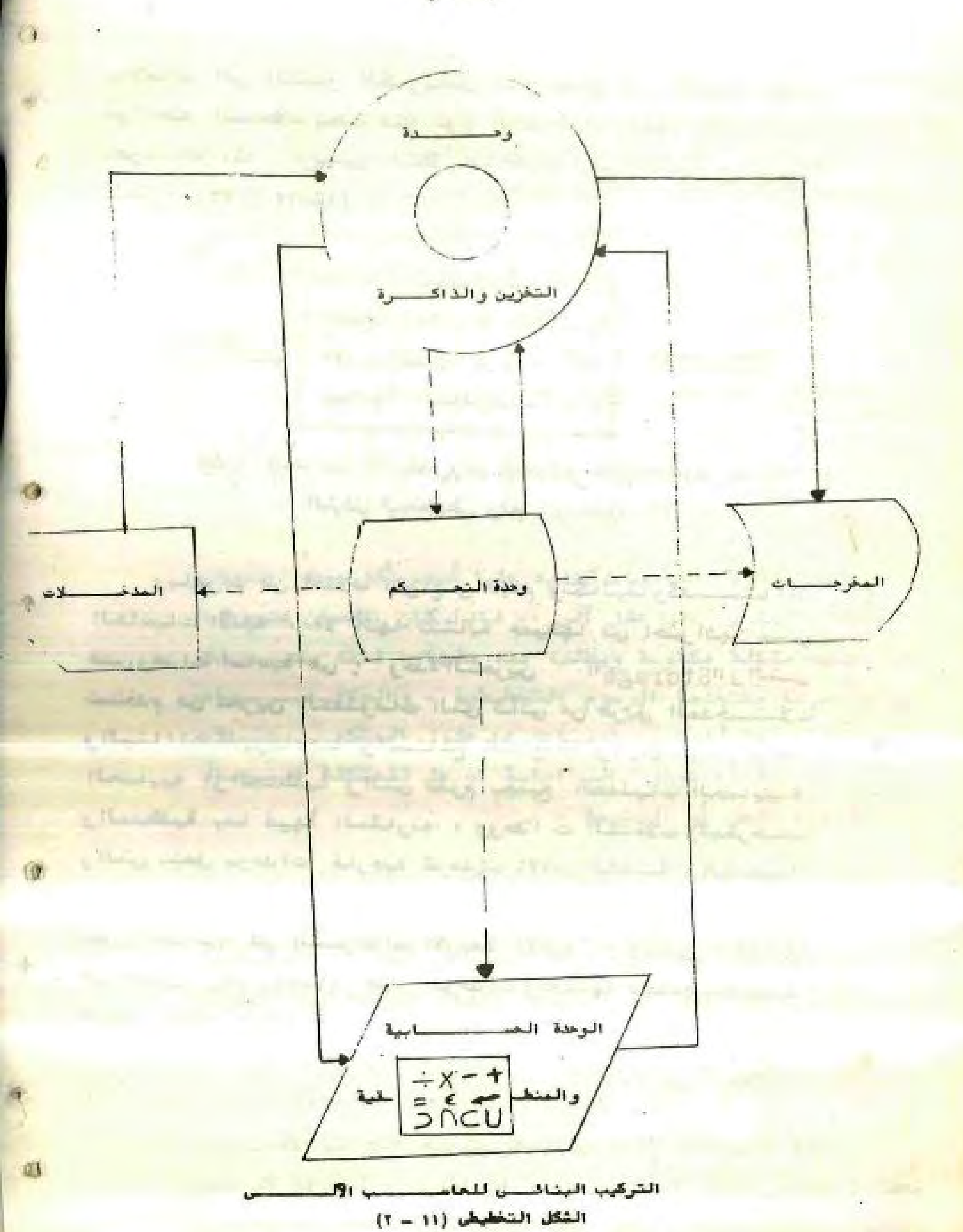
بالاضافة الى التيار الكهربائى الذى يعمل على تشغيله وفى ضوء هذه المدخلات يحدد لنا نوع المخرجات بلغته التى تعودناها منه ، ويبين الشكل التخطيطى رقم (١١-١) هذه الفكرة (٧٣ : ١٤-١٦) .

المدخلات ← | اجهزاء ومكونات الحاسب الآلى وعملياته ونظم معالجة المعلومات | ← المخرجات

فكرة الحاسب الاليكترونى كصندوق سحرى اسود

الشكل التخطيطى رقم (١١-١)

وبالرغم من اختلاف أنواع وأحجام وتكاليف وكفاءات الحاسبات الآليه ، الا أنها تتشابه جميعها فى احتوائها على خمس وحدات اساسية هى : وحدة التخزين "Storage" والتى تستخدم فى تخزين المعلومات التى تأتى عن طريق المدخلات والبناءات البرنامجية والنتائج المتوسطة والنهائيةوالوحده الحسابيه أوالمنطقية والتى تقوم بجميع العمليات الحسابية والمنطقية بما فيها المقارنة ، ووحدات المدخلات والمخرجات والتى تتصل بوحدات خارجيه كوحدات الالات الكاتبة والتسجيل والات المغنطه أو التثقيب .. ثم وحدة التحكم والتى تتحكم بصورة مباشرة فى الوحدات الاربعة الاخرى .. ويبين الشكل التخطيطى رقم (١١-٢) هذه الوحدات وعلاقتها ببعضها البعض (١٢٨ : ١٩) .



التركيب البنائـــي للحاســـب الآلـــي
الشكل التخطيطي (١١ - ٢)

ثانيا : البرمجه وتلقين المعلومات للحاسب الآلي :

تعتبر هذه العملية اساس المعالجة الآليه وتتطلب اجراءاتها اكثر من نصف الوقت والتكاليف التى تتطلبها اجراءات نظام الحاسب الآلى .

وتتمثل اجراءات هذه العملية فى تجميع المعلومات والبيانات المراد معالجتها بالحاسب الآلى ، ثم وضعها فى صورة صيغ ومجموعات معدة للبرمجة ، ثم ترجمة ذلك الى برامج - مكتوبة باللغة التى يفهمها الحاسب ، واخيراً يتم تلقين هذه البرامج بعد تلقين برنامج نوع التحكم المطلوب .

ويوجد العديد من اللغات التى تستخدم فى كتابة الشفرات الخاصة بالحاسبات الآلية أهمها*:

١ - نظام ترجمة الصيغ الجبرية "فورترا ن" والتى تستخدم فى حل المشاكل الحسابية ، وهذه اللغة تعتبر من افضل لغات الشفرات لقربها فى الشبه من اللغة المستخدمه فى الحلول العلمية المستعملة ، ولاحتوائها على بعض أساليب المخاطبة السائده فى اللغة ، وأشهر لسهجاتها "يوماك" المستعملة على الحاسب "آر - آى - سى ٣٠١" .

٢ - لغة "بى - ال/١" والتى تستخدم فى كتابة الشفرات الخاصة بحل المشاكل العلمية والتجارية على الحاسب الآلى " اى . بى . أم/٣٦٠" .

---

* لمعرفة انواعها رجعنا فى ذلك الى (٨٥ : ٦٢) .
وللحصول على معنى المصطلحات رجعنا الى (١١٩)؛(٤٠:١١٥-١٣٦) ، (١٦٢) .

٣ - لغة حل المشكلات الحسابية "ألجول" وتشبه اللغتين السابقتين ، وتستخدم في كتابه شفرات المشاكل العلمية وتشمل عدة تعبيرات تمثل اساليب ومنهج الحل .

٤ - علامات الرموز البولندية وتسخدم في كتابة المعاملات الرياضية (الجمع - الضرب - القسمة - ...) وتدون هذه العلامات قبل الكميات الحسابية .. فعلى سبيل المثال : أ × (ب + ج) تكتب فى الصورة X + أ ب ج .

٥ - اللغة البرنامجية "أى . بى . ال" وتمثل احدى اللغات الجبرية التى تحوى الكثيرمن اساليب الحلول الجبرية والدوال .

٦ - لغة الباسيك والتى تستخدم فى حل المعادلات الرياضية الممثلة للتنافس بين فريقين للوصول الى هدف واحد .

٧ - اللغه المهيئة للأعمال التجارية العامة (كوبول) وهى لغة جبرية تستحدم فى كتابة البرامج الخاصة بحل المشاكل الحسابية المستخدمة فى الأعمال التجارية .

٨ - اللغة المجدولة "تاصول" وهى احدى اللغات التى صممتها شركة جنرال اليكتريك لاستعمالها على الحاسب "ص . أى - ٢٢٥" .

٩ - اللغة المعدة للمشكلات العامة "بونيهول" وهى عبارة عن لغة عامة تستخدم فى حل المشاكل الحسابية .

هذا بالاضافه الى وجود عدة لغات مشتقة هى سنوبول وكومباز ،كما يوجد العديد من الطرق التى يمكن استخدامها فىتجميع واعداد المعلومات للحاسب الآلى بهذه اللغات،

سواء أكانت هذه المعلومات تستخدم لأول مرة ، أم عبارة عن نتائج وسيطة تم تجميعها وتخزينها لاستخدامها فى الوقت المناسب ، ومن هذه الطرق ما يلى : (١٢٧: ١٥-٨٦) .

١ - طريقه التشغيل على دفعات متتالية : ويتم فيها تشغيل البرامج على التوالى ، حيث تجمع اجزاء البرامج او المشكلات المتشابهة فى مجموعات او "دفعات" وتعرض مع نفس البرنامج الاصلى على الحاسب بهدف معالجتها فى آن واحد (١١٩ : ١٨) .. وتسخدم لذلك عدة انواع من الشفرات هى :

أ - **الكروته المثقبة** ويعتبر هذ الأسلوب من أقدم الأساليب وأكثرها إنتشارا .. ويعتمد هذا الاسلوب على استخدام آله تثقيب معينه تقوم بتثقيب المعلومات المقروءة - معتمدة فى ذلك على نظام شفرة لكتابة الحروف الهجائية تسمى هولوريث (٧٢ : ١٢٦) - على كارت من الورق المقوى طولة تقريبا ١٨,٧ سم وعرضة ٨,٣ سم ، وسمكه ١٨,٠ سم .. وعدد اعمدته ٨٠ عمودا[1] و ١٢صفا ويبين الشكل رقم (١١-٣) صورة هذا الكارت .

الشكل رقم (١١-٣) الكارت المثقب

(١) يوجد انواع اخرى من الكروته عدد اعمدتها ٢١، ٦٥، ٩٠، ٩٦، ١٣٠، ١٦٠، عمود، الا ان الشكل (١١-٣) هو الكارت الشائع الاستخدام .

وبغض النظر عن لون الكارت أو الجانب المشطوف من الجوانب الأربعة نلاحظ من الشكل أن الكارت قبل الاستعمال مدون عليه تكرارات (صفر-٩) وايضا رقم الاعمدة مدون أسفل الصف الصفرى ، وصف التسعات ، كما يلاحظ ترك الصفين الحادى عشر والثانى عشر خاليين من الارقام ، ويوجدان فى أعلى الكارت بترتيب معكوس .

ولكى يصبح الكارت المثقب وسيلة تفاهم - على درجة عالية من الدقة - بين الانسان والحاسب الآلى .. يراعى فى التثقيب احتواء كل عمود من الاعمده الثمانين على حرف واحد أو رقم واحد أو اشارة واحدة من الاشارات المستخدمه وبالتالى فان كل كارت يحوى على ٨٠ رمزا من الرموز المستخدمه.

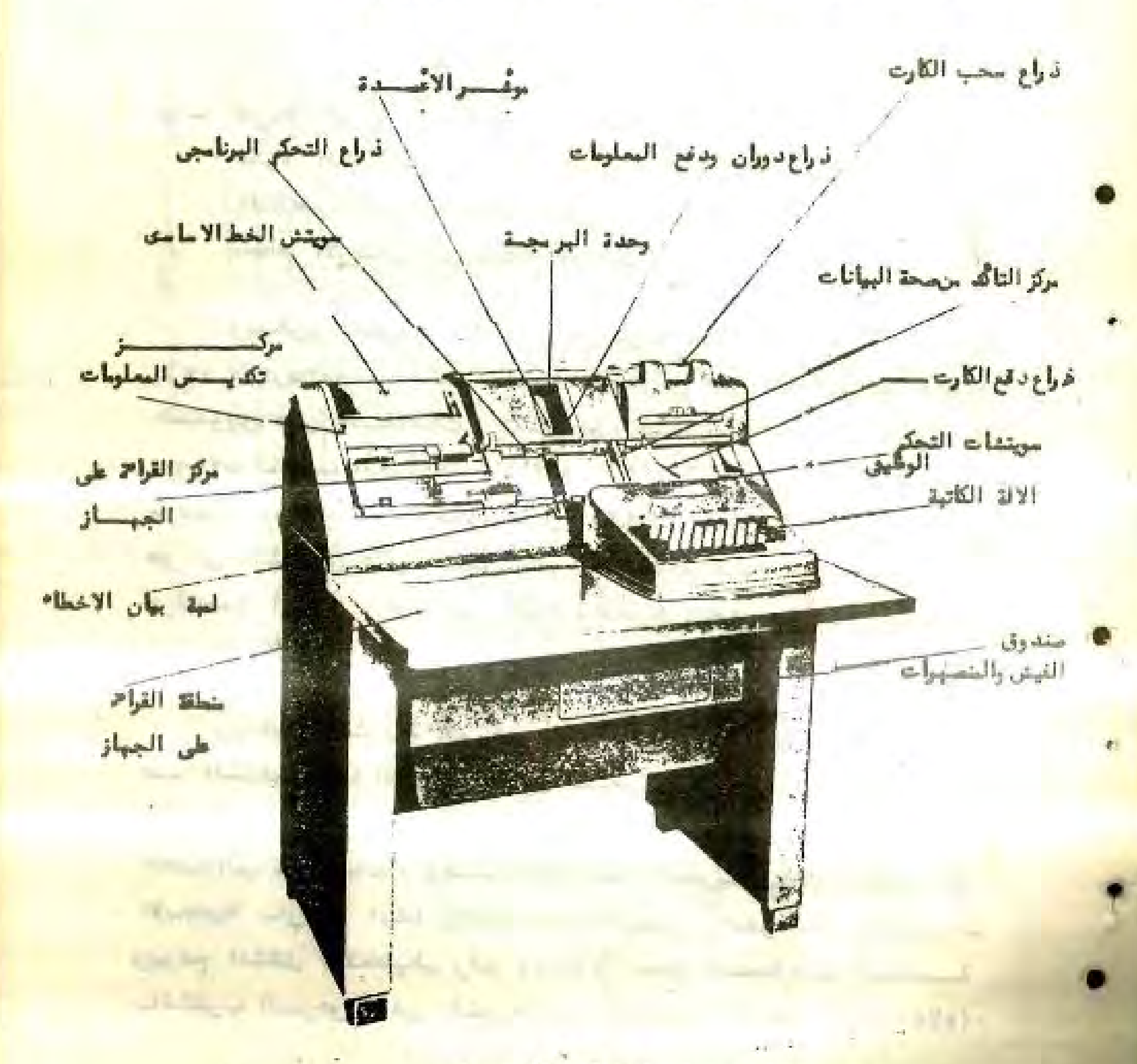
ويستخدم فى تصميم الشفرة المكتوبة على كارت مثقب لغة الفورتران ، ويبين الجدول (١١-١) ارقام الفورتران التى ينبغى تثقيبها للتعبير عن الرمز المستخدم (٧٧ : ١ر٤-٣) .

الجدول (١١-١)

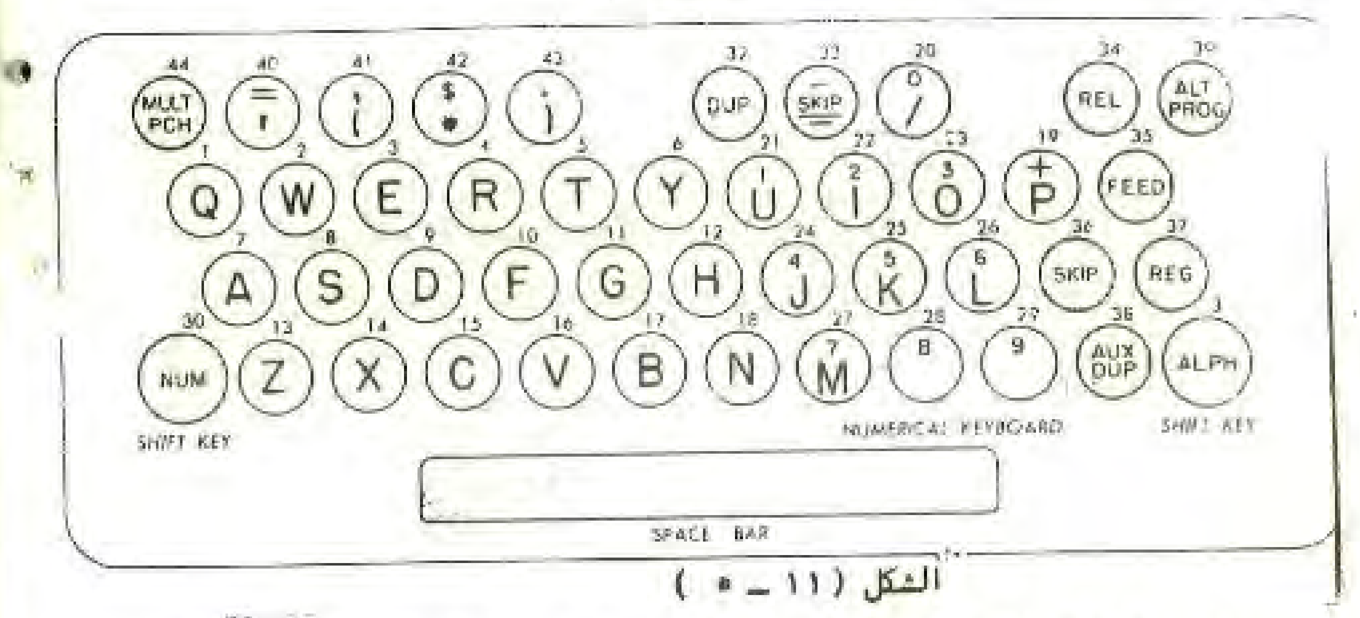
الرموز المستخدمة ومايقابلها من ارقام للصفوف

الرمز	الرقم الكودي	الرمز	الرقم الكودي	الرمز	الرقم الكودي	الرمز	الرقم الكودي
0	صفر	C	١٢-٣	O	١١-٦	+	١٢
1	١	D	١٢-٤	P	١١-٧	-	١١
2	٢	E	١٢-٥	Q	١١-٨	*	١١-٤-٨
3	٣	F	١٢-٦	R	١١-٩	/	صفر-١
4	٤	G	١٢-٧	S	صفر٢	=	٣-٨
5	٥	H	١٢-٨	T	صفر٣	العلامة العشرية	١٢-٣-٨
6	٦	I	١٢-٩	U	صفر٤	,	صفر٣-٨
7	٧	J	١١-١	V	صفر٥	!	٤-٨
8	٨	K	١١-٢	W	صفر٦	)	١٢-٤-٨
9	٩	L	١١-٣	X	صفر٧	(	صفر-٤-٨
A	١٢-١	M	١١-٤	Y	صفر٨	المسافة الفراغ	لاماكن
B	١٢-٢	N	١١-٥	Z	صفر٩		

ويستخدم لتثقيب الكروته آله تثقيب " Keypunchتتكون من وحدتين اساسيتين هما وحده الكارت ولوحة المفاتيح (أو الالة الاكاتبة) ويوضح الشكل (١١-٤) صورة آله التثقيب (اى · بى · أم ٠٥٦) كما يوضح الشكل (١١-٥) الواجهة الاماميه للآلة الكاتبة الخاصة بآلة التثقيب .



الشكل (١١-٤) جهاز آى بى أم ٠٥٦)



الشكل (١١ ـ ٥)

٢ ـ شريط الورق المثقب : ويعتمد هذا الاسلوب على استخدام فكره الشرائط الورقية التى استخدمت فى أجهزه التلغراف والتليكس لتدوين الرسائل المرسله من محطه الارسال الى محطه الاستقبال .

ويتكون الشريط الورقى من شريط ضيق يتراوح عرضه مابين ٥ر١٧ ، ٤ر٢٥مم ، وتشبه فكرة التدوين على هذا الشريط فكرة التدوين على البطاقات ، لكن مع استخدام آله أكثر مرونه من الات تثقيب الكروته ، (الآله الكاتبة الاوتوماتيكية موديل ٢٣٠٣) .. والفارق بين الكارت والشريط الورقى هو أن التدوين على الاخير يتم باستخدام خمسه خطوط (العرض ٥ر١٧مم (أو ٦ ، ٧ ، ٨ خطوط (العرض ٤ر٢٥ مم) بدلا من ١٢ خطا (١٣٧ : ٣٠-٣٥) .

وينقسم الشريط الورقى الى قسمين بخط مسنن ،ويراعى عند التثقيب جعل الجزء العلوى للتعبير عن ارقام الاحاد، اما الجزء السفلى فيخصص لارقام العشرات مع مراعاة تقسيم العدد الى ثنائيات ، وطبقا للغة هذا الشريط يمثل الحروف الابجدية بارقام ايضا وكذلك بعض الرموز والفراغات والاشارات ويوضح الشكل التخطيطى رقم (١١-٦) بعض المصطلحات الخاصة بالثقوب الموجودة فى الشريط ذات الخطوط السبعة (١٣٠ : ١٤٣) .

+ ٦٤٧٦٠٠٠

٠٠
٠٠
٧٦
٦٤
+

+
٦٤
٧٥
٠٠
١٠

+ ٦٤٧٥٠٠١٠

+
S=٤٦
T=٤٧
Period=٥٦
ȼ=Blank=٦٦

الخطوط

الخط المسنن

+
A= ٢١
L= ٢٤
P= ٤٣
H= ٣٠

٢٥=E
٤٧=T
٢٠=Space
٢١=A
+

الشكل رقم (٦-١١) الشريط الورقـــى المثقـــب

جـ - **الشريط الممغنط** : وهو عبارة عن شريط بلاستك[1] ، ملفوف على بكرة عرضه يتراوح ما بين ١٢٫٧ ، ٢٥٫٤ مم ، وهو يشبه الى حد كبير الشريط المستخدم فى المسجلات العادية ، والاختلاف الوحيد بينه وبين شرائط التسجيل العادية هو الطول الفائق والتثقيب الموجود على جوانبة ، حيث يتراوح طوله ما بين ٧٦ر٣٢٥ م ، ٢٥ر٧٣١م، كما انه يشبه الشريط الورقى ، وان كان يختلف منه فى عدم القدرة على رؤيه اماكن الرموز ، والقدرة على تسجيل عدد كبير من الرموز عليه تصل الى ٨٠٠ رمز فى البوصة الواحدة (١٢١ : ٤٠-٤٣) .

وتعتبر الشرائط الممغنطة من أسرع الوسائل المستخدمه فى تلقين الاجهزة الحاسبة ، حيث تصل سرعة التسجيل الى ٤١٫٧٠٠ رمز فى الثانية الواحدة ، كما انها غير مكلفة بالمقارنه بالشرائط الورقية أو الكروته وذلك بسبب إمكانية إستحدامها أكثر من مره لقابليتها للمسح كما يحدث فى شرائط التسجيل العادية (١٢٩ : ٨٠-٨٣) .

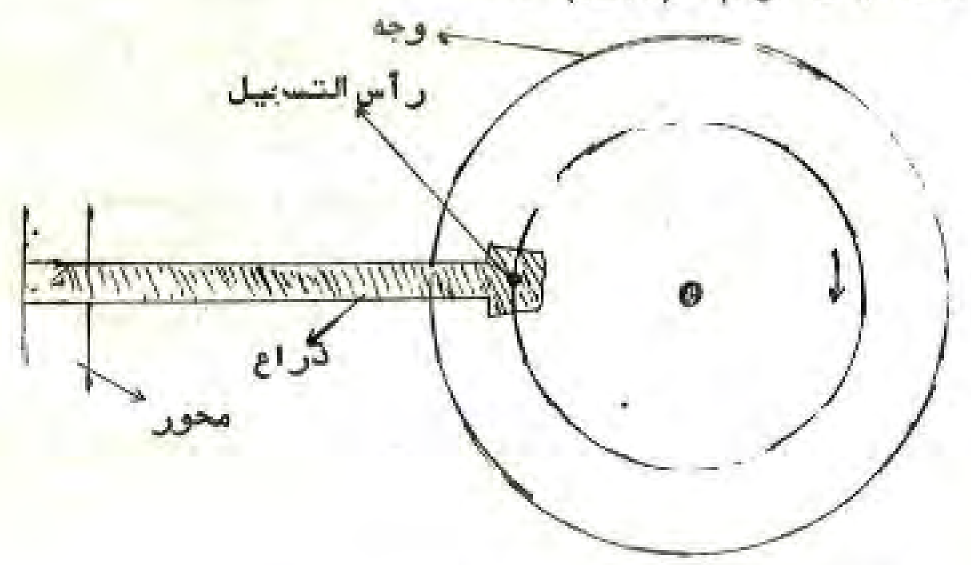
د - **اشرطه الكاسيت** : وتشبه النوع السابق من حيث المكونات ، الا انها اقصر فى الطول ، واقرب فى الشبه من شراط التسجيل العادية ، وسهلة الاستخدام وبخاصه فى تجميع كميات من المعلومات البسيطة التى يضمها عمل يومى مثلا (١٣٧ : ٣٨) .

هـ - **الاقراص الممغنطه** : وتعتبر من الاساليب السريعة والشائعة فى العديد من النظم الحاسبية ، حيث يمكن استحدام مجموعه ملفات لتدوين المعلومات التى يمكن

---

(١) توجد شراط مصنوعة من مواد اخرى (كسبيكه الحديدوالبرونز)

تلقينها للجهاز الحاسب ، ويتكون ملف الاقـــــــراص الممغنطة من عدة اقراص ذات عشرة اوجه يمكن تدويـــــن المعلومات عليها ، ويتكون كل وجه من ٢٠٠ خط دائـــرى يبدأ بالدوائر الصغرى ثم ينتهى بالكبرى ، ويستخـــدم للتسجيل على الاوجه العشره عشرة رؤوس للقراءةوالكتابـة مثبته فى خمسه أذرع - كل راسين فى ذراع احدهما الـــى اعلى والآخر الى أسفل - وهذه الاذرع مثبته فـــى محـــور متحركه للداخل والخارج (٤٠ ؛ ٥٤-٥٦) انظر الشـــــكل التخطيطى رقم (١١-٧) .



الشكل التخطيطى (١١ - ٧)

و - **اقراص الكاسيت** : وهى عبارة عن اقراص قطرهـــــا ١٩٫٠٥ سم ، وتسجل المعلومات على وجه واحد فقط وذلـــك على خطوط كونتورية - تشبه النوع السابق - ويمكــــــن استخدام القرص الواحد فى تسجيل من ٨٠ آلف الى ٢٤٠ آلف رمز طبقا للنوع المستخدم ، ويمكن استخدام هـــذه الوسيلة فى ارسال ٣٣٫٣ كليو بات (نبضه) أو ٣٣٫٣ الــف حرف من الحروف المزدوجة فى الثانية الواحدة (١٣٧ : ٣٨-٤٠) .

ويوجد بالاضافة اللاساليب السابقة عدة اساليب اخرى لتلقين المعلومات للحاسبات الاليه ، منها التلقين المباشر باستخدام الآله الكاتبة الملحقة بالجهاز كما توجد اجهزة حاسبات اليه تعتمد فى التلقين على الكتابه اليدوية واستخدام الاحرف المعدة للطباعة .

٢ - طريقة التشغيل باخضاع المدخلات والمخرجات للرقابة المباشرة والمستمرة .. وتعتبر هذه الطريقة اسرع من الطريقة السابقة ، واقل منها فى التكاليف ،فلقد لوحظ أن بالرغم من ان الطريقتين تعتمدان على نفس اللغة الا أن العملية التى تستغرق ٣٠ دقيقةباستخدام هذه الطريقة تتطلب عدة أيام باستخدام طريقة الدفعات (٤٢ : ١٣) .

ونظرا لما تتميز به هذه الطريقة من سهولة فى تدوين المعلومات والقدرةعلى التحكم فى مسارها وتصحيح الاخطاء اولا بأول ، هذا بالاضافة الى أن المعلومات تلقن للحاسب بطريقة مباشرة سواء با ستخدام الالات الكاتبة او التسجيل الصوتى ، وتعالج بمجرد اكتمال البيانات المطلوبة ، لذا فان اجهزة هذه الطريقة اكثر انتشارا من اجهزة الطرق الاخرى .

وبالاضافة الى المميزات السابقة ، يتميز هذا النوع بأن بعض اجهزته تظهر صورة المدخلات والنتائج على شاشتها هذا بالاضافة الى تدوين النتائج على شرائط ورقية او على أوراق ذات احجام كبيرة ، ولاتحتاج هذه النتائج الى ترجمه من لغة الحاسب الى اللغة الانسانية أىأنه لايتطلب آله تثقيب (Keypunch) اومخنطه كما لايتطلب آلهقراءه او غيرها من الاتالقراءه (١٠: ٧٤-١٠٥) .

وتعتبر هذه الطريقه من الطرق المفضلة فى علاج نتائج نتائج الابحاث التربويه والنفسية ، وذلك لعدم تطلبها من الباحثين فى هذه المجالات وبخاصة فى الدول التى تعتمد فيها معالجة نتائج الابحاث على قيام الباحث نفسه باستخدام الحاسبات - معرفه لغة وكيفيه التثقيب والمفنطه ، او ترجمه لغة النتائج الى اللغة العادية ، كما انه لا تحتاج الى دورات تدريبية على كيفية اعداد الشفرات (٦٣: ٢٠٠-٢٠٥).

وفى ضوء استخدام هذه الطريقة لايتطلب من الباحث سوى معرفه بعض المصطلحات الخاصة بالبرمجة ، والاختصارات المتفق عليها ، وكيفية التعامل مع الجهاز عند اصدار الاوامر له او الاستجابة لما يطلبه الجهاز ، هذا بالاضافة الى القدرة على استخدام الآله الكاتبة الملحقة بالميكروكومبيوتر، وكل هذه المعلومات يمكن الحصول عليها من النشرات الدورية التى يعدها مركز الحاسب الآلى (٧٨ : ١ - ٣) .

والمستخدم للميكروكومبيوتر الخاص بالحاسب الذى يعمل طبقا لهذه الطريقة (الحاسب الآلى بجامعة انديانا) يتبع الخطوات التالية [1]

١ - التخلص من المعلومات السابقة الموجودة على شاشة الجهاز ، وذلك بالضغط على المفتاحين (SHIFT) ، (CLEAR) فى آن واحد .

٢ - يعطى اشارة للجهاز بالاستعداد لقبول المعلومات التى سيقدمها للحاسب ، وذلك بالضغط على المفتاح (ESC) ثم المفتاح (RUB) ويدون كلمة (DONE) ثم يضغط

---

(١) قام المؤلف بزياره مركز الحاسب بجامعة انديانا وشاهد هذه الاجراءات .

على المفتاح (RETURN) مرتين ، فاذا طلب منه الجهاز بتدوين الحروف الاولى المكونة لاسمه قام بذلك ، اما اذا كانت الاجابة عدم وجود أدوار له (NO SESSIONS) فانه يطلب منه الاتصال بالمركز الاساسى أى يقوم بالخطوة التالية .

٣ - يقوم المستخدم للجهاز بتدوين كلمة (CALL) ثم يضغط على المسطرة ويدون I200 (هو رقم مركز تنظيم الجهاز الحاسب) ثم يطلب منه الرد بالضغط على المفتاح (RETURN) .

٤ - عندما يعطى الجهاز الاشارة بالاستعداد ويطلب منه ذكر الاسم ، يقوم المتسخدم بتدوين الاسم المسجل لدى سكرتاريه الحاسب ، ثم يضغط على مفتاح (RETURN) .

٥ - بمجرد ظهور رقم الحساب ، يقوم المستخدم بتدوين رقم حسابه ثم يطلب الردكما فى الخطوة السابقة .

٦ - عندما يطلب منه كلمة السر المتفق عليها ، يقوم بتدوين كلمة السر المتفق عليها ويطلب الرد .

٧ - اذا كانت المعلومات المعطاه فى الخطوات الثلاثة السابقة صحيحه فان الجهاز يعطى اشارة للمستخدم بالبدء فيقوم بتسجيل التعليمات والمصطلحات وما يحتاجه من بياناته .

٨ - عندما يُظهر الجهاز استعداده للقيام بهذه التعليمات يقوم بتدوين المدخلات التى يرغب فى تلقينها للجهاز .

٩ - عندما ينتهى من تقديم المعلومات الكافية يقوم بتسجيل اشارة الانتهاء ثم يضغط على جهاز المخرجات للحصول على النتائج مدونه على ما سترشيت خاصة .

ويوجد بالاضافة للطريقتين السابقتين طرق اخـــرى ذات اغراض خاصة ، وفيها يتم التسجيل الصوتى أو الرقمى لاسعار بعض الاشياء الموجودة بالمحلات التجارية او الاستراتيجيـــات الخاصة بالمراقبة والتوجيه الحربى أوسفن الفضاء ، وماشابه ذلك (١).

ثالثا : نظم الشفرات وطرق تصميم المعلومات :-

تستخدم نظم الشفرات فى العديد من الاغراض الحربيـــه والسلمية ،وأشهر أنواع الشفرات هى شفرة مورس المعتمــده على الرموز والنقاط المستخدمة فى ارسال البرقيات التلغرافيه عبر اسلاك البرق ، تستخدم بعض الشفرات فى صورة اضـــواء خاطفة (فلاشات) عبر البحار والمحيطات ، كما نستخدم بعض البنوك ارقام الحسابات كشفوات ، حيث يكون لكل مشترك شـفرة خاصة به تضم رقم حسابه واسمه وعنوانه .

والمقصود بالشفره " مجموعة الرموز المماثله أوالمطابقه لصفات عناصر المعلومات بدرجه تجعلها أكثر تفضيلا من نطابـق اللغه الطبيعية (٧٣ : ١٤٠ - ١٤١) ويرجع تفضيل اســتخدام الشفرات لعده اسباب منها (٧٣ : ١٤١ - ١٤٣) .

١ - ان الشفرات تعتبر اختصارمكافئا للرسائل المعبر عنها باللغة الطبيعية لذا تفضل فى الحاسبات لانها تتطلب فراغات صغيرة بالمقارنة بالرسائل التى لايستخدم فيها مثل هذه الشفرات ،فعلى سبيل المثال اذا اردنـــا استخدام الكروته المثقبة فى تدوين الرسالة "شيرين نبيل موسى ، ذكر مولود فى نوفمبر ١٩٤٧ ،ويعمل مهندسا معماريا" فاننا نحتـــاج الى ٦٧ عمودا .. اما اذا افترضنـــا ان رقم بطاقتـة

---

(١) للاستزاده يمكن الرجوع الى (١٢٧ :١٧-١٨ ، ٤٠-٥٥ ، ٧٥-٩٠) .

" ٥٠٤٩" وان الرقم : الكودى لمهنته "١٤٠٣" وأردنا التعبير عن ذلك باستخدام نظام الشفرات ، فاننا نعبر عن اسمه برقم بطاقته ، وجنسه بالرقم "١" (الذكر (١) والانثى (٢) مثلا) وعن تاريخ ميلاده بالرقم "١١" للتعبير عن الشهر ،والرقم "٣٧" للتعبير عن السنه ، والرقم الكودى لمهنته للتعبير عن نوع المهنة . فى هذه الحالية تحتاج الى ١٤ عمودا فقط .

٢ - ان استخدام الشفرات يختصر الوقت اثناء تسجيل المعلومات على آلات تلقين المعلومات للجهاز الحاسب ، كما انه يختصر وقت توصيل المعلومات الى ذاكرة الحاسب .

٣ - ان استخدام الشفرات يفيد فى عدم تداخل المعلومات نتيجة تشابه الاسماء ، أو اتفاقهم فى الجنس أو تاريخ الميلاد او نوع المهنه .

٤ - ان اهمية استخدام الشفرات تبدو واضحة فى قدرة الباحث فى المجالات التربوية والنفسية على مقارنة العديد من العوامل التى يدرسها باستخدام صفحة او عدد بسيط من صفحات نتائج الحاسب الآلى . ومن هنا قد يكون استخدام الشفرات فى المدخلات له اهميه ثانويه بالمقارنه بالتسهيلات التى تتيحها هذه الشفرات فى تقارير المخرجات .

٥ - وتظهر أهميه استخدام الشفرات فى الحاسبات التى تعمل بالنظام الثنائى لا النظام العشرى ، وهذه الاجهزة تفرض على مستخدمها نوعا معينا من الشفرات يتم فيه التعبير عن الاعداد والحروف بهذا النظام - كما سنشير الى ذلك فيما بعد .

ويحتاج مصمم نظم المعلومات الى نوعين اساسيين من

الشفرات هى :-

مجموعة الشفرات الوصفية والتى تمثل مصطلحات فريدة يمكن استخدامها كمفتاح للاغراض المرتدة والطبيعية ، هذا بالاضافة الى مجموعة الشفرات التصنيفية التي تستخدم كبديل للوصف القصصى ، والتى فى ضوئها يمكن تحديد رقم أورمز لكل قسم من الاقسام المطلوبة ، ويختلف هذا النوع عن النوع السابق فى ان الرمز او الرقم هنا لا يعتبر فريدا ، ولكن يمكن استخدامه فى اكثر من حالة ، كان يخصص الرقم "١" للاضافة والرقم "٢" للشطب ، بدلا من استخدامهما للتعبير عن الجنس كما سبق - والرقم "٣" للتعديل .. وهكذا (١٢٧: ٩٤-٩٩) .

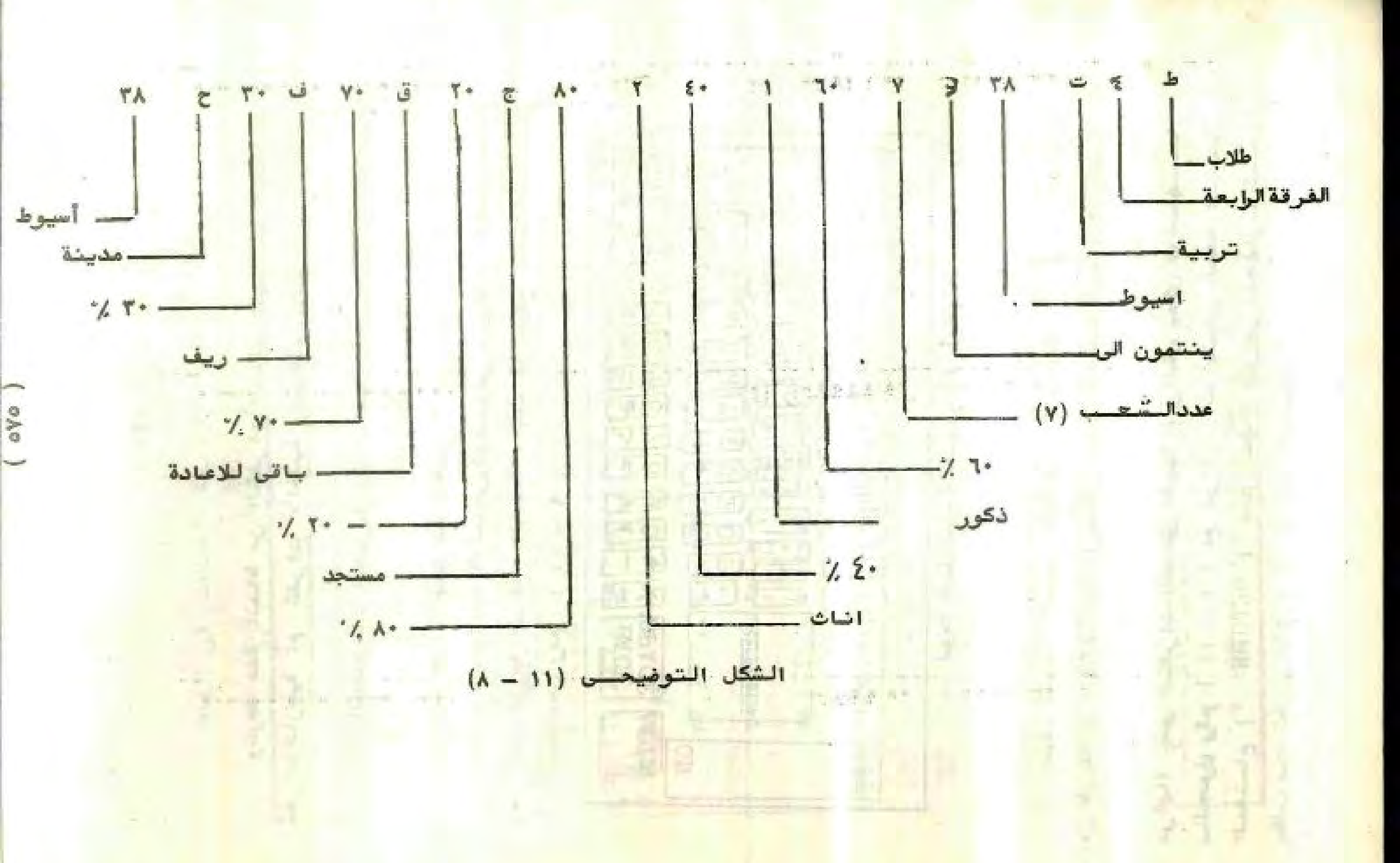
ويفضل فى الشفرات التصنيفية استخدام الارقام - كلما امكن ذلك - لانها تتطلب ثقبا واحدا لكل رقم بدلا من ثقبين فى حالة الحروف الابجدية . فعلى سبيل المثال يفضل استخدام الرقمين (١)،(٢) للتعبير عن الجنس بدلا من استخدام الحرفين "ذ" ،"ث" . وفى الحالات التى يتعذر فيها استخدام الارقام يمكن الاعتماد فى الشفرة على النظام " الابجدى " ، كأن يعبر عن " مدرج ٤ بمبنى كليه التربيه بالاصطلاح م ت ٤" بينما يعبر عن " فصل ١٠ بمبنى كلية العلوم " بالاصطلاح " ف ع ١٠ " .

وفى ضوء هذا النظام يقوم مصمم المعلومات بتقسيم المعلومات التى لديه الى مجموعات (بلوكات) كل مجموعة يمكن معالجتها بالحاسب كوحدة متكاملة سواء عند التخزين أو عند الاخراج من الذاكرة . ثم يقسم هذه المجموعات الى فئات جزئية طبقا لمجالات البلوك (المجموعة الام).

فعلى سبيل المثال يقوم بتقسيم البلوك الخاص بالمثال الآتى الى اجزاء كما يلى :-

" طلاب الفرقة الرابعة بكلية التربية باسيوط ينتمون الى سبع شعب ، بعضهم ذكور ٦٠ ٪ والبعض الاخر اناث ٤٠ ٪ ، كما ان بعضهم مستجد ٨٠ ٪ والبعض الاخر باق للاعادة ٢٠٪ ، ومعظمهم من الريف ٧٠ ٪ والقلة من مدينة اسيوط ٣٠ ٪ .

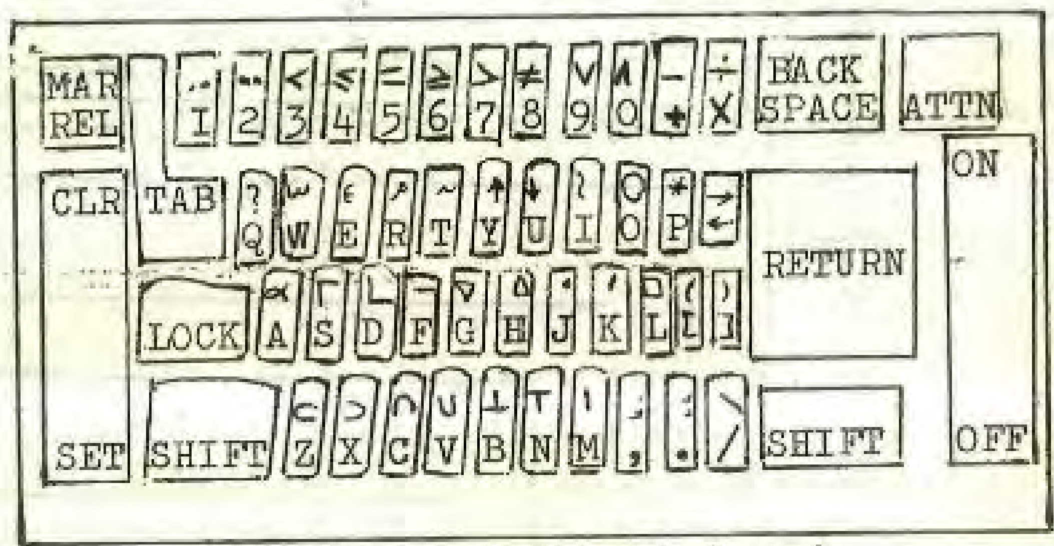
فى هذا المثال يقوم المصمم بترجمة هذا البلوك الى شفرة مستخدما الحروف والاعداد والرقم الكودى لمدينة اسيوط .. فاذا افترضنا ان الرقم الكودى لمدينة اسيوط "٣٨" وان الذكور يعبر عنهم بالرقم "١" ، والاناث بالرقم "٢" ، وان المستجد يعبر عنة بالحرف "ج" والباقى للاعادة بالحرف "ق" ، وان الريفي يعبر عنه بالحرف "ف" وابناء المدينة يعبر عنه بالحرف "ح" ، فان هذه الشفرة وتقسيماتها تمثل بالشكل (١١ -٨) .



الشكل التوضيحى (١١ – ٨)

وتوجد عدة انماط من الشفرات المتفق عليها سواءأكانت شفرات خارجية أم شفرات داخلية ومن هذه الانماط :-

آ - نمط المعلومات الجبرية والحسابية المستخدمة فى اللغة (اى • بى • ال • ") A.P.L.) (٩٥ : ٥٨-٧٠، ٤٩٤) ويستخدم هذا النمط فى تلقين الحاسب الالى من أحد أجهزته الطرفية كالميكروكومبيوتر ، والآله الكاتبة المستخدمة فى هذه اللغة ، كما هو موضح بالشكل التخطيطى رقم (١١ - ٩) .



لوحه المفاتيح للغة (APL)

الشكل التخطيطى (١١-٩)

وطبقا لمهذا الجهاز الطرفى او الميكوركومبيوتر المتخدم فى طريقة (On-line) يمكن استخدام المفاتيح (٥٣ + ١) فى تلقين الحاسب الالى المعلومات المراد معالجتها مع مراعاة بعض الشفرات المتفق عليها ، والتى يمكن توضيحها بالجدول رقم (١١ - ٢) مع مراعاة انه ينبغى الضغط على المفتاح (RETURN) عند اعطاء الاوامر للجهاز ، كأن يطلب منه تخزين ذلك ، أو ما هى النتيجة ؟ او ... الخ .

الجدول (١١ – ٢)
نمط العمليات الجبرية المستخدم فى اللغة (APL)

العمليـة	مفهومهـا	مثـال
‎** + **‎	الجمـع	٣ + ٩ RETURN ١٢
‎** × **‎	الضـرب	٥ × ٦ RETURN ٣٠
‎** – **‎	الطـرح	٢٥–١٧ RETU.. ٨
‎** ÷ **‎	القسـمة	٨ ÷ ٤ RET.. ٢
‎** EN‎	الضرب × ١٠ N	٥ E ١٨٦٥٤ر١.. RET ١٨٦٥٤٠
	مرفوع لأسـى	٨ * ٢ RETURN ٦٤
‎*********‎	العدد مرفوع لأس وكذلك الأس	٥*٤*٢*½ .. RET ٩٢٢١٠٢٦٢ تفهم على انها (٥)(٤)(٢)½
‎** + ** × **‎	الجمع على حاصل الضرب	٥+٤ × ٨ ..RET ٣٧
‎** × ** + *‎	الضرب فى حاصل الجمع	٥ × ٤+٨ ..RET ٦٠
‎(**×**)+ **‎	الضرب ثم الجمـع	(٥×٤) + ٨ .RET ٢٨
‎** ← **‎	اخزن هذا كـ	٥ر٣٤٨ ← أ .. RET ٤ ← ب .. RET أ × ب * ← حـ .. RET جـ ..RETURN ٢٧٢ر٣٤٢ أ × ب × ٣ ← ك ..RET ك .RET ١٧٦ر٦٤
‎× !‎	مضـروب ×	RET. ٥ ! ١٢٠=٥×٤×٣× ٢ × ١
	توافيـق (A) B	٣ ! ٥ .RET ١٠= ٥! / (٣! × ٢!)
‎× |‎	القيمة المطلقة (x)	– ٥ | .. RET ٥

تابع الجدول (١١ – ٢)

نمط العمليات الجبرية المستخدمة فى اللغة (A P L)

العملية	مفهومها	مثال
○ x	تكرار x عدد ط من المرات	٤×٣ر١٤١٥٩٢٧ = ١٢ر٥٦٦٣٧١ RET ٠٠○٤
⍟ x	اللوغاريتم الطبيعى للعدد x	لوه٥ = ١ر٦٠٩٤٣٧٩ RET ٠٠⍟ ٥
A ⍟ B	لو B_A	
⌈ / x	اكبر قيمة للمقدار x	RET ٠٠ أ ⟵ ١٧٠ ٨٠ ٣٥٠ ١١٠ ٦ ٣٥ RETURN ٠٠ ⌈ / أ
⌊ / x	القيمة الصغرى للمقدار x	٦ RETURN ٠٠ ⌊ / أ
* x	قيمة المقدار $هـ^{x}$	٢٢٠٢٦ر٤٦٦ RETURN ٠٠ * ١٠
+ x	الاشارات الخاصة بالمقادير كما هى لا تتغير	R٠٠أ ⟵ ٣٠ + ، ٢٥ – ، ٢٠ – ، ١٥ – ، ١٠ + ٢٠ + ، ١٥ – ، ١٠+ RETURN ٠٠ + أ ٣٠ + ، ٢٥ –
– x	تغيير الاشارات	٣٠– ، ٢٥+ ، ٢٠– ، ١٥+ ، ١٠ – RET ٠٠ – أ
× x	تحديد نوع الاشارة	١+ ، ١– ، ١+ ، ١ – ، ١ +RET ٠٠× أ
÷ x	مقلوب بالعدد .	٠ر٠٦٦٦٦٦٧– ، ٠ر٠٥ ، ٠ر٠٤– ، ٠ر١ RE ٠٠ ÷ أ ٠ر٠٣٣٣٣٣
⍴ x	عدد القيم ..	٥ RETUR ٠٠ ⍴ أ
+ / A	مجموع الاعداد	٢٠ RETURN ٠٠ + / أ
* / A	مرفوع لاس محددة	$^{٣٠}(^{٢٥}(٢٠(^{١٥–}(١٠–))))$ R٠ * / أ ليست اجابة الحاسب الالى .
⎕ ⟵	ضع قيم المدخلات أو المخرجات طبقا لترتيبها	⎕: RET ٠٠ أ ⟵ ⎕ RETURN ٠٠ ٢٥ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ٢٥ ٢٠ ١٥ ٤٠RE.⎕ ⟵ أ
⍴A ÷ +/ A ⎕ ⟵	ايجاد المتوسط الحسابى	⎕ RET ٠٠ + / أ ÷ ⍴ أ ⟵ ⎕ RET.١٧ $\frac{1}{2}$ ٠٠ ٢٥ ٢٠ ١٥ ١٠

مثال : اوجد الوسط الحسابى والانحراف المعيارى للقيم ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ٢٥ ، ٣٠ ، ٣٥ ، ٤٠ ، ٤٥ ، ٥٠ ، ٥٥ باستخدام الحاسب الالى .

الحل : فى صورة محادثة بين الانسان والحاسب الالى .

الانسان يلقن الحاسب برنامجة المطلوب .

(أ / +) ÷ ٢ م ⟵ م RETURN

(أ - م)* ٢ ⟵ ب RETURN

ب / + ⟵ جـ RETURN

(جـ ÷ أم) % مر. ⟵ ع RETURN

□ ⟵ أ RETURN

الحاسب الالى يرد باستخدام اشعة الكاثود واظهار الاستجابة على شاشة الميكروكومبيوتر (On- Line) بالاشارة الاتية . :

الانسان : ١٠ ١٥ ٢٠ ٢٥ ٣٠ ٣٥ ٤٠ ٤٥ ٥٥ .. RE ..

م RETURN

الحاسب الالى : مر٣٢

الانسان : ع .. RETURN

الحاسب الالى : : ١٣٨٢٥٢ر١٥

الانسان : ع٢ (التباين) .. RETURN

الحاسب الالى : ١٦٦٦٦٦٦٦٦٧ر٢٢٩

ب - نمط الاسم والعنوان : ويعتمد هذا النمط على النظام اللاصوتى (Soundex system) حيث يعبر عن الاسماء والعناوين بالحرف الاول وثلاثة ارقام تعبر عن أوزان الحروف الثلاثة الساكنة التالية وغير المتكررة وتتحدد هذة

الاوزان من الجدول الاتى (١٢٧ : ٩٩ – ١٠١) :-

الوزن	ع١	ع٢	ع٣	ع٤	ع٥	ع٦	ع٧	ع٨	ع٩	ع١٠
لا وزن	A	E	H	I		O		U	W	Y
1	B	F				P		V		
2	C	G	J	K		Q	S		X	Z
3	D						T			
4				L						
5				M	N					
6 لاوزن						R				

وفى ضوء هذا النمط يمكن التعبير عن Egypt بالشفرة "E213" والتعبير عن Education بالشفرة "E323" والاسم Hossam بالشفرة "H250" وتتفق هذه الشفرة مع الاسم Hussain (١).

جـ – النمط الثنائى : وفيه يتم التعبير عن الاعداد المكونة للنظام العشري وكذلك الحروف الابجدية والرموز بالنظام الثنائى ، حيث يستخدم هذا النمط من الشفرات فى الدوائر الداخلية للحاسبات التى تقوم على النظرية الاساسية " الاضاءة تمثل (١) ،

---

(١) للاستزادة يمكن الرجوع الى (١١٤ : ٥٣٨ – ٥٥٢) .

و الانطفا ٕ يمثل "صفر" ٠ وطبقا لهذ النظام يتم اعادة كتابة كل رقم من أرقام عدد محسوب بالنظام العشري الى الرقم المقابل له من النظام الثنائى (٩٦ ، ٣٠ـ٥٠) فعلى سبيل المثال الرقم ٣ بالنظام العشري يصبح ١١ بالنظام الثنائى ، والرقم (٤)$_{١٠}$ يصبح (١٠٠)$_{٢}$ وهكذا ٠ ويوضح الجدول الاتى بعض العلاقات الموجودة بين النظامين ٠

العشري	الثنائى
٥	١٠١
٦	١١٠
٧	١١١

العشري	الثنائى
٨	١٠٠٠
٩	١٠٠١
١٠	١٠١٠

العشري	الثنائى
١١	١٠١١
١٢	١١٠٠
١٣	١١٠١

وبصفة عامة ، يمكن تحويل اى عدد عشري الى النظام الثنائى باستخدام فكرة القسمة المطولة والباقى ٠ فعلى سبيل المثال العدد ١٥٠ بالنظام العشري يصبح :

العدد	المقسوم عليه	الباقى
١٥٠	٢	ـ
٧٥	٢	٠
٣٧	٢	١
١٨	٢	١
٩	٢	٠
٤	٢	١
٢	٢	٠
١	٢	٠
٠	٢	١

اى ان (١٥٠)$_{١٠}$ = (١٠٠١٠١١٠)$_{٢}$

كما يمكن التحويل من النظام الثنائي الى النظام العشرى باستخدام العلاقة :-

$$ع = أ \times ٢^{٠} + ب \times ٢^{١} + جـ \times ٢^{٢} + د \times ٢^{٣} + \cdots\cdots$$

حيث أ ، ب ، جـ ، د ، ... = صفر أو ١.

ففى المثال السابق يمكن تحويل $(١٠٠١٠١١٠)_{٢}$ الى النظام العشرى حيث :-

$$(١٠٠١٠١١٠)_{٢} = ٠ \times ٢^{٠} + ١ \times ٢^{١} + ١ \times ٢^{٢} + ٠ \times ٢^{٣} + ١ \times ٢^{٤} + ٠ \times ٢^{٥} + ٠ \times ٢^{٦} + ١ \times ٢^{٧}$$

$$= ٠ + ٢ + ٤ + ٠ + ١٦ + ٠ + ٠ + ١٢٨ =$$

$$= (١٥٠)_{١٠}$$

وينطبق ذلك على الكسور ، ولكن مع مراعاة الاسس السالبة :-

فعلى سبيل المثال $(١٠١ر٠١١)_{٢}$ تصبح بالنظام العشرى كما يلى :-

$$(١٠١ر٠١١)_{٢} = ١ \times ٢^{-٣} + ١ \times ٢^{-٢} + ٠ \times ٢^{-١} + ١ \times ٢^{٠} + ٠ \times ٢^{١} + ١ \times ٢^{٢}$$

$$= \frac{١}{٨} + \frac{١}{٤} + ٠ + ١ + ٠ + ٤ = ٥\frac{٣}{٨} = ٥ر٣٧٥$$

ويمكن استخدام طريقتين لتحويل الكسور العشرية الى النظام الثنائى : احداهما تعتمد على تقسيم الكسر الى كسور ثنائية معروفة ، كأن يوضع الكسر ٠ر٨٧٥ مثلا فى الصورة :-

$$٠ر٨٧٥ = ٠ر٥ + ٠ر٢٥ + ٠ر١٢٥$$

$$= \frac{١}{٢} + \frac{١}{٤} + \frac{١}{٨} = ١ \times ٢^{-١} + ١ \times ٢^{-٢} + ١ \times ٢^{-٣}$$

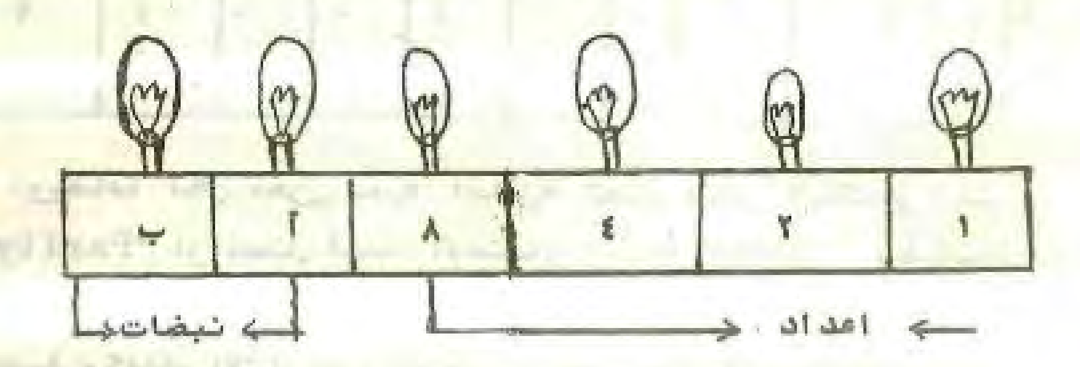
$$= (٠ر١١١)_{٢}$$

أما الثانية فتعتمد على معاملة الكسر كعدد صحيح ثم القسمة على العدد الثنائى المقابل للنظام العشري ،فعلى سبيل المثال الكسر العشرى ٤ر٠ يمكن وضعه فى الصورة :ـــ

الكسر العشرى = ٤ر٠ = ٤×١٠ ^-١^ = $(١٠٠)_٢ \div (١٠)_{١٠}$

= $(١٠٠)_٢ \div (١٠١٠)_٢ = (٠ر٠١١٠٠١١)_٢$

واستخدام هذا النمط فى دواكر الحاسبات الآليــة الداخلية (الذاكرة ـ وما قبل مرحلة الاخراج النهائــى) يقابل استخدام الكرته المثقبة ، وبعض الطرق الاخــرى المعتمدة على التثقيب . وفى ضوء شفرة النظام العشــرى الثنائيه (BCD) يمكن تصور ذاكرة الحاسب الالى علــى انها مكونه من عده اجزاء كل جزء منها يمثل مخزن افتراضى يتكون من ٦ لمبات كما هو موضح بالشكل التخطيطى رقم (١١-١٠)



الشكل التخطيطىرقم (١١ ـ ١٠)

وتقابل اللمبات ١ ، ٢ ، ٤ ، ٨ صفوف الاعداد مــن ١ ـ ٩ فى الكرونه المثقبة ، اما النبضة آ فتمثــل الصف (٠) ، والنبضة (ب) تمثل الصف (١١) ،والنبضتــان (آ) ، (ب) معا تمثلان الصف (١٢) ، ويوضح الجــدول (١١ ـ ٣) العلاقة بين الاعداد العشرية ولمبات المخــزن

الافتراضى ، وعدد النبضات مع ملاحظة ان اضاءة اللمبة سيعبر عنه بالرقم (١) but, ON = (I) وعدم اضاءتها سيعبر عنه بالرقم (٠) OFF= (O) (١٣٢;٥٦٤ ، ٥٦٦) .

الجدول (١١ — ٣)

الاعداد	١	٢	٤	٨	أ	ب	ارقام	النبضات
١	١	٠	٠	٠	٠	٠		١
٢	٠	١	٠	٠	٠	٠		٢
٣	١	١	٠	٠	٠	٠	—	١ — ٢
٤	٠	٠	١	٠	٠	٠		٤
٥	١	٠	١	٠	٠	٠	—	١ — ٤
٦	٠	١	١	٠	٠	٠	—	٢ — ٤
٧	١	١	١	٠	٠	٠		١ — ٢ — ٤
٨	٠	٠	٠	١	٠	٠		٨
٩	١	٠	٠	١	٠	٠	—	١ — ٨
٠	٠	١	٠	١	٠	٠	—	٢ — ٨

ويضاف لكل مخزن لمبة اضافية تمثل عنصر التكافوء "Parity" او تمثل شيفة الاختبار "Check bit" وطبقا للعنصر الجديد يمكن التعبير عن الاعداد العشرية والحروف الابجدية وكذلك الاشارات والرموز ، وفى هذه الحالة تضاء اللمبة " جـ " (C) فى الحالات التى تضاء فيها اللمبات (١ — ٢) كما فى العدد " ٣ " او (١ — ٤) كما فى العدد " ٥ " ، (٢ — ٤) كما فى العدد " ٦ " ، (١ — ٨) كما فى العدد " ٩ " ، (٢ — ٨) كما فى الاعداد (٠ ، ١٠ ، ٢٠٠ ، ٠٠٠) وذلك كما هو موضح بالعمود الثامن من الجدول (١١ — ٣)

ويوضح الجدول (١١ - ٤) كيفية التعبير عن الحـــروف الابجدية والاشارات باستخدام نمط شفرة النظام العشـــرى الثنائية التكافوء (١٣٢ : ٥٦٨) .

الجدول (١١ - ٤)

الرمز	الشفرة BCD ١	٢	٤	٨	أ	ب	ج	الرمز	الشفرة BCD ١	٢	٤	٨	أ	ب	ج
A	١	٠	٠	٠	١	١	٠	Q	٠	٠	٠	١	،	١	١
B	٠	١	٠	٠	١	١	٠	R	١	٠	٠	١	٠	١	٠
C	١	١	٠	٠	١	١	١	S	٠	١	٠	٠	١	٠	١
D	٠	٠	١	٠	١	١	٠	T	١	١	٠	٠	١	٠	٠
E	١	٠	١	٠	١	١	١	U	٠	٠	١	٠	١	٠	١
F	٠	١	١	٠	١	١	١	V	١	٠	١	٠	١	٠	٠
G	١	١	١	٠	١	١	٠	W	٠	١	١	٠	١	٠	٠
H	٠	٠	٠	١	١	١	٠	X	١	١	١	٠	١	٠	١
I	١	٠	٠	١	١	١	١	Y	٠	٠	٠	١	١	٠	١
J	١	٠	٠	٠	٠	١	١	Z	١	٠	٠	١	١	٠	٠
K	٠	١	٠	٠	٠	١	١	blank	٠	٠	٠	٠	٠	٠	١
L	١	١	٠	٠	٠	١	٠	-	٠	٠	٠	٠	٠	١	٠
M	٠	٠	١	٠	٠	١	١	&	٠	٠	٠	٠	١	١	١
N	١	٠	١	٠	٠	١	٠	$	١	١	٠	١	٠	١	١
O	٠	١	١	٠	٠	١	٠	*	٠	٠	١	١	٠	١	٠
P	١	١	١	٠	٠	١	١	.	١	١	٠	١	١	١	٠

ولما كان استخدام نمط الشفرة السابقة يساعد الحاسب الالى على امكانية التعبير عن ٦٤ رمزا فى كل جزء من اجزاء

الذاكرة ، لذا استخدثت انماط اخرى من الشفرات منها . شفرة النبضة السابعة المعيارية (A S C I I) والتى يطلـــق عليها الشفرة المعيارية الامريكية لتغيير المعلومـــات الداخلية (٧ نبضات + نبضة التكافوء) ، وهذه الشـــفرة يعمل عليها معظم الحاسبا ت الالية "ANSI" ابتداء مـــن سنة ١٩٦٨ وفى ضوئها يمكن التعبير عن ٩٦ رمزا تتضمـــن الحروف الابجدية الكبيرة والصغيرة،ويبين الجدول (١١ — ٥) كيفية التعبير عن الرموز باستخدام هذه الشفرة (٩٩ : ١٧٢ ١٧٣) .

الجدول (١١ – ٥)

الشفرة (ASCII) ذات النبضة السابعة المعيارية

الرمز	ASCII الاعداد	ASCII المنطقة	الرمز	ASCII الاعداد	ASCII المنطقة	الرمز	ASCII الاعداد	ASCII المنطقة	الرمز	ASCII الاعداد	ASCII المنطقة
مسافة	٠٠٠٠	٠١٠	+	١٠١١	٠١٠	6	٠١١٠	٠١١	A	٠٠٠١	١٠٠
!	٠٠٠١	٠١٠	,	١١٠٠	٠١٠	7	٠١١١	٠١١	B	٠٠١٠	١٠٠
"	٠٠١٠	٠١٠	–	١١٠١	٠١٠	8	١٠٠٠	٠١١	C	٠٠١١	١٠٠
#	٠٠١١	٠١٠	.	١١١٠	٠١٠	9	١٠٠١	٠١١	D	٠١٠٠	١٠٠
$	٠١٠٠	٠١٠	/	١١١١	٠١٠	:	١٠١٠	٠١١	E	٠١٠١	١٠٠
%	٠١٠١	٠١٠	0	٠٠٠٠	٠١١	;	١٠١١	٠١١	F	٠١١٠	١٠٠
&	٠١١٠	٠١٠	1	٠٠٠١	٠١١	<	١١٠٠	٠١١	G	٠١١١	١٠٠
'	٠١١١	٠١٠	2	٠٠١٠	٠١١	=	١١٠١	٠١١	H	١٠٠٠	١٠٠
(	١٠٠٠	٠١٠	3	٠٠١١	٠١١	>	١١١٠	٠١١	I	١٠٠١	١٠٠
)	١٠٠١	٠١٠	4	٠١٠٠	٠١١	?	١١١١	٠١١	J	١٠١٠	١٠٠
*	١٠١٠	٠١٠	5	٠١٠١	٠١١	@	٠٠٠٠	١٠٠	K	١٠١١	١٠٠
L	١١٠٠	١٠٠	Y	١٠٠١	١٠١	f	٠١١٠	١١٠	s	٠٠١١	١١١
M	١١٠١	١٠٠	Z	١٠١٠	١٠١	g	٠١١١	١١٠	t	٠١٠٠	١١١
N	١١١٠	١٠٠	[	١٠١١	١٠١	h	١٠٠٠	١١٠	u	٠١٠١	١١١
O	١١١١	١٠٠	\	١١٠٠	١٠١	i	١٠٠١	١١٠	v	٠١١٠	١١١
P	٠٠٠٠	١٠١	]	١١٠١	١٠١	j	١٠١٠	١١٠	w	٠١١١	١١١
Q	٠٠٠١	١٠١	↑	١١١٠	١٠١	k	١٠١١	١١٠	x	١٠٠٠	١١١
R	٠٠١٠	١٠١	←	١١١١	١٠١	l	١١٠٠	١١٠	y	١٠٠١	١١١
S	٠٠١١	١٠١	'	٠٠٠٠	١١٠	m	١١٠١	١١٠	z	١٠١٠	١١١
T	٠١٠٠	١٠١	a	٠٠٠١	١١٠	n	١١١٠	١١٠	{	١٠١١	١١١
U	٠١٠١	١٠١	b	٠٠١٠	١١٠	o	١١١١	١١٠	|	١١٠٠	١١١
V	٠١١٠	١٠١	c	٠٠١١	١١٠	p	٠٠٠٠	١١١	}	١١٠١	١١١
W	٠١١١	١٠١	d	٠١٠٠	١١٠	q	٠٠٠١	١١١	~	١١١٠	١١١
X	١٠٠٠	١٠١	e	٠١٠١	١١٠	r	٠٠١٠	١١١	مح	١١١١	١١١

كما استحدثت نمط شفرة النظام العشرى الثنائية الممتدة (EBCDIC) والتى تستخدم فى الحاسبات الالية آ ٠ ب ٣٠م٠ ٣٦٠ ، ٣٧٠ ، ٤٣٠٠ ،ويمكن باستخدام هذه الشفرة التعبير عن ٢٥٥ رمزا تشمل الابجدية الصغرى والكبيرة ، هذابالاضافة الى العديد من الاشارات الخاصة والرموز الضابطة ، وفى هذه الحالة يتكون كل جزء من ذاكرة الحاسب الالى من ثمانى نبضات يطلق عليها لفظ " بايت " بالاضافة الى نبضة التكافوء وينقسم البايت الى قسمين متساويين ، القسم الاول يقابل منطقة الاعداد فى شفرة " هولوريث " اما القسم الثانى فيقابل المنطقة الخالية لنفس الشفرة ، ويبين الجدول (١١ - ٦) العلاقة بين رموز شفرة (EBCDIC) (٩٩ - ١٧٤) وشفرة هولوريث للاعداد والحروف الكبيرة والاشارات (١٣٢ : ١١١ - ١١٩ ، ٥٦٨ - ٥٧٣)

الجدول (١١ – ٦)

الرمز	EBCDIC		هولوريث	الرمز	EBCDIC		هولوريث	الرمز	EBCDIC		هولوريث
	الاعداد	المنطقة			الاعداد	المنطقة			الاعداد	المنطقة	
مسافة	٠٠٠٠	٠١٠٠	لاتثقيب	d	٠١٠٠	١٠٠٠		H	١٠٠٠	١١٠٠	٨-١٢
[	١٠١٠	٠١٠٠	A-٤-٠	e	٠١٠١	١٠٠٠		I	١٠٠١	١١٠٠	٩-١٢
.	١٠١١	٠١٠٠	A-٣-١٢	f	٠ ١٣	١٠٠٠		}	٠٠٠٠	١١٠١	
<	١١٠٠	٠١٠٠	A-٤-١٢	g	٠١١١	١٠٠٠		J	٠٠٠١	١١٠١	١-١١
(	١١٠١	٠١٠٠	A-٥-١٢	h	١٠٠٠	١٠٠٠		K	٠٠١٠	١١٠١	٢-١١
+	١١١٠	٠١٠٠	A-٦-١٢	i	١٠٠١	١٠٠٠		L	٠٠١١	١١٠١	٣-١١
		١١١١	٠١٠٠	A-٧-١٢	j	٠٠٠١	١١٠١		M	٠١٠٠	١١٠١	٤-١١
&	٠٠٠٠	٠١٠١	١٢	k	٠٠١٠	١٠٠١		N	٠١٠١	١١٠١	٥-١١
]	١٠١٠	٠١٠١	A-٤-١٢	l	٠٠١١	١٠٠١		O	٠١١٠	١١٠١	٦-١١
$	١٠١١	٠١٠١	A-٣-١١	m	٠١٠٠	١٠٠١		P	٠١١١	١١٠١	٧-١١
*	١١٠٠	٠١٠١	A-٤-١١	n	٠١٠١	١٠٠١		Q	١٠٠٠	١١٠١	٨-١١
)	١١٠١	٠١٠١	A-٥-١١	o	٠١١٠	١٠٠١		R	١٠٠١	١١٠١	٩-١١
;	١١١٠	٠١٠١	A-٦-١١	p	٠١١١	١٠٠١		\	٠٠٠٠	١١١٠	
¬	١١١١	٠١٠١	A-٧-١١	q	١٠٠٠	١٠٠١		S	٠٠١٠	١١١٠	٢-٠
-	٠٠٠٠	٠١١٠	A-٥-٠	r	١٠٠١	١٠٠١		T	٠٠١١	١١١٠	٣-٠
/	٠٠٠١	٠١١٠	١-٠	~	٠٠٠١	١٠١٠		U	٠١٠٠	١١١٠	٤-٠
!	١٠١٠	٠١١٠	A-٢-١١	s	٠٠١٠	١٠١٠		V	٠١٠١	١١١٠	٥-٠
,	١٠١١	٠١١٠	A-٣-٠	t	٠٠١١	١٠١٠		W	٠١١٠	١١١٠	٦-٠
%	١١٠٠	٠١١٠	A-٤-٠	u	٠١٠٠	١٠١٠		X	٠١١١	١١١٠	٧-٠
_	١١٠١	٠١١٠	١١	v	٠١٠١	١٠١٠		Y	١٠٠٠	١١١٠	٨-٠
>	١١١٠	٠١١٠	A-٦-٠	w	٠١١٠	١٠١٠		Z	١٠٠١	١١١٠	٩-٠
?	١١١١	٠١١٠	A-٧-٠	x	٠١١١	١٠١٠		0	٠٠٠٠	١١١١	٠
[illegible]	١٠٠١	٠١١١	A-٤	y	١٠٠٠	١٠١٠		1	٠٠٠١	١١١١	١
:	١٠١٠	٠١١١	A-٢	z	١٠٠١	١٠١٠		2	٠٠١٠	١١١١	٢
#	١٠١١	٠١١١	A-٣	{	٠٠٠٠	١١٠٠		3	٠٠١١	١١١١	٣
@	١١٠٠	٠١١١	A-٤	A	٠٠٠١	١١٠٠	١-١٢	4	٠١٠٠	١١١١	٤
'	١١٠١	٠١١١	A-٥	B	٠٠١٠	١١٠٠	٢-١٢	5	٠١٠١	١١١١	٥
=	١١١٠	٠١١١	A-٦	C	٠٠١١	١١٠٠	٣-١٢	6	٠١١٠	١١١١	٦
"	١١١١	٠١١١	A-٧	D	٠١٠٠	١١٠٠	٤-١٢	7	٠١١١	١١١١	٧
a	٠٠٠١	١٠٠٠		E	٠١٠١	١١٠٠	٥-١٢	8	١٠٠٠	١١١١	٨
b	٠٠١٠	١٠٠٠		F	٠١١٠	١١٠٠	٦-١٢	9	١٠٠١	١١١١	٩
c	٠٠١١	١٠٠٠		G	٠١١١	١١٠٠	٧-١٢				

د - النمط الثمانى : وهو افضل فى الاستخدام من النمط السابق ويخاصة انه يقارب من النظام العشرى ، واساس العدد هنا ٨ بدلا من ١٠ او ٢ ، اى ان هذا النظام يحوى ثمانية رموز تبدأ بالصفر وتنتهى بالسبعة ، وهنا يتكون البايت من ثمانى نبضات اى يكافىء بايت شفرة النظام العشرى الثنائية الممتدة (EBCDIC) .

ويكثر التعامل مع هذا النمط من الشفرات لان ذاكرة معظم الحاسبات الالية الرقمية تعتمد على هذا النظام ، وفى هذه الحالة يقسم البايت الى ثلاثة اقسام أو اجزاء يضم كل من الجزئين الاول والثانى نبضتين ، اما الجزء الثالث فيضم النبضات الاربعة الباقية ، ويمثل الجزء الاول : شفرة العملية " Op. code " فالرقم "١٤" مثلا يمثل عملية الاضافة والرقم "٢٠" يمثل عملية الضرب ، اما الرقم " ٠٠ " فيمثل التوقف .

والجزء الثانى من البايت يمثل الوقت الذى تستغرقه العملية المحددة بالتساؤل الاتى : " ما مقدار الوقت الذى يتطلبه انجاز هذه العملية ؟ او كيف يمكن تغيير هذا الرقم ؟ " . اما الجزء الاخير فيمكن ان نطلق عليه الجزء الخاص بالعنوان ، وهو جزء من كلمة يمكن استخدامها فى تحديد عناوين الاماكن التى تخزن فيها الكميات الحسابية والتعليمات والنتائج الحسابية والتى نحصل عليها كمخرجات من الذاكرة (١٣٠ : ١١٦ - ١٢٢) .

فعلى سبيل المثال البايت " ٢٠٧٧٠٠١١ " يمثل عملية الضرب فى الفترة " ٧٧ " للشىء الموجود فى المكان " ٠٠١١" اما البايت " ٥٠٧٧٠٠٠٢ " فيمثل الكلمات المبدوء بها فى

العنوان " ٠٠٠٢ " ، وكذلك البايت " ١٠٠٠ ٠٠٠٠ " فيمثـــل عملية التوقف من استخدام ما هو موجود فى المكان "١٠٠٠" .

وكما فى النظام الثنائى يمكن التحويل من النظـــام العشرى الى النظام الثمانى بطريقة القسمة والباقى ايضا ، فعلى سبيل المثال العدد (٢٧٩) يمكن تحويله الى النظام الثمانى كالاتـــى :-

المقسـوم	المقسوم عليه	الباقى
٢٧٩	٨	٧
٣٤	٨	٢
٤	٨	٤

$$\therefore (٢٧٩)_{١٠} = (٤٢٧)_{٨}$$

ويمكن اتباع نفس القاعدة التى تم اتباعها فى النظـام الثنائى للتحويل الى النظام العشرى وذلك مع ابدال الاسـاس الثنائى بالاساس الثمانى ، كما يلى :-

$$ع = أ \times ٨^{٠} + ب \times ٨^{١} + جـ \times ٨^{٢} + \cdots$$

ففى المثال السابق يصبح العدد $(٤٢٧)_{٨}$ فى الصورة :

$$(٤٢٧)_{٨} = ٧ \times ٨^{٠} + ٢ \times ٨^{١} + ٤ \times ٨^{٢}$$

$$= ٧ + ١٦ + ٢٥٦ = (٢٧٩)_{١٠}$$

وينطبق ما تم اتباعه فى النظام الثنائى على الكسور الثمانية ايضا ، وذلك اذا تم مراعاة الاساس - كما سبق .

وفى ضوء هذا النمط الثمانى استطاع مركز الخدامـــات

الحسابية الاكاديمية بجامعة انديانا (BACS) من استحداث صيغة للبرمجة التصميمية اطلق عليها لفظ صيغة " ت"T Form" . يستطيع مستخدمها تصميم برنامجه الخاص بمادته الاساسية مستخدما الابحاث المكتوبة والدراسات والتقريرات والرسوم الفوتوغرافية ، ووضع الخطوط تحت الافكار التى تهمه ، وتحديد الحواش (٧٦ : ١٠٦) ويبين الجدول (١١ - ٧) الشفرات الداخلية للصيغة ت والمبنية على النظام الثمانى (٧٥) .

الجدول (١١ - ٧)

الشفرات الداخلية للصيغة ت (المبنية على النظام الثمانى)

الرمز	T FORM	الرمز	T FORM	الرمز	T FORM	الرمز	T FORM	الرمز	T FORM
تقديم	٧	+	٥٣	;	٧٣	K	١١٣	[	١٣٣
مسافة للخلف	١٠	,	٥٤	<	٧٤	L	١١٤	\	١٣٤
التغذية المتسلسلة	١٢	—	٥٥	=	٧٥	M	١١٥	]	١٣٥
عودة الحامل	١٥	النقطة (.)	٥٦	>	٧٦	N	١١٦	^	١٣٦
التفويت	٣٣	/	٥٧	?	٧٧	O	١١٧	خط تحت	١٣٧
مسافة	٤٠	0	٦٠	@	١٠٠	[illegible]	١٢٠	نبرة (')	١٤٠
!	٤١	1	٦١	A	١٠١	Q	١٢١	a	١٤١
"	٤٢	2	٦٢	B	١٠٢	[illegible]	١٢٢	b	١٤٢
#	٤٣	3	٦٣	C	١٠٣	S	١٢٣	c	١٤٣
$	٤٤	4	٦٤	D	١٠٤	T	١٢٤	d	١٤٤
%	٤٥	5	٦٥	E	١٠٥	U	١٢٥	e	١٤٥
&	٤٦	6	٦٦	F	١٠٦	V	١٢٦	f	١٤٦
■	٤٧	7	٦٧	G	١٠٧	W	١٢٧	g	١٤٧
(	٥٠	8	٧٠	H	١١٠	X	١٣٠	h	١٥٠
)	٥١	9	٧١	I	١١١	Y	١٣١	i	١٥١
*	٥٢	:	٧٢	J	١١٢	Z	١٣٢	j	١٥٢

تابع الجدول (١١ – ٧)

الرمز	T FORM	الرمز	T FORM	الرمز	T FORM	الرمز	T FORM	الرمز	T FORM
k	١٥٣	w	١٦٧	خط أفقى	٢٠٧	٥	٢٤٥	≠	٢٦٣
l	١٥٤	x	١٧٠	→	٢١٠	٦	٢٤٦	تقاطع +	٣٦٣
m	١٥٥	y	١٧١	↑	٢١٢	٧	٢٤٧	الاقتران ∩	٣٦٤
n	١٥٦	z	١٧٢	↓	٢١٣	٨	٣٥٠	التوالى ∇	٣٦٥
o	١٥٧	[	١٧٣	الواصلة (-) الاختيارية	٢٥٥	٩	٣٥١	صدوق اسود ■	٣٦٦
p	١٦٠	|	١٧٤	الاعداد المغيرة		+	٣٥٢	ركن شمالى سفلى └	٣٦٧
q	١٦١	]	١٧٥	والاشارات التى تكتب فوق كالاس وغيرها		—	٣٥٣	ركن ايمن سفلى ┘	٣٧٠
r	١٦٢	~	١٧٦	٠	٣٤٠	(	٣٥٤	ركن شمال اعلى ┌	٣٧١
s	١٦٣	مسافة ثابتة	٢٠٠	١	٣٤١	)	٣٥٥	ركن يمينى اعلى ┐	٣٧٢
t	١٦٤	≩	٢٠٢	٢	٣٤٢	اشارة مئوية (٥)	٣٥٦	كرة ●	٣٧٣
u	١٦٥	≨	٢٠٣	٣	٣٤٣	±	٣٦٠	ليس ¬ منطقيا	٣٧٤
v	١٦٦	⊄	٢٠٤	٤	٣٤٤	صندوق مضير □	٣٦١	تكافؤ ≡	٣٧٦

وفى ضوء الجدول السابق يمكن تصور كل وحدة من وحدات ذاكرة الحاسب الالى كمجموعة لمبات موضوعة فى سوتش يتكون من ثمانية اعمدة وتسعة صفوف كما فى الشكل التخطيطى رقم (١١ - ١١) .

	٨	٧	٦	٥	٤	٣	٢	١
صف التكافوء	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○
المنطقة	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	○	○	○
الاعداد	○	○	○	○	○	○	○	○
	○	○	○	○	○	●	●	●
	○	●	●	●	●	●	●	●
	○	○	●	●	●	●	●	●

الشكل التخطيطى رقم (١١ - ١١)

ويبين الشكل السابق الشفرة الخاصة بعلامة التكافوء (=) حيث يلاحظ اضاءة ٦ لمبات من الصف الاول ($٨^٥$) و (٧) لمبات من الصف الثانى ($٨^٤$) ، و ٣ لمبات من الصف الثالث ($٨^٢$)

فاذا رجعنا مرة اخرى الى العمليات التى تتم فى الحاسب الالى نتيجة للأوامر التى تعطى له ، فاننا نلاحظ ان هذه العمليات - كما ذكرنا سابقا - تتكون من نبضتين يمثلان بالجزء الاول من البايت ، اى الصفين السابع والثامن الموضحين بالشكل التخطيطى رقم (١١ - ١١) ، ويوضح الجدول (١١ - ٨) بعض هذه العمليات والشفرة الخاصة بها ومضمون كل عملية (١٣٠ : ١٩٤ - ١٩٥).

الجدول (١١ – ٨)

عمليات الذاكرة الخاصة بالاوامر الحسابية واوامر المدخلات والمخرجات

المصطلح	مضمون العمليــة	الشفرة	المصطلح	مضمون العمليقــة	الشفرة
HLT	ويعطى هذا الامر في نهاية العملية(التوقف)	٠٠	BRP	اذا كانت الخانة A موجبه تفــرع الـــى	٤٦
AND	الضرب المنطقى المستخدم للاخفـــاء	٠٤	BRZ	اذا كانت الخانة A صفرية تفــرع الى	٤٧
CLA	امسح واضف للخانة A	١٠	TO	استخدم النمط الثمانى	٥٠
CLS	" واطرح من الخانة A	١١	TA	" " الابجدى	٥٤
ADI	أضف الى محتويات الخانـــــة "A"	١٤	RT	اقرأ الشريط الورقى	٦٠
SU	اطرح من محتويات الخانـــــة "A"	١٥	RC	" الكارت المثقوب	٦٢
ML	اضــــرب	٢٠	TI	استخدم النوع المحايد من لوحة المفاتيـــح	٦٣
DI	اقســـم	٢٤	PT	استخدم الشريط الورقى المثقوب	٦٤
ST	خزن الموجود فى الخانة "A"	٣٠	PC	استخدم الكارت المثقب	٦٧
STB	" " " "B"	٣٤	XLA	زود القايمة مز الخانة	٧٠
JM	عــدّ علـــى	٤٤	XLI	" " فـــورا	٧١
BR	اذا كانت الخانة سالبه تفرع الـــى	٤٥	XIJ	" " بالعنوان وعد	٧٢
XR	اقرأ القائمة نحـــو الخانـــــة "A"	٧٣	XZJ	عدّ اذا كان المسجل فـــى القائمة صـــفرا	٧٦
X	اضـــف للقائمـــــة	٧٤			
X	اطرح من القائمـــة	٧٥	XNX	غيّر العنوان للامرالقادم	٧٧

ويوجد بالاضافة لانماط الشفرات السابقة المزيد من الانم
منها النمط المعتمد على النظام السادس عشري ، والشفر
المقدمة للحاسب على صحف وافرخ ورق ذات حجم كبير ، وشفر
الاخطاء ، وهذه الشفرات تختلف من جهاز الى اخر .

رابعا : المخطط الانسيابى لخطوات حل المشكلة [1] :

تناولنا فى البند السابق بعض العمليات التى تتم فـ
الحاسبات الالية دون ترتيب لهذه العمليات من ناحية ارتباطه
بخطوات حل المشكلة ، ونحاول فى هذا البند وضع تصور منطق
لخطوات حل المشكلة مع مراعاة ان هذه المشكلة فى الامكـ
حلها باستخدام الحاسب الالى ، واننا على علم بالعمليـ
المختلفة التى تتم خارج مجال الحاسب واننا نستطيع تفسـ
النتائج أو المخرجات التى نحصل عليها بما يلائم البحث الـ
نقـوم به .

وتصور حل اى مشكلة باستخدام الحاسب الالى يقوم علـ
سبع خطوات اساسية ، يجب مراعاتها عند التعامل مع الحاسـ
الآلى ، وتتمثل هذه الخطوات فى (١٢٩ : ١٣٢ - ١٣٤) -

أ - تحليل المشكلة موضوع الدراسة : وذلك بتحديدها وجمـ
كل الحقائق و الاشياء المتعلقة بها ، ثم تحديد ما اذ
كان فى الامكان حلها باستخدام الحاسب الالى .

ب - طريقة الحل : وفيها يتم وضع تصور للاجراءات الـ
ينبغى استخدامها للوصول الى الحل .

جـ - اعداد المخطط المنهجى لتسلسل خطوات حل المشكلة : ويعط
هذا المخطط صورة واضحة للخطوط المنهاجية والـرموز
و المعدات المستعملة ، هذا بالاضافة الى وضع التصـور
المحدد بالخطوة السابقة قريبا من مجال التنفيذ.

(1) Flow Diagram- Flowchart.

د - اعداد الشفرات الخاصة : وفيها يتم تحويل اجزاء المشكلة التى يتم تحليلها في الخطوة الاولى الى برنامج مكتوب يمكن ترجمته الى لغة الحاسب .

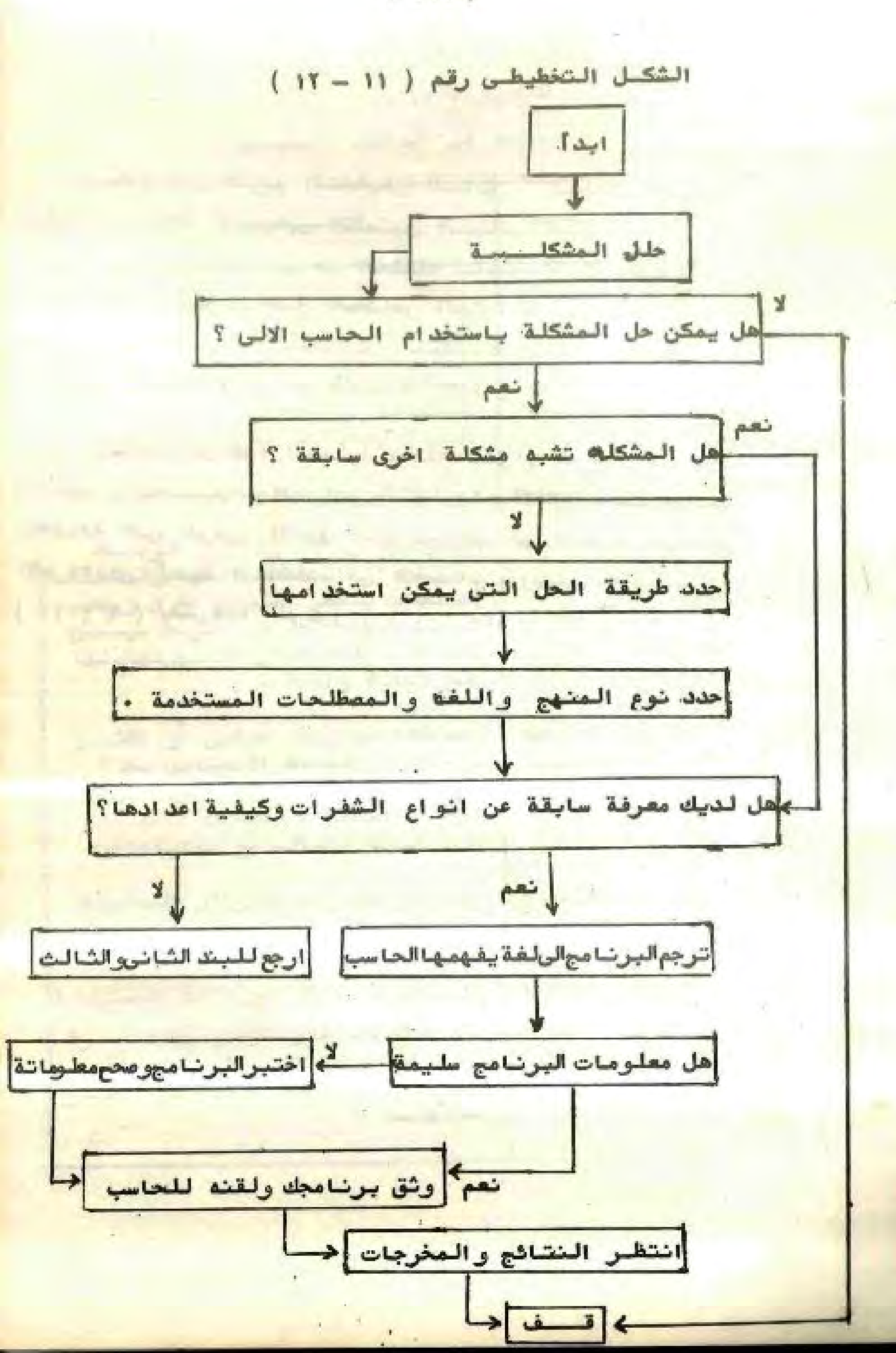
هـ - ترجمة البرنامج : من الضرورى ترجمة البرنامج أو الشفرات المعدة بالخطوة السابقة الى اللغة التى يفهمها الحاسب الآلى ... اى ترجمتها الى رموز واشارات ووضع هذه الاشارات أو الرموز على الوسائل المعدة لتلقين المعلومات . وذلك باستخدام أحد الاجهزة الطرفية المعدة لهذا الغرض .

و - اختبار البرنامج : وفيه يتم التأكد من صحة البرنامج لضمان صواب عملياته ومدى صلاحيته ، ويستخدم لهذا الاختبار معدات وأجهزة معدة لهذا الغرض .

ز - التوثيق : وتعتمد هذه الخطوة على نجاح الاستمرار فى العمليات منذ بداية وضع البرنامج الى تقديمه أو تلقينه للحاسب الالى . ويتكون التوثيق من المعلومات التى اظهرت الحالات الشائعة الخاصة بدائرة بناء البرنامج و المنهج المتبع فى البرمجة ومحتوى البرنامج وبنوده المختلفة .

ويمكن وضع الخطوات السابقة فى صورة مخطط انسيابى .... كما فى الشكل التخطيطى رقم ((١١ - ١٢) .

الشكـل التخطيطـى رقم (١١ - ١٢)



ويطلق على الرسم التخطيطى السابق " المخطط الانسيابى" ويقصد بالمخطط الانسيابى التمثيل البيانى الذى يحـــــدد الاجراءات المستخدمة فى حل المشكلة باستخدام الحاسب الآلى ، ويشمل هذا التمثيل جميع العناصر المتعلقة بوحدات البرنامج والرموز والتعاريف والمعدات والعمليات والطرق والاوامــــر والنطق المستخدم فى حل المشكلة (١١٩ : ٧٥) .

ويستخدم فى هذا التمثيل مختلف انواع الرموز البيانيــة كالأسهم والمستطيلات والدوائر ومتوازيات الاضلاع ، هــــــذا بالاضافة الى الرموز الاخرى التى تستخدم فى الاشارة الى نــوع الاجراء او النمط المستخدم فى الحساب ، ويبين الجـــــدول (١١ : ٩) بعض هذه الرموز (١٢٩ : ١٣٥ - ١٤٣) .

الجدول (١١ – ٩)

الرموز المستخدمة فى المخطط الانسيابى

الرمز	الاسم	الاستخدام
	رمز طرفى	ويستخدم للاشارة الى بداية البرنامج او نهايته .
	رمزالمدخلات اوالمخرجات	ويستخدم للاشارة الى كل العمليات المتعلقة بالمدخلات أو المخرجات التي لا يشار اليها برمز محدد .
	رمز التتابع	ويربط الرموز والموءشرات المتتابعة
	رمز الربط	ويستخدم فى الاشارة الى الربط بين اجزاء المخطط الانسيابىالمتعلقة بعمليات تتخطى عمليات اخرى ويصعب الربط بينها ، او فى الربط بين بعض العمليات التى تنتهىنهايتها الى نهاية واحدة .
	رمز الربط المتكرر	ويستخدم فى ربط جزئين أو اكثر من أجزاء المخطط الانسيابى بجزء آخر ، كأن يستخدم فى الربط بين اجزاء المخطط فى صفحات انتهت الى نهاية ستعالج مع نهاياتاخرى
	رمز الاتصال المتعرج	ويستخدم فى ربط المراكز المنعزلة بواسطة موصل متعرج
	رمز المعالجة	ويستخدم فى وصف الاجراءات المستخدمة واى عمليات اخرى تتعلق بذاكرة الحاسب بحيث تمثل بخط دخول وآخر للخروج ، وبحيث لا يوجد رمزا آخر يمثلها .

تابع جدول (١١ - ٩)

الرمز	الاسم	الاستخدام
	رمز التوزيع	ويستخدم فى بيان النقط التى تتم فيها انقسام البرنامج الى عدة اجزاء ، كأن يستخدم للسؤال أو او المقارنة ويتكون من خط دخول وخط أو خطين أو ثلاثة للخروج .
	رمز المعالجة الممهدة للتحديد .	ويستخدم فى الاشارة الى العمليات شبه الروتينية .
	رمز التعليق	ويستخدم فى وصف التعليقات أو النقاط المفسرة للبرنامج
	رمز العمليات الاحتياطية أوالمساعدة.	ويستخدم فى الاشارة الى أى عملية لا تخضع للتحكم الخاص بوحدة برمجة الحاسب (أى عملية خارج الخط) .
	رمز الخزن داخل الخط	ويستخدم في عملية المدخلات والمخرجات المخزونة داخل اى خط
	رمز الخزن خارج الخط	ويشير الى خزن المعلومات فى مخزن خارج الخط
	رمز العملية اليدوية	ويستخدم فى الاشارة الى اى اجراء او معالجة خارج الخط .
	رمز المدخلات اليدوية	ويستخدم فى الاشارة الى المدخلات من لوحة المفاتيح والاذرةوالسويتشات
	رمز الاظهار	ويستخدم فى اظهار المدخلات والمخرجات .

تابع الجدول (١١ - آ)

الرمز	الاسم	الاستخدام
	رمز التوثيق	ويستخدم فى الاشارة الى ورقة توثيق المدخلات والمخرجات .
	رمز الكارت المثقب	ويستخدم فى الاشارة الى الكارت المثقب للمدخلات او المخرجات .
	رمز الشريط الورقى المثقب	ويشير الى الشرائط الورقية المثقبة المستخدمة فى المدخلات وكذلك المخرجات .
	رمز الشريط الممغنط	ويشير الى الشرائط الممغنطة المستخدمة فى المدخلات والمخرجات

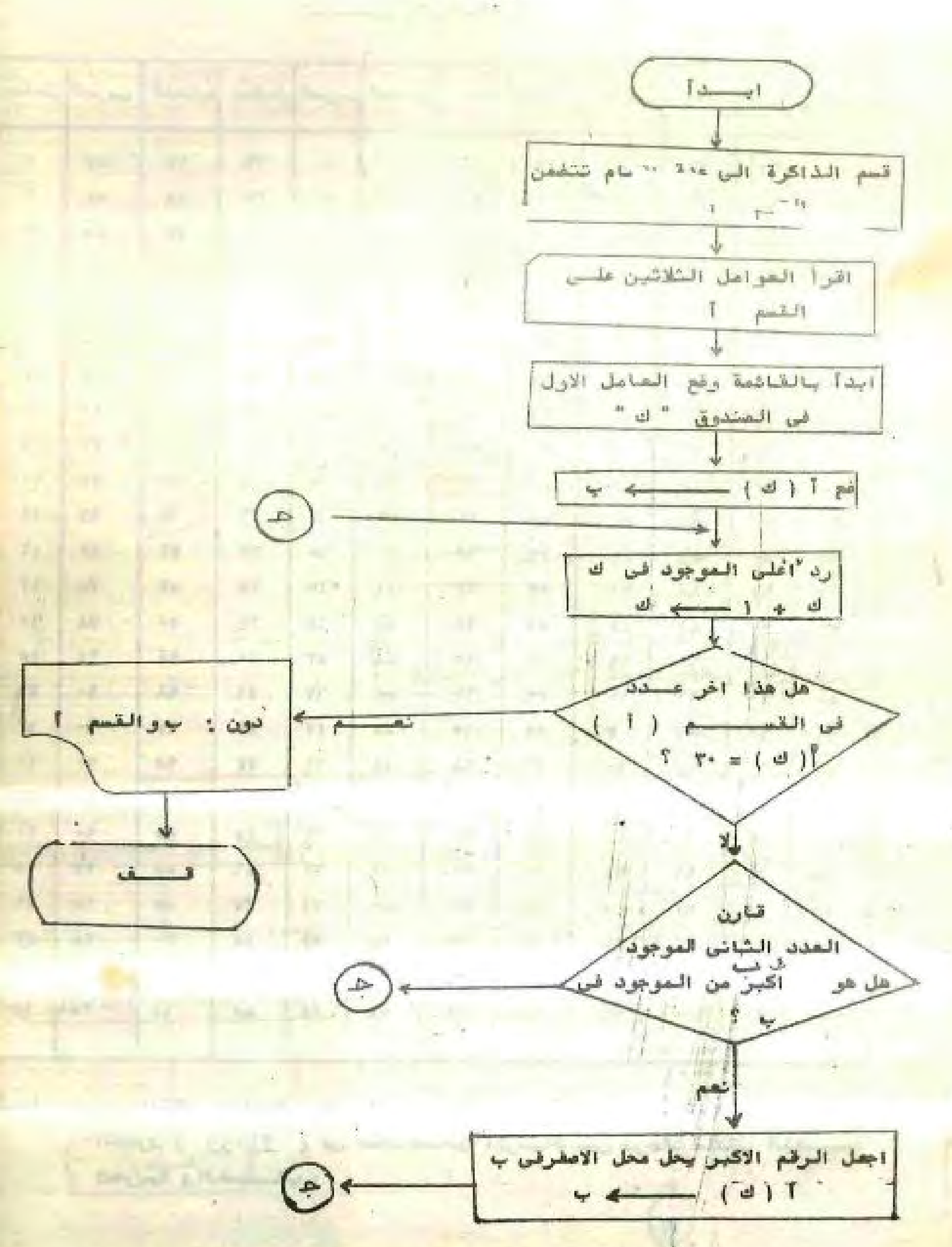
خامسا :- **استخدام المخططات الانسيابية فى تحديد كيفية استخدام الحاسبات الآلية فى حل مشكلات العلوم الانسانية :-**

فى ختام هذا الجزء نحاول تحديد كيفية استخدام الحاسبات الآلية فى حل مشكلات البحث فى مجال التربية والعلوم الانسانية الاخرى ، وذلك باستخدام بعض الامثلة العملية . وابسط هذة الامثلة يتمثل فى استخدام الحاسبات الالية فى تحديد اكبر دلالة لعدد من معاملات الارتباط .

فعلى سبيل المثال اذا كان لدينا مجموعة من معاملات الارتباط عددها ٣٠ معامل هى .

٣٣ر ، ٢٥ر٠ ، ٤٨ر٠ ، ٧ر٠ ، ٦٥٥ر٠ ، ٨٥٠ر٠ ، ٩ر٠
٨١ر٠ ، ٧٥ر٠ ، ٥٦ر٠ ، ٧٤ر٠ ، ٩٠٥ر ، ٨٦٠ر٠ ، ٧٧ر٠
٤٥ر٠ ، ٥ر٠ ، ٥٧ر٠ ، ٦٠ر٠ ، ٥١ر٠ ، ٧٩ر٠ ، ٩٤ر٠
٥٣ر٠ ، ٨ر٠ ، ١٧ر٠ ، ٨ر٠ ، ١٧ر٠ ، ٨ر٠ ، ٩٥ر٠
٦٧ر٠ ، ٤٥٣ر٠ ، [illegible] ، ٣٤ر٠ ٠

فى مثل هذا المثال نقدم البرنامج للجهاز متضمنا الامر " ماذا تريد ؟ " وذلك باتباع نفس الخطوات التى اشرنا اليها سابقا ، ويمكن وضع حل هذا المثال فى الصورة التخطيطية الموضحة بالمخطط الانسيابى رقم (١١ – ١٣) ٠



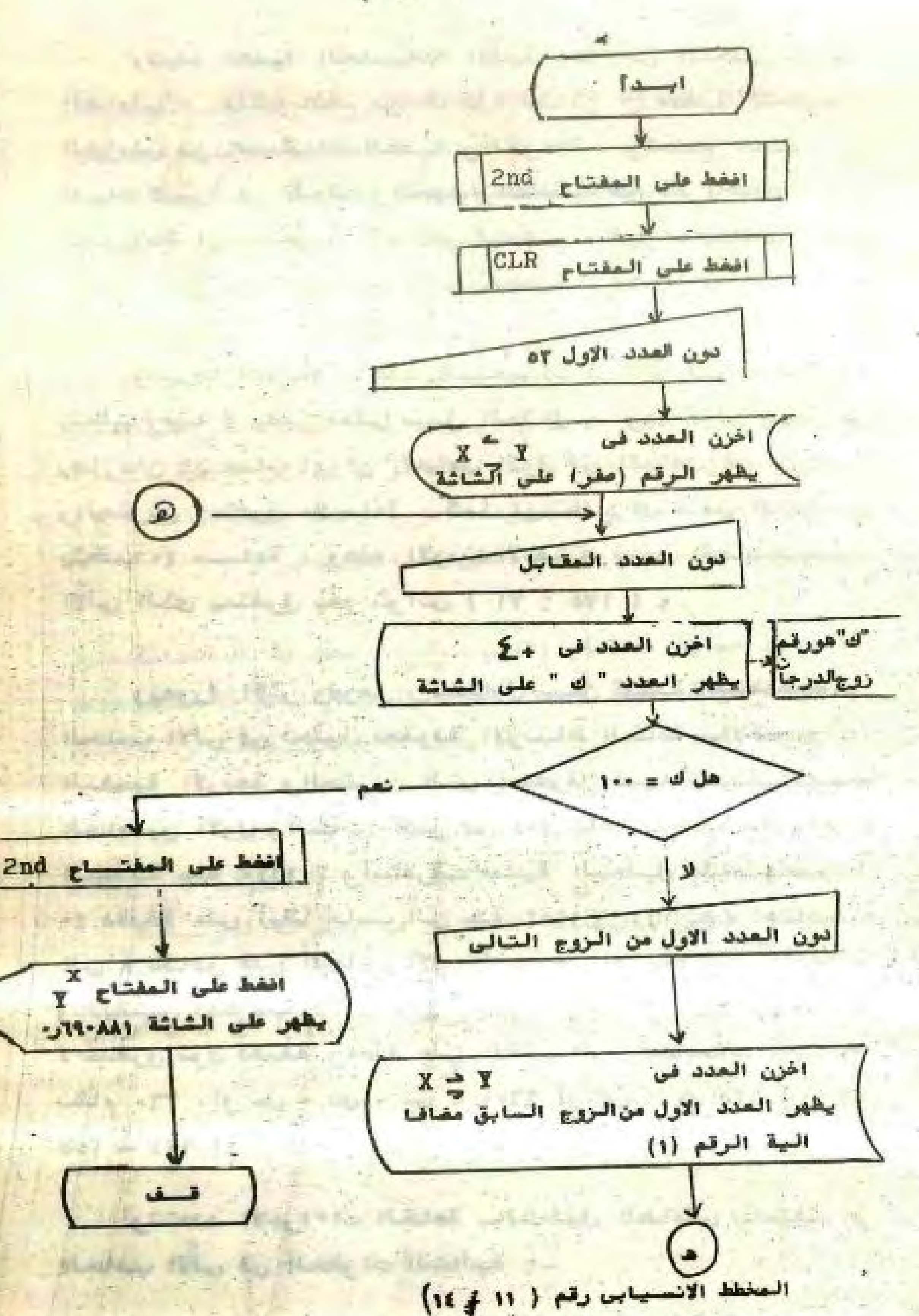
المخطط الانسيابى رقم (١١ – ١٣) لتحديد معامل الارتباط ذات اكبر دلالـة (الناتج ٩٥ر٠)

مثال استخدام الحاسب اليدوى (TI -55) فى حساب معامل الارتباط بين درجات ١٠٠ طالبالى مادتى اللغة العربية والحساب والمحددة بالجدول (١١ – ١٠) مع

الجـــدول (١١ – ١٠)

مسلسل	العربى	الحساب	مسلسل	العربى	الحساب	مسلسل	العربى	الحساب	مسلسل	العربى	الحساب
١	٥٣	٦٧	٢٦	٥٠	٥٠	٥١	١٤	٥	٧٦	٩٢	٩٨
٢	٥٤	٥٨	٢٧	٥٠	٥٤	٥٢	٠	٥	٧٧	٩٢	٧٩
٣	٥٥	٤٧	٢٨	٥٠	٤٨	٥٣	٠	١٠	٧٨	٩٢	٩٠
٤	٥٥	٤٣	٢٩	٥٠	٧٧	٥٤	٠	٨	٧٩	٩٠	٢٥
٥	٥٥	٢٥	٣٠	٥٣	٦٧	٥٥	٠	٦	٨٠	٤٠	٧٠
٦	٥٥	٦٠	٣١	٥٣	٤٠	٥٦	١١	٦	٨١	٦٠	٢٥
٧	٢٥	٤٠	٣٢	٥٣	٧٥	٥٧	٢٥	٦	٨٢	٤٠	٢٥
٨	٤٠	٤٠	٣٣	٧٠	٧٥	٥٨	٤٨	٦	٨٣	٤٠	٤٠
٩	٧٠	٤٠	٣٤	٨٥	٧٥	٥٩	٥٠	٦	٨٤	٤٠	٤١
١٠	٧٥	٧٥	٣٥	٦٥	٦٥	٦٠	٥٠	٢٥	٨٥	٤٠	٢٥
١١	٦٤	٦٥	٣٦	٦٥	٥٣	٦١	٥٠	٧٠	٨٦	٥٨	٢٥
١٢	٦٣	٧٢	٣٧	٦٥	٧٠	٦٢	٢٩	٧٠	٨٧	٧٠	٢٥
١٣	٧٨	٨٢	٣٨	٦٥	٤١	٦٣	٥٩	٧٠	٨٨	٧٠	٧١
١٤	٧٨	٥٠	٣٩	٦٥	٥٨	٦٤	٥٩	٨٨	٨٩	٧٠	٧٠
١٥	٩٥	٩٤	٤٠	٥٣	٥٨	٦٥	٥٩	٦٩	٩٠	٧٠	٦٩
١٦	٩٠	٩٨	٤١	٦٧	٥٨	٦٦	٥٩	٤٠	٩١	٧٠	٥٠
١٧	٩٠	٩٧	٤٢	٤٣	٥٨	٦٧	٥٩	٢	٩٢	٧٠	٩١
١٨	٩٠	٩٥	٤٣	٧١	٥٨	٦٨	٦٠	٦٠	٩٣	٦٠	٤٥
١٩	٩٠	٨٣	٤٤	٧١	٥٢	٦٩	٦٠	٥١	٩٤	٥٠	٤٥
٢٠	٩٠	٥٥	٤٥	٧١	٦٥	٧٠	٦٠	٧٨	٩٥	٥٣	٤٥
٢١	٤٧	٥٥	٤٦	٧١	٧٢	٧١	٦٠	٩٤	٩٦	٥٧	٤٥
٢٢	٢٥	٥٥	٤٧	٧١	٨٠	٧٢	٦٠	٩٥	٩٧	٨٠	٤٥
٢٣	٢٥	٣٠	٤٨	٧١	٩٥	٧٣	٩٣	٩٣	٩٨	٨٠	١١
٢٤	٢٥	٨	٤٩	١٤	٥٠	٧٤	٩٣	٩٨	٩٩	٨٠	٨٠
٢٥	٢٥	١٤	٥٠	١٤	٩٨	٧٥	٩٣	٩٩	١٠٠	٨٠	٩١

الحـل :- يبين الشكل التخطيطى رقم (١١ – ١٤) المخطط الانسيابى لاستخدام الحاسـب اليدوى (TI-55) فى حساب معامل الارتباط بين درجات مادتى اللغـة العربية والحسـاب .



المخطط الانسيابى رقم (١١ ـ ١٤)

وتبدو اهمية الحاسبات الآلية بجلاء فى التحليل العاملى . فلقد اتضح من الفصل الثامن ان عملية التحليل العاملى من العمليات المعبة والمزعجة ، وتحتاج الى كميات كبيرة من الوقت والجهد والتفكير فى اجراء الحسابات حيث يلاحظ ان التحليل العاملى لثمانى متغيرات يتطلب - على الاقل - عشر ساعات بالحسابات اليدوية (٦١ : ١٥٦) .

وفى حالة زيادة عدد المتغيرات عن ذلك فان هذا يتطلب وقتا لا يقدر فعلى سبيل المثال : وجد هولز ينجر وهارمان ان حساب اوزان العامل الاول فى المتغيرات الاربعة والعشرين استغرق ٧٠ ساعة ، كما ان تحديد اى عامل اضافى يتطلب ٤٠ ساعة ، وهذه الازمنه لاتقارن بزمن الحاسب الآلى الذى يستغرق بضع ثوانى (٧١ : ١٧٥) .

وبصورة اكثر وضوحا ، سنحاول بيان كيفية استخدام الحاسب الالى فى تحليل مصفوفة الارتباط الخاصة بالاختبارات النفسية الاربعة والعشرين التى استغرق فيها تحديد العاملين الاول والثانى اكثر من ١٠٠ ساعة باستخدام الحسابات اليدوية سنة ١٩٤٠ ، واستغرقت عملية التحليل بكاملها ٤٠ دقيقة على أبطأ حاسب آلى سنة ١٩٥٢ (ORDVAC) واحتاجت الى ٨ دقائق على الحاسب الآلى آ.بى . ام ٧٠٤ سنة ١٩٥٨ ، ودقيقتين فقط سنة ١٩٦٥ على آ.بى . ام ٧٠٩٤ ، وحاليا لاتستغرق سوى دقيقة واحدة على الاكثر على الحاسبات آ.بى. ام نظام ٣٦٠ ، او سى . دى . سى ، ٦٦٠٠ أو جى . اى ٦٢٥ (٦١ : ١٥٥ - ١٧١) .

وتتحدد الاجراءات الخاصة بالتحليل العاملى باستخدام الحاسب الآلى فى الخطوات التالية :-

١ ـ حيث ان مصفوفة الارتباط ر تعتبر مصفوفة متماثلـــة، لذا يمكن تحديد عدد العناصر المختلفة باعتبار عـدد العناصر المختلفة باعتبار عدد عناصر الصفـــوف كمتوالية عددية اول حد فيها " ١ " وهو عنصر القطـــر الاساسى الموجود فى الصف الاول والعمود الاول ، ثـــم يزداد العدد بمقدار " ١ " فى كل صف حتى يصل عـــد د العناصر الى ب فى الصف الاخير . اى ان عدد العناصـــر غير المتشابهة تسوى $\frac{ن}{٢}$ (ن + ١) فاذا افتراضنـــا ان اقصى عدد لهذه التكرارات هو ى . فان اولخطـــوة هو تسجيل عناصر المصفوفة " ر " وعدد الصفوف ت (ر) ورتبة المصفوفة ن ، واقصى عدد للعناصر ى .

٢ ـ تبدأ عملية الحساب الآلية بوضع المصفوفة المتماثلـــة فى المراكز ب ن مـــع البدء بالمركز الذى تأخـــــد فيه فالرقم " صفر " ، أى يبدأ الحساب بالعنوان ب والذى يكون فيه ل = ١ ، ك = ٢ .

٣ ـ يختبر العنصر $د_{ل ك}$ الذى ينتمى الى المصفوفة $د_{ى}$ (يتحدد هذا العنصر بالعنصر المقابل من مصفوفة الارتباط) اذا ما كان مساويا للصفر أو قريبا منه ، فى هـــذه الحالة ننتقل للخطوة السابعة ، اما اذا لم يكن قريبا من الصفر فاننا ننتقل للخطوة التالية .

٤ ـ نحســب $ب_{ل ك}$ من العلاقـــة :ـ

$$\text{ب}_{\text{ل ك}} = \left[\begin{array}{c|c|c} \ddots & & \\ \hline & \begin{array}{cc} \text{جتا هـ ك} & -\text{جا هـ ك} \\ & \ddots \\ \text{جا هـ ك} & \text{جتا هـ ك} \end{array} & \\ \hline & & \ddots \end{array}\right] \qquad (١١-١)$$

$$\text{حيث ظا ٢ هـ}_{\text{ك}} = \frac{\text{٢ ر ل ك}}{\text{جـ}^{٢}_{\text{ل}} - \text{جـ}^{٢}_{\text{ك}}} \qquad (١١-٢)$$

، كما ان عناصر المصفوفة السابقة باستثناء عناصر القطر الأساسى والعناصر الاربعة المبينة كلها اصفار .

٥ ـ ومع مراعاة ان المصفوفة ر = د. نحسب المصفوفة $\text{د}_{\text{ن}}$ من العلاقة :ـ

$$\text{د}_{\text{ن}} = \text{ب}_{\text{ل ك}}\ (\text{ف} - ٠) \quad ٠\ \text{د}\ ٠\ ٠\ \text{ب}'_{\text{ل ك}} \qquad (١١-٣)$$

حيث $\text{د}_{\text{ن}}$ مصفوفة قطرية ، $\text{ب}^{\text{ت}}$ مدور المصفوفة $\text{ب}_{\text{ل ك}}$

$$، ف = ن (ل - ١) - \frac{ل (ل + ١)}{٢} + ك \qquad (١١-٤)$$

$$ل = ١ ، ٢ ، \cdots\cdots ، ن - ١$$

$$، ك = ل + ١ ، ل + ٢ ، \cdots\cdots ، ن$$

أى انه يوجد $\frac{ن}{٢} (ن - ١)$ من الازواج (ل ،ك)

٦ – نحسب عناصر المصفوفة $ب_ف$ من العلاقة :–

$$ب_ف = ب_{لك} \cdots\cdots ب_{٣١} ب_{٢١} \qquad (١١-٥)$$

مع الوضع فى الاعتبار ان ب = و (مصفوفة الوحدة)

٧ – اذا كانت ك اصغر من ن ننقل على الخطوة التالية ، اما اذا كان العكس فان هذا يعنى اننا اخذنا كل الاعمدة. وننقل على اختيار اخر فى الخطوة (٩) .

٨ – نضف الى ك مقدار " ١ " اى ننقل الى العمود التالى ثم نعود مرة اخرى للخطوة الثالثة .

٩ – اذا كانت ل أصغر من (ن – ١) ننقل على الخطوة العاشرة اما اذا كان العكس فهذا يعنى ان التكرار تم اخذه فى الحسبان أو بمعنى اخر $ب_م$ المحددة بالعلاقة (١١ – ٦) هى اخر قيمة للمقدار $ب_ف$ ، ومن ثم ننقل للخطوة (١١) .

$$ب_م = \prod_{ل<ك=١}^{ن} ب_{ل ك} \qquad (١١-٦)$$

حيث م = ١ ، ٢ ، ..... ، ى .

١٠ - تضف " ١ " لكل من ل ، ك اى نعتبر ل ⟵ ل + ١، ك ⟵ ك + ٢ ثم نستمر فى الخطوات التالية التى تبدأ بالخطوة الثالثة مع ملاحظة أن الخطوة " ١ " تعنى اضافة عناصر الصف الجديد والتكرار م الجديد .

١١ - نختبر القيمة المطلقة للمقدار ت ($د_م$) - ت(ر) وذلك بحساب الفارق بين محددى المصفوفتين $د_م$ ، ر . فاذا كان هذا الفارق اصغر من أو يساوى قيمة صغيرة تؤول الى الصفر فاننا نتوقف عن الاستمرار فى التحليل ، اما اذا كان العكس انتقلنا الى الخطوة التالية . او بمعنى آخر اذا كان :-

$$\underset{ل = ١}{\overset{ن}{مجـ}} جـ_ل^٢ = ت (ر) = ت (د_م) = \underset{ل= ١}{\overset{ن}{مجـ}} ط_ل$$

فاننا نتوقف ، اما اذا لم يتحقق ذلك انتقلنا للخطوة (١٢) .

١٢ - نوجد المصفوفتين $د_م$ ، $ق_م$ ، $ق_م$ ر

$$حيث \quad ق_م = ب_م \; ب_{م - ١} \; ..... \; ب_٢ \; ب_١ \qquad (١١-٧)$$

١٣ - حيث انه يمكن وضع العلاقة (١١ - ٣) فى الصورة :-

$$د_م = ب_م \; د_{م - ١} \; ب'_م \qquad (١١-٨)$$

$$\therefore \; د_م = ق_م \; ر \; ق'_م \qquad (١١-٩)$$

وفى ضوء العلاقة السابقة يمكن اجراء الاختيار الخاص بهذه الخطوة ، وذلك بضرب طرفى هذه العلاقة فى $ق_م$ مع الوضع فى الاعتبار ان $ق'_م ق_م = و$ • فاذا كانت عناصر المصفوفتين الموجودتين فى طرفى العلاقة الجديدة متكافئة توقفنا • اما اذا امكن وضع الناتج فى الصورة :-

$$د_م ق_م = ق_م ز + \epsilon و$$

حيث ϵ عدد صغير جدا ، فاننا ننتقل الى الخطوة التالية :

١٤ ـ حيث ان القيم $د_م$ ، $ق_م$ كانت مخزنة فى الذاكرة المؤقتة ، لذا ينبغى هنا التأكيد على هذه القيم لاهميتها فى تكملة الحل •

١٥ ـ نقوم بحساب قيمة العناصر $د_{لك}$ غير القطرية والمختلفة عن الصفر ونلاحظ هنا ان المجموع يكون اصغر من أو يساوى نفس القيمة الموجودة فى الخطوة الثالثة كدليل على صحة الاجراءات •

١٦ ـ نحصى عدد العناصر غير القطرية والمختلفة عن الصفر فاذا كان لايساوى الصفر ننتقل للخطوة التالية ، اما اذا كان مساويا للصفر فاننا ننتقل للخطوة (١٨) •

١٧ ـ اذا كان عدد التكرارات م أصغر من العدد الكلى ى فاننا ننتقل للخطوة الثانية ، اما اذا كانت م = ى انتقلنا للخطوة التالية •

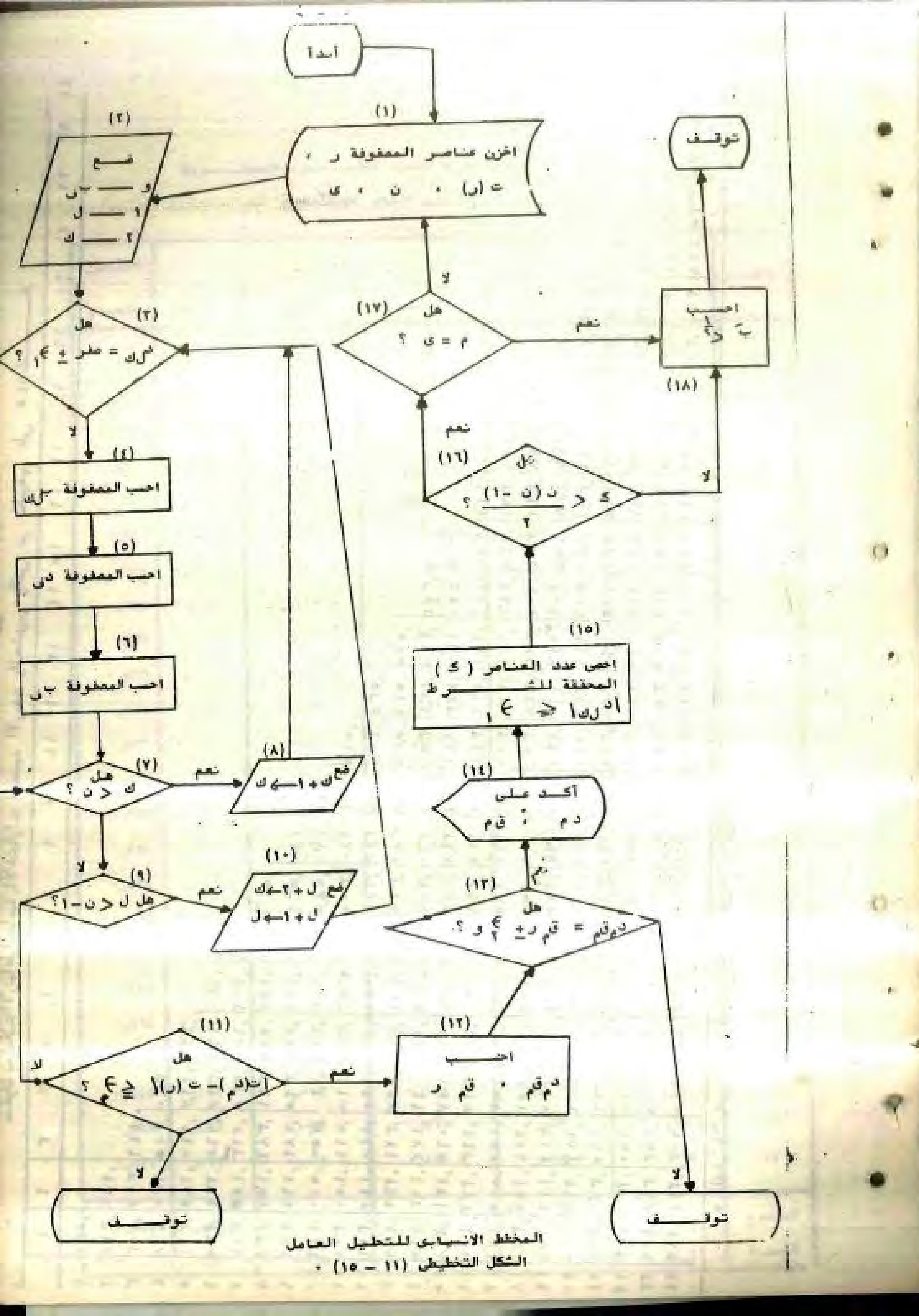
١٨ ـ نقوم بايجاد العوامل العامة من العلاقة :-

$أ = ب ح^{٢/١}$

ويبين المخطط الانسيابي رقم (١١ – ١٥) الخطوات السابقة كما يبين الجدولين (١١ – ١١) ، (١١ – ١٢) مصفوفة الارتباط الاساسية ر [١] ، والعوامل العامة الخمسة الاولى التي امكن تحديدها باستخدام الحاسب الالي .

---

(١) تمثل هذه المصفوفة معاملات الارتباط الخاصة بالاختبارات النفسية الاربعة والعشرين التي تم تطبيقها على ١٤٥ طفلا ينتمون الى الصفين السابع والثامن في الفترة مابين سنة ١٩٣٤ و ١٩٣٦ للدراسة التي قام بها هولتزينجر في النمو الخارجي للصفة التكاملية لسبيرمان وهولزينجر بشيكاغو .



المخطط الانسيابى للتحليل العامل
الشكل التخطيطى (١١ - ١٥) .

مصفوفة معاملات الارتباط الخاصة بالاختبارات النفسية الاربعه والعشرين والتى تم تطبيقها على ١٤٥ طفلا

	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤
١	٫٥٣١																							
٢	٫٣١٨	٫٢٥٠																						
٣	٫٤٠٣	٫٣١٧	٫٤٤٦																					
٤	٫٤٦٨	٫٢٣٠	٫٣٠٥	٫٣٨٠																				
٥	٫٣٢١	٫٢٨٥	٫٢٤٧	٫٢٢٧	٫٦٦٦																			
٦	٫٣٣٥	٫٢٣٤	٫٢٦٨	٫٣٢٧	٫٦٢٢	٫٦٩٠																		
٧	٫٣٠٤	٫١٥[illegible]	٫٢٢٣	٫٣٣٥	٫٦٥٢	٫٧٢٢	٫٧١٦																	
٨	٫٣٣٢	٫١٥٧	٫٣٨٢	٫٣٩١	٫٥٧٨	٫٥٢٧	٫٦١٩	٫٥٤٠																
٩	٫٣٢٦	٫١٩٥	٫١٨٤	٫٣٢٥	٫٧٢٣	٫٧١٤	٫٦٨٥	٫٥٣٢	٫٧٢٧															
١٠	٫١١٦	٫٥٧٠	[illegible]	٫٩١	٫٣١١	٫٢٠٣	٫٢٤٦	٫٢٨٥	٫١٧٠	٫٦٥٤														
١١	٫٣٠٨	٫١٥٠	٫٠٩١	٫١١٠	٫٣٤٤	٫٣٥٣	٫٢٣٢	٫٣٠٠	٫٢٨٠	٫٤٨٤	٫٥٦٥													
١٢	٫٣١٤	٫١٤٥	٫١٤٠	٫١٦٠	٫٢١٥	٫٠٩٥	٫١٨١	٫٢٧١	٫١١٣	٫٥٨٥	٫٤٢٨	٫٥٣٧												
١٣	٫٤٨٩	٫٢٣٩	٫٣٢١	٫٣٢٧	٫٣٤٤	٫٣٠٩	٫٣٤٥	٫٣٩٥	٫٢٨٠	٫٤٠٨	٫٥٣٥	٫٥١٢	٫٥٧٥											
١٤	٫١٢٥	٫١٠٣	٫١٧٧	٫٠٦٦	٫٢٨٠	٫٢٩٢	٫٢٣٦	٫٢٥٢	٫٢٦٠	٫١٧٢	٫٣٥٠	٫١٣١	٫١٩٥	٫٣٧١										
١٥	٫٢٣٨	٫١٣١	٫٠٦٥	٫١٢٧	٫٢٢٩	٫٢٥١	٫١٧٢	٫١٧٥	٫٢٤٨	٫١٥٤	٫٢٤٠	٫١٧٣	٫١٣٩	٫٣٧٠	٫٣٠٧									
١٦	٫٤١٤	٫٢٧٢	٫٢٦٣	٫٣٢٢	٫١٨٧	٫٢٩١	٫١٨٠	٫٢٩٦	٫٢٤٢	٫١٢٤	٫٣١٤	٫١١٩	٫٢٨١	٫٤١٢	٫٣٢٥	٫٤٤٤								
١٧	٫١٧٦	٫٠٠٥	٫١٧٧	٫١٨٧	٫٢٠٨	٫٢٧٣	٫٢٢٨	٫٢٥٥	٫٢٧٤	٫٢٨٩	٫٣٦٢	٫٢٧٨	٫١٩٤	٫٣٤١	٫٣٤٥	٫٣٢٤	٫٤٢٦							
١٨	٫٣٦٨	٫٢٥٥	٫٢١١	٫٢٥١	٫٢٦٣	٫١٦٧	٫١٥٩	٫٢٥٠	٫٢٠٨	٫٣١٧	٫٣٥٠	٫٣٤٩	٫٣٢٣	٫٢٠١	٫٣٣٤	٫٣٤٤	٫٤٤٨	٫٤١٧						
١٩	٫٢٧٠	٫١١٢	٫٣١٢	٫١٣٧	٫١٩٠	٫٢٥١	٫٢٢٦	٫٢٧٤	٫٢٧٤	٫١٩٠	٫٢٩٠	٫١١٠	٫٢٦٧	٫٢٠٦	٫١٩٢	٫٢٥٨	٫٣٦٤	٫٣٥٨	٫٢٨٧					
٢٠	٫٣٦٥	٫٢٩٢	٫٢٩٧	٫٣٣٩	٫٣٩٨	٫٤٣٥	٫٤٥١	٫٤٢٧	٫٤٤٦	٫١٧٣	٫٢٠٢	٫٢٤٦	٫٢٤١	٫٣٠٢	٫٢٧٢	٫٣٨٨	٫٢٦٢	٫٣٠١	٫١٦٧	٫٤٩٢				
٢١	٫٣٦٩	٫٣٠٦	٫١٦٥	٫٣٤٩	٫٣١٨	٫٢٦٣	٫٣١٤	٫٣٦٢	٫٢٦٦	٫٤٠٥	٫٣٩٩	٫٣٥٥	٫٤٢٥	٫١٨٣	٫٢٣٢	٫٣٤٨	٫١٧٣	٫٣٥٧	٫٣٣١	٫٤١٣	٫٤٧١			
٢٢	٫٤١٣	٫٢٣٢	٫٢٥٠	٫٣٨٠	٫٤٤١	٫٣٨٦	٫٣٩٦	٫٣٥٧	٫٤٨٣	٫١٦٠	٫٣٠٤	٫١٩٣	٫٢٧٩	٫٢٤٣	٫٢٤٦	٫٢٨٣	٫٢٧٣	٫٣١٧	٫٣٤٢	٫٤٦٣	٫٣٧٤	٫٤١٣		
٢٣	٫٤٧٤	٫٣٤٨	٫٣٨٣	٫٣٣٥	٫٤٣٥	٫٤٣١	٫٤٠٥	٫٥٠١	٫٥٠٤	٫٢٦٢	٫٢٥١	٫٣٥٠	٫٣٨٢	٫٢٤٢	٫٢٥٦	٫٣٦٠	٫٢٨٧	٫٢٧٢	٫٣٠٣	٫٥٠٩	٫٤٥١	٫٥٠٣	٫٥٣٢	
٢٤	٫٢٨٢	٫٢١١	٫٢٠٣	٫٢٤٨	٫٤٢٠	٫٤٣٣	٫٤٣٧	٫٣٨٨	٫٤٢٤	٫٥٣١	٫٤١٢	٫٤١٤	٫٣٥٨	٫٣٠٤	٫١٦٥	٫٢٦٢	٫٣٢٦	٫٤٠٥	٫٣٧٤	٫٣٦٦	٫٤٤٨	٫٣٧٥	٫٤٣٤	٫٤٧٥

* القطر الاساسى يمثل التباين العام الذى تم حسابه.

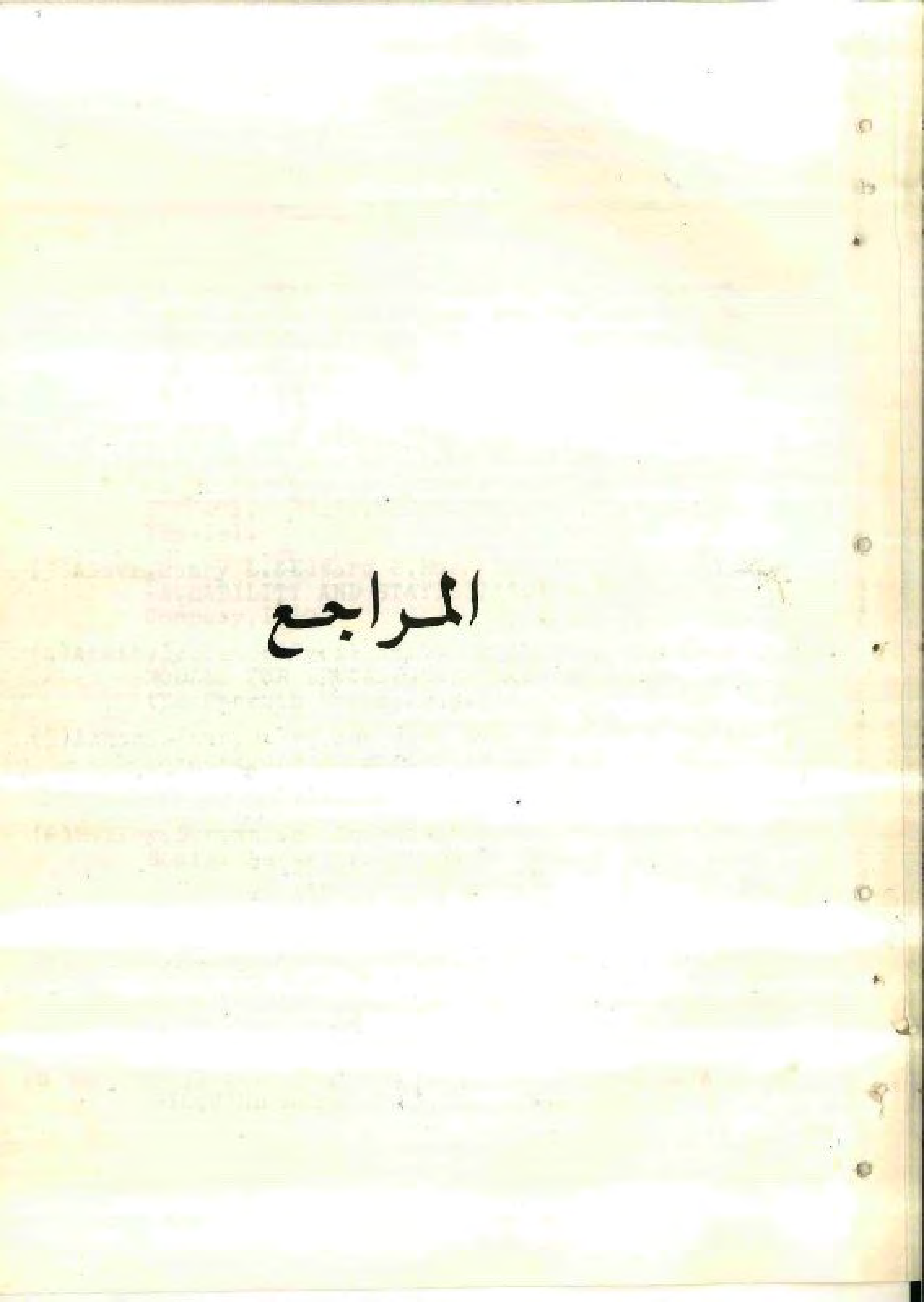
الجـــدول (١١ – ١٢)

العوامل الخمسة الاساسية الناتجة عـن تحليـــل المصفـــوفة (١١ – ١١) والتباين العام الاســاس

الاختبار	العوامل العامة: الاول	الثاني	الثالث	الرابع	الخامس	التباين العام
١	٠ر٠٩٥	– ٠ر٠٣٩	٠ر٣٦٩	– ٠ر١٨٤	– ٠ر٠٧٣	٠ر٠١١
٢	٠ر٢٧٤	٠ر٠٣٦	٠ر٢٧٠	– ٠ر١٤٧	٠ر١٢١	٠ر٢٠٠
٣	٠ر٤٣٢	٠ر١١٥	٠ر٣٩٦	– ٠ر١١٢	– ٠ر٢٧٦	٠ر٤٤٠
٤	٠ر٠١٠	٠ر١٠٨	٠ر٢٩٠	– ٠ر١٧٨	٠ر٠٤٤	٠ر٤٠٩
٥	٠ر٧٠٩	٠ر٣١٢	– ٠ر٢٧٣	– ٠ر٠٥٠	٠ر٠٠٣	٠ر٦٧٣
٦	٠ر٦٨٣	٠ر٤٠٤	– ٠ر٢١٣	٠ر٠٦٧	– ٠ر١٠٢	٠ر٦٧٧
٧	٠ر٦٧٦	٠ر٤١٢	– ٠ر٢٨٤	– ٠ر٠٨٢	– ٠ر٠٤٦	٠ر٦٨٤
٨	٠ر٦٨٠	٠ر٢٠٦	– ٠ر٠٨٨	– ٠ر١١٥	– ٠ر١١٨	٠ر٠٦٤
٩	٠ر٦٩٠	٠ر٤٤٦	– ٠ر٢١٢	٠ر٠٧٦	٠ر٠٣٦	٠ر٧٤٣
١٠	٠ر٤٥٦	– ٠ر٤٦٩	– ٠ر٤٤٦	– ٠ر١٢٨	٠ر١٠٥	٠ر٠٧٩
١١	٠ر٠٨٩	– ٠ر٣٧٢	– ٠ر١٩٨	٠ر٠٧٦	– ٠ر١٨٥	٠ر٠٤١
١٢	٠ر٤٤٨	– ٠ر٤٩١	– ٠ر١٥٤	– ٠ر٢٦٣	٠ر٠٤٤	٠ر٠٣٧
١٣	٠ر٠٩٠	– ٠ر٢٦٨	٠ر٠١٨	– ٠ر٣٠٠	– ٠ر٢٥٥	٠ر٠٣٩
١٤	٠ر٤٣٥	– ٠ر٠٦٣	– ٠ر٠١٢	٠ر٤١٨	– ٠ر٠٥٧	٠ر٢٥٨
١٥	٠ر٣٩٠	– ٠ر١٠٢	٠ر٠٥٥	٠ر٣٦٢	٠ر١٠١	٠ر٢٩٣
١٦	٠ر٠١٢	– ٠ر٠٩٨	٠ر٣٢٥	٠ر٢٥٩	٠ر٠٠٦	٠ر٤٢٩
١٧	٠ر٤٧١	– ٠ر٣١٢	– ٠ر٠٣٦	٠ر٢٨٨	– ٠ر٠٨٧	٠ر٤١٢
١٨	٠ر٠٢١	– ٠ر٣٢١	٠ر١١٨	٠ر١٤٥	٠ر٠٢٨	٠ر٤٤٣
١٩	٠ر٤٥٠	– ٠ر١١٥	٠ر١١٠	٠ر١٦٧	– ٠ر١٧٨	٠ر٣٦٧
٢٠	٠ر٦٢٣	٠ر١٣٥	٠ر١٤٣	٠ر٠٤٩	٠ر٢٥٢	٠ر٤٦٤
٢١	٠ر٠٩٦	– ٠ر٢٢٠	٠ر٠٧٣	– ٠ر١٤٠	٠ر٢٠٤	٠ر٤٧٣
٢٢	٠ر٦٠٠	٠ر١٠٣	٠ر١٢٨	٠ر٠٥٣	٠ر١٤٢	٠ر٤٤٩
٢٣	٠ر٦٨٥	٠ر٠٦٣	٠ر١٦٠	– ٠ر٠٩٦	٠ر١٥٤	٠ر٠٦١
٢٤	٠ر٦٣٥	– ٠ر١٦٩	– ٠ر١٩٢	– ٠ر٠٠٩	٠ر٠٧٩	٠ر٠٢٧
المجموع	٧ر٦٦٥	١ر٦٧٢	١ر٢٠٨	٠ر٩٢٠	٠ر٤٤٧	١١ر٩٤٣
النسبة	٦٤ر٢	١٤ر٠	١٠ر١	٧ر٧	٣ر٧	١٠٠

تعليـــب

فى خاتمة هـذا الجزء يمكـن التقريـر بـأن البحـث فى مجـال الحاسبات الآليـة لا يكفيـة فصـل مثـل هـذا ولا عدة كتـب ، كمـا أن أهمية الحاسبات الاليكترونيـة فى الدراسـات الانسانيـة والمجـالات الاجتماعيـة لا يمكـن حصـرها ، ولكـن كـل ما يمكـن أن يقـال فـى هـذا الصـدد : أن الحاسـب الآلـى أصبـح الـذراع الايمـن الـذى لا غنـى عنـه فـى ارتيـاد المجالات التـى تتطلـب نوعـا مـن التقديـر أو التقويم المسـتمر .



المراجع

BIBLIOGRAPHY

(I) Adelman, Irma. "The Determinants of Birth Rates". in ECONOMIC DEVELOPMENT AND POPULATION GROWTH ACONFLICT? (eds.) H. Peter Gray, and Shanti S. Tangri, D.C. Heath and Company, Massachusetts, I970.

(2) Akin, John S., and other, "The Quality of Education and Cohort Variation in Black-White Earnings Differentials: Comment", in THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW, March, I980, Vol. 70, No. I, PP. I86-I9I.

(3) Alder, Henry L. & Edward B. Roessler. INTRODUCTION TO PROBABILITY AND STATISTICS. W.H. Freeman and Company, I960.

(4) Armitage, Peter & Cyril Smith & Paul Alper, DECISION MODELS FOR EDUCATIONAL PLANNING, Allen lane, the Penguin Press, I969.

(5) Ashenfelter, Orley, and John Ham, "Education Unemployment, and Earnings", in JOURNAL OF POLITIC CAL ECONOMY, Octoper I979, Vol. 87, No. 5, Part2.

(6) Bailey, Duncan, and Charles Schatta, "Private and Social Rates of Return to Education of Academicians", in THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW, MarchI972, Vol. 62, No. I, PP. I9-3I.

(7) Balogh, T., and P.P. Streeten, "The Planning of Education in Poor Countries", ECONOMICS OF EDUCATION I: SELECTED READINGS, (Ed.) M. Blaug, Penguin Books, Inc., I968.

(8) Barclay, George W., TECHNIQUES OF POPULATION ANALYSIS, John Wiley & Sons, Inc., I958.

(9)Bartz,Albert E.,BASIC STATISTICAL CONCEPTS, Burgess Publshing Company,(2nd edition) ,1981.

(10)Bauer,Walter F.,"The Economics of on-line Systems",ON-LINE COMPUTING:TIME-SHARED MAN-COMPUTER SYSTEMS,(ed.)Walter J.Karplus,Mc Graw-Hill Book Company,1967.

(11)Becker,Gary S.,HUMAN CAPITAL:ATHEORETICAL AND EMPIRICAL ANALYSIS,WITH SPECIAL REFERENCE TO EDUCATION,National Bereau of Economic Research,New York,1964.

(12)-------------,HUMAN CAPITAL AND THE PERSONAL DISTRIBUTION OF INCOME:AN ANALYTICAL APPROACH,The University of Michigan,1967.

(13)Biderman,Albert D.,"Social Indicators and Goals",SOCIAL INDICATORS,Raymond A.Bauer (ed.),The Massachusetts Institute of Technology Press,(4th Printing),1972.

(14)Bourne,C.P.& D.F.Ford,"A Study of Methods for Systematically Abbreviating English Words and Names",JOURNAL OF THE ACM,Oct., 1961.

(15)Brimer,M.A.& L.Pauli.WASTAGE IN EDUCATION A WORLD PROBLEM.Unesco,I B D,Switzerland , 1971.

(16)Brown,Daniel J.,"Educational Trend Analysis Methods",FUTURISM IN EDUCATION:METHODOLOGIES,(ed.)Stephen P.Hencley & James R. Yates,Mc Cutchan Publishing Corporation, California,1974.

(17)Burington,Richard Stevens&Donald Curtis May ,HANDBOOK OF PROBABILITY AND STATISTICS WITH TABLES,Handbook Publishers,Inc.,Sandusky,Ohio,(2nd Edition),1958.

(I8)Carnap,Rudolf,LOGICAL FOUNDATIONS OF PROBABI-LITY,The University of Chicago Press,I95I.

(I9)Census of Population,EDUCATIONAL ATTAINMENT: FINAL REPORT Pc(2)-5B,U.S.Government Printing Office Washington,D.C.,I973.

(20)Chiswck,Barry R.&Jacob Mincer,"Time-Series Changes in Personal Income Inequality in The U.S. from I939,with Projections to I985",in INVESTMENT IN EDUCATION:THE EQUITY-EFFICIENCY QUANDARY,(ed.)Theodore W. Schultz,The University of Chicago Press, I972.

(2I)Cleary,J.W.,"The Decision Matrix Technique", FUTURISM IN EDUCATION... OP. CIT.

(22)Cohen,S.,PLANNING MODELS OF EDUCATIONAL REQUIREMENTS FOR ECONOMIC DEVELOPMENT AS APPLIED TO YUGOSLAVIA,Netherland Economic Institute Division of Balanced Anternational Growth Publication,No.35/66, Rotterdam,March,I966.

(23)Cohen,Wilbur J.,"Education and Learning",EDUCATIONAL INVESTMENT IN AN URBAN SOCIETY :COSTS,BENEFITS,AND PUBLIC POLICY.Melvin R.Levin&other(ed.),Teachers College Press ,Columbia University,New York,I970.

(24)Coleman,James S.,INTRODUCTION TO MATHEMATICAL SOCIOLOGY,The Free Press of Gelencoe,London,I964.

(25)Coolidge,Julian Lowell,AN INTRODUCTION TO MATHEMATICAL PROBABILITY,The Clarendon Press :Oxford,I925.

(26)Correa,Hector,"Models for forecasting flows of Students and the Human and Physical Resources Required with and without Technologically Assisted Education",ANALYTICAL

MODELS IN EDUCATIONAL PLANNING AND ADMINISTRATION, David Mc Kay Company, Inc., New York, (no date)

(27)--------------, QUANTITATIVE METHODS OF EDUCATIONAL PLANNING, Unesco, IIEP, 1969.

(28) Dadge, David A., RETURNS TO INVESTMENT IN UNIVERSITY TRAINING: THE CASE OF CANADIAN ACCOUNTANTS, ENGINEERS AND SCIENTISTS, Industrial Relations Centre, Queen's University, 1972.

(29) Dathe, H.M., "Optimum Allocation of Resources to R&D Projects", COST-BENEFIT ANALYSIS, (ed.) M.G.Kendall, American Elsevier Publishing Company, Inc., New York, 1971.

(30) Davies, George R.&Walter F.Crowder, METHODS OF STATISTICAL ANALYSIS IN THE SOCIAL SCIENCES, John Wiley&Sons, New york, (Without Date).

(31) Davis, Russell G., PLANNING HUMAN RESOURCE DEVELOPMENT: EDUCATIONAL MODELS SCHEMATA Rand Mc. Nally&Company, Chicago, 1966.

(32) De Francesco, Henry F., QUANTITATIVE ANALYSIS METHODS FOR SUBSTANTIVE ANALYSTS, Melville Publishing Company, 1975.

(33) Denison, Edward F., THE SOURCES OF ECONOMIC GROWTH IN THE U.S. AND THE ALTERNATIVES BEFORE US, Committee for Economic Development, New York, 1962.

(34) Desmonde, William H., COMPUTERS AND THEIR USES, Prentice-Hall, Inc., New Jersey, (2nd Edition), 1971.

(35) Duncan, Beverly, "Trends in output and distribution of schooling", INDICATORS OF SOCIAL CHANGE: CONCEPTS AND MEASUREMENTS, Eleanor Bernert Sheldon&Wilbert E.Moore(ed.), Russell Sage Foundation, New York, 1968.

(36)Duncan,D.B.,"Multiple range and multiple F tests",BIOMETRICS,1955,Vol.II,Pp.I-42.

(37)Durkheim,Emile,SUICIDE,(Translation)John A. Spaulding&George Simpson,The Free Press of Glencoe,New York,I95I.

(38)Enke,Stephen&James Bennett,"Simulation and Policy Analysis with the Tempo Economic-Demographic Model:An Illustrative Application to India",POPULATION ANALYSIS AND STUDIES,(ed.)Ishrat Z.Husain, Abacus Press,India,I973.

(39)Eves,Howard,ELEMENTARY MATRIX THEORY,Allyn& Bacon,Inc.,Boston,I966.

(40)Favret,Andrew G.,DIGITAL COMPUTER PRINCIPLES AND APPLICATIONS,Van Nostrand Reinhold Company,I972.

(4I)Ferguson,George A.,STATISTICAL ANALYSIS IN PSYCHOLOGY&EDUCATION,Mc Graw-Hill Book Company,New York,(3rd edition),I97I.

(42)Fernbach,Sindey&Harry D.Huskey,"Introduction",ON-LINE COMPUTING:...(OP. Cit.)

(43)Ferriss,A.,INDICATORS OF TRENDS IN AMMERICAN EDUCATION,Russell Sage Fundation, New York,I969.

(44)Finkbeiner,Daniel,INTRODUCTION TO MATRICES AND LINEAR TRANSFORMATIONS,W.H.Freeman &Company,(2nd edition),I966,

(45)Fisher,R.A.,STATISTICAL METHODS FOR RESEARCH WORKERS,Hafner Press,Reprinted by Permission of the Publisher,New York, (I4th edition),I970.

(46) ------------&F.Yates,STATISTICAL TABLES FOR BIOLOGICAL,AGRICULTURAL,AND MEDICAL RESEARCH,Edinburgh:Oliver&Boyd,Ltd(4 th edition),1963.

(47)Foskett,John M.,"Social Structure and Social Participation",AMERICAN SOCIOLOGICAL REVIEW,1955,No.20.

(48)Frejka,Tomas,THE FUTURE OF POPULATION GROWTH :ALTERNATIVE PATHS TO EQUILIBRIUM,John Wiley&sons,Inc.,1973.

(49)Froomkin,Joseph T.&others,EDUCATION AS AN INDUSTRY:ACONFERENCE OF THE UNIVERSITIES-NATIONAL BUREAU COMMITTEE FOR ECONOMIC RESEARCH,National Bureau of Economic Research,Inc.,1976,No.28.

(50)Garrett,Henry E.,STATISTICS IN PSYCHOLOGY AND EDUCATION,Longmans,Green&Co.,New York,1926.

(51)Glass,G.V.,"Preface",PROCEEDINGS OF THE 70 INVITATIONAL CONFERENCE ON TESTING PROBLEMS,Educational Testing Service ,New Jersey,1970,Pp.iv-vii.

(52)Gooler,Dennis D.,"The Development and use of Educational Indicators",EDUCATIONAL INDICATORS:MONITORING THE STATE OF EDUCATION:PROCEEDINGS OF THE 1975 ETS INVITATIONAL CONFERENCE,Educational Testing Service,(2nd printing), 1976.

(53)Gregory,R.H.&R.L.Van Horn,AUTOMATIC DATA-PROCESSING SYSTEMS:PRINCIPLES AND PROCEDURES,Wadsworth Publishing Co. ,(2nd edition),1963.

(54)Gross,Bertram M.,"A historial note on social indicators",SOCIAL INDICATORS...Op.Cit. ,Pp.x-xi.

(55)----------------,"The state of the nation:social systems accounting",Ibid.

(56)Gross,P.F.,"A systems Approach to Public Policy-Making in Forestry-A Case Study" , COST-BENEFIT ANALYSIS...,Op.Cit. .

(57)Guilford,J.P.,FUNDAMENTAL STATISTICS IN PSYCHOLOGY AND EDUCATION.Mc Graw-Hill Book Company,(4th edition),1965.

(57)Gventher,William C.,ANALYSIS OF VARIANCE,Prentice-Hall,Inc.,1964.

(58)Halacy,D.S.,JR.,COMPUTERS:THE MACHINES WE THINK WITH,Harper&Raw,Publishers,1962.

(59)Hamburg,Morris,BASIC STATISTICS:A MODERN APPROACH,Harcourt Brace Jovanouich,Inc. , (2nd edition),1979.

(60)Hammer,A.G.,ELEMENTARY MATRIX ALGEBRA FOR PSYCHOLOGISTS AND SOCIAL SCIENTISTS,Pergamon Press Australia,1971.

(61)Harman,Harry H.,MODERN FACTOR ANALYSIS, The University of Chicago Press,(2nd edition),1967.

(62)Harnett,Donald L.&James L.Murphy,INTRODUCTORY STATISTICAL ANALYSIS,Addison-Wesley Publishing Company,Inc.,1975.

(63)Harrison,Godfrey,"The Computer in the Psychology of Language",THE COMPUTER IN PSYCHOLOGY,(ed.)Micheal J.Apter&George Westby,John Wiley&Sons,1973.

(64)Haorst,Paul,MATRIX ALGEBRA FOR SOCIAL SCIENTIS-TS,Holt,Rinehart and Winston,Inc.,1963.

(65)-----------,FACTOR ANALYSIS OF DATA MATRICES , Holt,Rinehart and Winston,Inc.,1965.

(66)Hartley,Harry J.,EDUCATIONAL PLANNING PROGRAM-MING-BUDGETING:ASYSTEMS APPROACH,Prentice -Hall,Inc.,1968.

(67)Hartley,Shirley Foster,COMPARING POPULATIONS', Wadsworth Publishing Company,California , 1982.

(68)Hays,William L.,STATISTICS FOR THE SOCIAL SCI-ENCES,Holt,Rinehart and Winston,Inc.,New York,(2nd edition),1973.

(69)Hitch,C.J.,"Program Budgeting",DATAMATION,Sep. 1967,Vol.13,No.9.

(70)Holzinger,Karl J.,STATISTICAL METHODS FOR STU-DENTS IN EDUCATION,Boston:Ginn&Company , 1928.

(71)----------------- &Harry H.Harman,FACTOR ANAL-YSIS:A SYNTHESIS OF FACTORIAL METHODS,The University of Chicago Press,1941.

(72)Hotelling,H.,"The Selection of Variates for use in Prediction with some Comments on the General Problem of Nuisance Paramet-ers",ANNALS OF MATHEMATICAL STATISTICS , 1940,No.11,Pp.271-283.

(73)Hussain,Khateeb M.,DEVELOPMENT OF INFORMATION SYSTEMS FOR EDUCATION,Prentice-Hall,Inc., New Jersey,1973.

(74)Immegart,Glenn L.&Francis J.Pilecki,AN INTROD-UCTION TO SYSTEMS FOR THE EDUCATIONAL AD-MINISTRATOR,Addison-Wesley Publishing Co. ,1973.

(75)Indiana University,Bloomington Academic Computing Services,T FORM MANUAL,Report406 ,October 1981,Table II.

(76)----------------,---,COMPUTING AT B A C S , Repot 379,February 1982.

(77)----------------,Research Computing Center , USER'S MANUAL,16 September 1968.

(78)----------------,WRUBEL COMPUTING CENTER MANUAL,Bloomington,WCC Report 379;3/1981.

(79)Johnson,Milo P.&Albert J.Grafsky Jr.,ACCOUNTABILITY:EVALUATION FOR OCCUPATIONAL PROGRAMS,American Technical Society,Chicago,1973.

(80)Johnson,Thomas&other,"Investment in Human Capital and Growth in Personal Income 56 -1966",in THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW , Sep.1974,Vol.64,No.4,Pp.604-608.

(81)Kaufman,Roger A.,EDUCATIONAL SYSTEM PLANNING ,Prentice-Hall,Inc.,1972.

(82)Kay,Paul,"Introduction:Mathematics in Anthropology",in EXPLORATIONS IN MATHEMATICAL ANTHROPOLOGY,Paul Kay (ed.),The Center for Advanced Study in the Behavioral Sciences,The MIT Press,1971,Pp.xii-xiii.

(83)Kendall,M.G.,RANK CORRELATION METHODS,Charles Griffin&Company Limited,London,(3rd edition),1962.

(84)Keyfitz,Nathan,INTRODUCTION TO THE MATHEMATICS OF POPULATION,Addison-Wesley Publishing Company,Inc.,1968.

(85)Kossack,Carl F.&Claudia I.Henschke,INTRODUCTION TO STATISTICS AND COMPUTER PROGRAMMING:PILOT EDITION,Holden-Day,Inc., San Francisco,1975.

(86)Kramer,Edna E.,A FIRST COURSE IN EDUCATIONAL STATISTICS,John Wiley&Sons,New York , I935.

(87)Kurtz,Albert K.&Samuel T.Mayo,STATISTICAL METHODS IN EDUCATION AND PSYCHOLOGY , Springer-Verlag,New York,Inc.,I979.

(88)Land,Kenneth C.,"Social Indicator Models:An Overview",SOCIAL INDICATOR MODELS,Kenneth C.Land&Seymour Spilerman (ed.) , Russell Sage Foundation,Inc.,New York , I975.

(89)Lawley,D.N.&A.E.Maxwell,FACTOR ANALYSIS AS ASTATISTICAL METHOD,Butter Worths& Co. (Publishers) Ltd.,London,I963.

(90)Lazarsfeld,Paul F.(ed.),MATHEMATICAL THINKING IN THE SOCIAL SCIENCES,The Free Press of Glencoe,New York,I954.

(9I)Levin,Melvin R.&Alan Shank,"Introduction",in EDUCATIONAL INVESTMENT IN AN URBAN SOCIETY:...Op.Cit.

(92)Lewis,Don,QUANTITATIVE METHODS IN PSYCHOLOGY ,Mc Graw-Hill Book Company,Inc.,I960.

(93)Lewis D.&C.J.Burke,"The use and miuse of the Chi-Square test",PSYCHOLOGICAL BULLETIN ,I949,No.46,Pp.433-489.

(94)Maciariello,Joseph A.,DYNAMIC BENEFIT - COST ANALYSIS:EVALUATION OF PUBLIC POLICY IN A DYNAMIC URBAN MODEL,Lexington Books D .C.Heath&Company,I975.

(95)Martin,James,DESIGN OF MAN-COMPUTER DIOLOGUES,Prentice-Hall,Inc.,Englewood Cliffs, N.J.,I973.

(96)Mc Gracken,D.D.,DIGITAL COMPUTER PROGRAMMING ,John Wiley&Sons,Inc.,I957.

(97)Mc Nemar,Q.,"Note on the sampling error of the difference between correlated proporations or percentages",PSYCHOMETRIKA, I947,Vol.I2,Pp.I53-I57.

(98)----------,PSYCHOLOGICAL STATISTICS,John Wiley&Sons,Inc.,(3rd edition),I962.

(99)Meissner,Loren P.,THE SCIENCE OF COMPUTING, Wadsworth Publishing Company,Inc.,Belmont,California,I974.

(I00)Mincer,Jacob,"Schooling,Age,and Earnings", in HUMAN CAPITAL AND PERSONAL INCOME DISTRIBUTION,National Bureau Economic Research,New York,I972,Part II.

(I0I)Miner,Jerry,"Social and Economic Factors in Spending for Public Education",in EDUCATIONAL INVESTMENT IN AN URBAN SOCIETY, Op.Cit. .

(I02)Miskan,E.J.,COST-BENEFIT ANALYSIS:AN INTRODUCTION,Praeger Publishers,U.S.,I97I.

(I03)Mood,Alexander M.&Franklin A.Graybill,INTRODUCTION TO THE THEORY OF STATISTICS,Mc Graw-Hill,New York,(2nd edition),I963.

(I04)Norman,Victor D.,EDUCATION,LEARNING,AND PRODUCTIVITY,Universitets-forla get,Scandinavian University Books,I976.

(I05)Nunnally,Jum C.,PSYCHOMETRIC THEORY,Mc Graw-Hill Company,I967.

(I06)Odell,Charles W.,STATISTICAL METHOD IN EDUCATION,D.Appleton-Century Company,New York,I935.

(I07)Orwing,M.D.&Paul K.Jones&Oscar T.Lenning , ENROLLMENT PROJECTION MODELS FOR INSTITUTIONAL PLANNING,Research&Development Division,January 1972,No.48.

(I08)Otis,Arthur S.,STATISTICAL METHOD IN EDUCATIONAL MEASUREMENT,Yonkers-on-Hudson , World Book Company,1925.

(I09)Perlman,Richard,THE ECONOMICS OF EDUCATION: CONCEPTUAL PROBLEMS AND POLICY ISSUES, Mc Graw-Hill,Inc.,1973.

(II0)Preston,Samuel H.&Nathan Keyfitz&Robert Schoen,CAUSES OF DEATH:LIFE TABLES FOR NATIONAL POPULATIONS,Seminar Press,New York&London,1972,Pp.9-I(,41-43,48-54.

(III)Psacharopoulos,George,RETURNS TO EDUCATION: INTERNATIONAL COMPARISON,Jossey-Bass Inc.,Publishers San Francisco,Washington,1973.

(II2)--------------------,"Investment in Education and Equality ofOpportunity",EDUCATIONAL NEED IN THE PUBLIC ECONOMY,(ed.) Kern Alexander&other,The Board of Regents,Floridia,1976.

(II3)Quade,Edward S.,COST EFFECTIVENESS ANALYSIS ,(ed.)Thomas A.Goldman,Published by Frederic A.Preager,New York,1967.

(II4)Robinson,Gerald L.,"PPBS:Planning for Schools of the Future",ACCOUNTABILITY FOR EDUCATIONAL RESULTS,(ed.)R.W.Hostrop , and others,The Shoe String Press,Inc., 1973.

(II5)Rogers,Daniel C.&Hirsch S.Ruchlin,ECONOMICS AND EDUCATION:PRINCIPLES AND APPLICATIONS,The Free Press,New York,1971.

(II6)Scheffe,Henry,THE ANALYSIS OF VARIANCE,John Willey&Sons,Inc.,I959.

(II7)Schiefelbein,Ernesto&Russell G.Davis,DEVELOPMENT OF EDUCATIONAL PLANNING MODELS AND APPLICATION IN THE CHILEAN SCHOOL REFORM,D.C.Heath&Company,Lexington Books,I974.

(II8)Schlaifer,Robert,ANALYSIS OF DECISIONS UNDER UNCERTAINTY,Mc Graw-Hill Book Co. , Inc.,New York,I967,Volume II.

(II9)Schmalz,Larry C.&Charles J.Sippl,COMPUTER GLOSSARY FOR STUDENTS AND TEACHERS , Funk& Wagnalls,New York,I972.

(I20)Schwab,Bernard,"Current Limitations and Possible Extensions of Some Common Criteria for Investment Evaluation", in COST-BENEFIT ANALYSIS,Op. Cit. .

(I2I)Scott,Robert,COMPUTERS FOR DEVELOPING COUNTRIES,East African Publishing House , I97I.

(I22)Selowsky,Marcelo,"Labor input substitution in the study of sources of growth and educational planning",in STUDIES IN DEVELOPMENT PLANNING,(ed.)Hollis B. Chenery,Harvard University Press,Combridge,Massachusetts,I97I.

(I23)Shavelson,Richard J.,STATISTICAL REASONING FOR THE BEHAVIORAL SCIENCES,Allyn and Bacon,Inc.,I98I.

(I24)Sinka,J.N.,"Demographic Aspects of Employment in the Third World",in POPULATION GROWTH AND ECONOMIC DEVELOPMENT IN THE THIRD WORLD,(ed.)Leon Tabah,(IUSSP),Volume 2,I975.

(I25)Snedecor,George W.,STATISTICAL METHODS,Iowa :The Collegiate Press,Inc.,I946.

(I26)Snodgrass,Joan Gay,THE NUMBERS GAME:STATISTICS FOR PSYCHOLOGY,The Williams&Wilkins Company,I977.

(I27)Sorenson,Herbert,STATISTICS FOR STUDENTS OF PSYCHOLOGY AND EDUCATION,Mc Graw-Hill Book Company,Inc.,New York&London , I936.

(I28)Spencer,Donald D.,COMPUTERS,Abacus Computer Corporation,Florida,I970.

(I29)------------------,FUNDAMENTALS OF DIGATEL COMPUTERS,Howard W.Sams&Co.,Inc.,Indianapolis,U.S.A.,I969.

(I30)Stark,Peter A.,DIGITAL COMPUTER PROGRAMMING ,The Macmillan Company,I967.

(I3I)Steel,Robert G.D.&James H.Torrie,PRINCIPLES AND PROCEDURES OF STATISTICS:WITH SPECIAL REFERENCE TO THE BIOLOGICAL SCIENCES,Mc Graw-Hill Book Company,Inc. ,I960.

(I32)Stern,Robert A.&Nancy Stern,AN INTRODUCTION TO COMPUTERS AND INFORMATIONS PROCESSING:FORMERLY PRINCIPLES OF DATD PROCESSING,John Wiley&Sons,Inc.,I982.

(I33)Stevens,S.S.,"Mathematics,Measurement, and Psychophysics",in HANDBOOK OF EXPERIMENTAL PSYCHOLOGY,John Willey&Sons , New York,I962,Chapter(I).

(I34)Stoikov,Vladimir,THE ECONOMICS OF RECURRENT EDUCATION AND TRAINING,ILOG,I975.

I35)Stone,Richard,"Demographic Growth and the Cost of Education",POPULATION GROWTH AND ECONOMIC DEVELOPMENT IN THE THIRD WORLD,(ed.)Leon Tabah,International Union for the Scientific Study of Population,Vol.I,I975.

I36)Summers,Anita A.&other,"Do Schools Make a Difference?",in THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW,Sep.,I977,Vol.67,No.4,Pp.639-652.

(I37)Susan;Wooldridge,COMPUTER INPUT DESIGN,Mason&Lipscomb Publishers,Inc.,I974.

(I38)Tate,Merle W.,STATISTICS IN EDUCATION AND PSYCHOLOGY,The Macmillan Company,I975

(I39)Thomas,David Hurst,FIGURING ANTHROPOLOGY : FRIST PRINCIPLES OF PROBABILITY AND STATISTICS,Holt,Rinehart and Winston, I975.

(I40)Thomas,Shirley,COMPUTERS,Holt,Rinehart and Winston,Inc.,New York,I965.

(I4I)Thomson,Godfrey H.,THE FACTORIAL ANALYSIS OF HUMAN ABILITY,Houghton Mifflin Company,I939.

(I42)-----------------,THE FACTORIAL ANALYSIS OF HUMAN ABILITY,Houghton Mifflin Company,Boston (The Riverside Press,Combridge)I956.

(I43)Thurstone,L.L.,MULTIPLE-FACTOR ANALYSIS : A DEVELOPMENT AND EXPANSION OF THE VECTORS OF MIND,The University of Chicago,Illinois,I947.

(I44)Tukey,John W.,"Comparing Individual Means in the Analysis of Variance",BIOMETRICS,I949,Vol.5,Pp.99-II4.

(I45)Turnbull,William W.,"Foreword",EDUCATIONAL INDICATORS:...Op.Cit.,P.IX.

(I46)Unesco,MANPOWER ASPECTS OF EDUCATIONAL PLANNING,Unesco:IIEP,1968.

(I47)------,EDUCATION PLANNING:A WORLD SERVEY OF PROBLEMS AND PROSPECTS,Unesco:Printed in Belgium,1970.

(I48)------,IBE,A STATISTICAL STUDY OF WASTAGE AT SCHOOL,Paris-Geneva,1972.

(I49)------,IIEP,EDUCATIONAL COST ANALYSIS IN ACTION:CASE STUDIES FOR PLANNERS,Unesco:IIEP,1972.

(I50)U.S.Department of Health,Education,and Walfare,TOWARD A SOCIAL REPORT,Washington,D.C.,U.S.Gavernment Printing Office,1969,Pp97-98.

(I51)--,"Toward A social Report",EDUCATIONAL INVESTMENT IN AN URBAN SOCIETY,Op.Cit

(I52)Webb,Lillian D.,"The Public Economic Benefits of a High School Education," in EDUCATIONAL NEED IN THE PUBLIC ECONOMY,Op.Cit. .

(I53)Weisbrod,Burton A.,EXTERNAL BENEFITS OF PUBLIC EDUCATION,Princeton University: Industrial Relations Secation Research Reports,1964,No.I05.

(I54)------------------,"External Effects of Investment in Education",in ECONOMICS OF EDUCATION I,Op.Cit. .

(155)Welch,Finis,"Black-White Differences in Returns to Schooling",in THE AMERICAN ECONOMIC REVIEW,December 1973,Vol.63, No.51,Pp.893-896.

(156)Welkowitz,Joan&Robert B.Ewen&Jacob Cohen , INTRODUCTORY STATISTICS FOR THE BEHAVIORAL SCIENCES,Academic Press,Inc. , 1971.

(157)Wildavsky,Aaron,"The Political Economy of Efficiency:Cost-Benefit Analysis,Systems Analysis and Program Budgeting", in EDUCATIONAL INVESTMENT IN AN URBAN SOCIETY,Op.Cit. .

(158)William;C.Guenther,ANALYSIS OF VARIANCE,Prentice-Hall,Inc.,Englewood Cliffs,N.J.,1964.

(159)Winick,Charles,DICTIONARY OF ANTHROPOLOGY , Totowa:littefield,Adams&Co.,1969.

(160)Wiseman,Jack,"Cost-Benefit Analysis in Education",in EDUCATIONAL INVESTMENT IN AN URBAN SOCIETY...Op.Cit. .

(161)Woodhall,Maureen,COST-BENEFIT ANALYSIS IN EDUCATIONAL PLAANNING,Paris,Unesco,70

(١٦٢)الببلاوى ، حسام ، قاموس شرح المصطلحات العلمية للأجهزة الحاسبة الآلية : دراسات فى الاتوميش ، منشأة المعارف بالاسكندرية ، ١٩٧٦ .

(١٦٣)السيد ،فؤاد البهى ، " الاحصاءات التعليمية والمؤشرات التربوية ووظيفتها فى رسم سياسة التعليم واعداد خططه " ، قرارات وتوصيات ـ بحوث اجتماع خبراء ومسئولى الاحصاء التربوى فى الوطن العربى(بغداد ٥ ـ ١٠ مارس ١٩٧٧) ، المنظمة العربية للتربية والثقافة والعلوم ، مارس ١٩٧٧ .

(١٦٤)القوصى ،عبد العزيز، " النماذج الرياضية للتدفق وتطبيقاتها على التعليم فى الوطن العربى " ، الثقافة العربية، العدد الثالث، ١٩٧٥ .

(١٦٥) بلات ، وليم . " تقرير ادغارفور نقطة تحول فى التخطيط التربوى " . التربية الجديدة . (ترجمة) محمد احمد الغنام . السنة الأولى . العدد الأول . ديسمبر ١٩٧٣ .

(١٦٦) سماك ، أندرية . " الاسقاطات الطلابية : بعض طرائقها وأساليبها " . التربية الجديدة . السنة الثامنة . العدد الخامس . ابريل ١٩٧٥ .

(١٦٧) عبدالجواد ، عبد الله السيد . " الفاقد الكمى فى المرحلة الابتدائية فى جمهورية مصر العربية " . رسالة ماجستير غير منشورة ، ١٩٧٧ .

(١٦٨) ———— . " التخطيط للتعليم العالى فى جمهورية مصر العربية ودوره فى التنمية الاجتماعية والاقتصادية " . رسالة دكتوراه غير منشورة ، ١٩٨٠ .

(١٦٩) ———— القيمة الاقتصادية لاعداد المعلم بكلية التربية فى أسيوط : دراسة ميدانية ، اسيوط . مايو ١٩٨١ .

الملاحق

الملحق رقم (١)

توزيع ذات الحديــن (١١٨)

فكرة عن الملحق :ـ

القيم المعطاه فى هذا الملحق خاصة بقيم توزيع ذات الحدين والتى تتحدد كل قيمة فيه من العلاقة :ـ

$$\text{د}(\text{س}) = {}^{\text{ن}}\text{ق}_{\text{س}}\ \text{ب}^{\text{س}}\ \text{ى}^{\text{ن}-\text{س}} = \frac{\lfloor \text{ن}}{\lfloor \text{س} \ \lfloor \text{ن}-\text{س}}\ \text{ب}^{\text{س}}\ (1-\text{ب})^{\text{ن}-\text{س}}$$

حيث :

س عدد احتمالات النجاح الممكنة فى ن محاولة

، ب نسبة احتمال النجاح فى المحاولة الواحدة .

وللعلم سنعتبر قيم كل من س ، ب متعامد تين . كما ان القيم الخاصة بالعدد "س" سوف تتكرر فى الجانبين الايمن والايسر، بحيث يقابل الجانب الايمن قيم " ب " التى توجد فى الصف الأعلى لكل مجموعة ، بينما تقابل قيم " س " الموجودة فى الجانب الايسر قيم " ب " الموجودة فى الصف الادنى لكل مجموعة .

مثال :ـ

للحصول على د (س) عندما تكون ن = ٥ ، س = ٣ ، ب = ٨٣ر٠، نحدد الجزء الذى فيه ن = ٥ ثم نحدد العمود الذى فيه ب = ٨٣ر٠ والصف الذى فيه س = ٣ اى الجزء الثانى من ص (١ - ٦) فى العمود السابع والصف الثالث .

فتكون النتيجة التى نحصل عليها د(س) = ١٦٥٢ر٠

اما للحصول على د(س) عندما ن = ٥ ، س = ٢ ، ب ١٧ر٠ فاننا باتباع نفس الطريقة السابقة نحصل على نفس النتيجة السابقة .

(١ - ٢)

أولا عندما ن = ١

س ب		١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠		
صفر		٩٩٠٠	٩٨٠٠	٩٧٠٠	٩٦٠٠	٩٥٠٠	٩٤٠٠	٩٣٠٠	٩٢٠٠	٩١٠٠	٩٠٠٠		١
١		٠١٠٠	٠٢٠٠	٠٣٠٠	٠٤٠٠	٠٥٠٠	٠٦٠٠	٠٧٠٠	٠٨٠٠	٠٩٠٠	١٠٠٠		صفر
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س ب		١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
صفر		٨٩٠٠	٨٨٠٠	٨٧٠٠	٨٦٠٠	٨٥٠٠	٨٤٠٠	٨٣٠٠	٨٢٠٠	٨١٠٠	٨٠٠٠		١
١		١١٠٠	١٢٠٠	١٣٠٠	١٤٠٠	١٥٠٠	١٦٠٠	١٧٠٠	١٨٠٠	١٩٠٠	٢٠٠٠		صفر
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س ب		٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر		٧٩٠٠	٧٨٠٠	٧٧٠٠	٧٦٠٠	٧٥٠٠	٧٤٠٠	٧٣٠٠	٧٢٠٠	٧١٠٠	٧٠٠٠		١
١		٢١٠٠	٢٢٠٠	٢٣٠٠	٢٤٠٠	٢٥٠٠	٢٦٠٠	٢٧٠٠	٢٨٠٠	٢٩٠٠	٣٠٠٠		صفر
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س ب		٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
صفر		٦٩٠٠	٦٨٠٠	٦٧٠٠	٠٦٦٠٠	٦٥٠٠	٦٤٠٠	٦٣٠٠	٦٢٠٠	٦١٠٠	٦٠٠٠		١
١		٣١٠٠	٣٢٠٠	٣٣٠٠	٣٤٠٠	٣٥٠٠	٣٦٠٠	٣٧٠٠	٣٨٠٠	٣٩٠٠	٤٠٠٠		صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

س ب		٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
صفر		٥٩٠٠	٥٨٠٠	٥٧٠٠	٥٦٠٠	٥٥٠٠	٥٤٠٠	٥٣٠٠	٥٢٠٠	٥١٠٠	٥٠٠٠		١
١		٤١٠٠	٤٢٠٠	٤٣٠٠	٤٤٠٠	٤٥٠٠	٤٦٠٠	٤٧٠٠	٤٨٠٠	٤٩٠٠	٥٠٠٠		صفر
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

(١ - ٢)

ثانيا عندما ن = ٢

س	ب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠		
صفر		٩٨٠١	٩٦٠٤	٩٤٠٩	٩٢١٦	٩٠٢٥	٨٨٣٦	٨٦٤٩	٨٤٦٤	٨٢٨١	٨٨١٠		٢
١		٠١٩٨	٠٣٩٢	٠٥٨٢	٠٧٦٨	٠٩٥٠	١١٢٨	١٣٠٢	١٤٧٢	١٦٣٨	١٨٠٠		١
٢		٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٥	٠٠٣٦	٠٠٤٩	٠٠٦٤	٠٠٨١	٠١٠٠		صفر
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
صفر		٧٩٢١	٧٧٤٤	٧٥٦٩	٧٣٩٦	٧٢٢٥	٧٠٥٦	٦٨٨٩	٦٧٢٤	٦٥٦١	٦٤٠٠		٢
١		١٩٥٨	٢١١٢	٢٢٦٢	٢٤٠٨	٢٥٥٠	٢٦٨٨	٢٨٢٢	٢٩٥٢	٣٠٧٨	٣٢٠٠		١
٢		٠١٢١	٠١٤٤	٠١٦٩	٠١٩٦	٠٢٢٥	٠٢٥٦	٠٢٨٩	٠٣٢٤	٠٣٦١	٠٤٠٠		صفر
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر		٦٢٤١	٦٠٨٤	٥٩٢٩	٥٧٧٦	٥٦٢٥	٥٤٧٦	٥٣٢٩	٥١٨٤	٥٠٤١	٤٩٠٠		٢
١		٣٣١٨	٣٤٣٢	٣٥٤٢	٣٦٤٨	٣٧٥٠	٣٨٤٨	٣٩٤٢	٤٠٣٢	٤١١٨	٤٢٠٠		١
٢		٠٤٤١	٠٤٨٤	٠٥٢٩	٠٥٧٦	٠٦٢٥	٠٦٧٦	٠٧٢٩	٠٧٨٤	٠٨٤١	٠٩٠٠		صفر
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
صفر		٤٧٦١	٤٦٢٤	٤٤٨٩	٤٣٥٦	٤٢٢٥	٤٠٩٦	٣٩٦٩	٣٨٤٤	٣٧٢١	٣٦٠٠		٢
١		٤٢٧٨	٤٣٥٢	٤٤٢٢	٤٤٨٨	٤٥٠٠	٤٦٠٨	٤٦٦٢	٤٧١٢	٤٧٥٨	٤٨٠٠		١
٢		٠٩٦١	١٠٢٤	١٠٨٩	١١٥٦	١٢٢٥	١٢٩٦	١٣٦٩	١٤٤٤	١٥٢١	١٦٠٠		صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
صفر		٣٤٨١	٣٣٦٤	٣٢٤٩	٣١٣٦	٣٠٢٥	٢٩١٦	٢٨٠٩	٢٧٠٤	٢٦٠١	٢٥٠٠		٢
١		٤٨٣٨	٤٨٧٢	٤٩٠٢	٤٩٢٨	٤٩٥٠	٤٩٦٨	٤٩٨٢	٤٩٩٢	٤٩٩٨	٥٠٠٠		١
٢		١٦٨١	١٧٦٤	١٨٤٩	١٩٣٦	٢٠٢٥	٢١١٦	٢٢٠٩	٢٣٠٤	٢٤٠١	٢٥٠٠		صفر
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

ثالثا عندما ن = ٣

س	ب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠		
صفر		٩٧٠٣	٩٤١٢	٩١٢٧	٨٨٤٧	٨٥٧٤	٨٣٠٦	٨٠٤٤	٧٧٨٧	٧٥٣٦	٧٢٩٠		٣
١		٠٢٩٤	٠٥٧٦	٠٨٤٧	١١٠٦	١٣٥٤	١٥٩٠	١٨١٦	٢٠٣١	٢٢٣٦	٢٤٣٠		٢
٢		٠٠٠٣	٠٠١٢	٠٠٢٦	٠٠٤٦	٠٠٧١	٠١٠٢	٠١٣٧	٠١٧٧	٠٢٢١	٠٢٧٠		١
٣		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠١٠		صفر
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
صفر		٧٠٥٠	٦٨١٥	٦٥٨٥	٦٣٦١	٦١٤١	٥٩٢٧	٥٧١٨	٥٥١٤	٥٣١٤	٥١٢٠		٣
١		٢٦١٤	٢٧٨٨	٢٩٥٢	٣١٠٦	٣٢٥١	٣٣٨٧	٣٥١٣	٣٦٣١	٣٧٤٠	٣٨٤٠		٢
٢		٠٣٢٣	٠٣٨٠	٠٤٤١	٠٥٠٦	٠٥٧٤	٠٦٤٥	٠٧٢٠	٠٧٩٧	٠٨٧٧	٠٩٦٠		١
٣		٠٠١٣	٠٠١٧	٠٠٢٢	٠٠٢٧	٠٠٣٤	٠٠٤١	٠٠٤٩	٠٠٥٨	٠٠٦٩	٠٠٨٠		صفر
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر		٤٩٣٠	٤٧٤٦	٤٥٦٥	٤٣٩٠	٤٢١٩	٤٠٥٢	٣٨٩٠	٣٧٥٢	٣٥٧٩	٣٤٣٠		٣
١		٣٩٣٢	٤٠١٤	٤٠٩١	٤١٥٩	٤٢١٩	٤٢٧١	٤٣١٦	٤٣٥٥	٤٣٨٦	٤٤١٠		٢
٢		١٠٤٥	١١٣٣	١٢٢٢	١٣١٣	١٤٠٦	١٥٠١	١٥٩٧	١٦٩٣	١٧٩١	١٨٩٠		١
٣		٠٠٩٣	٠١٠٦	٠١٢٢	٠١٣٨	٠١٥٦	٠١٧٦	٠١٩٧	٠٢٢٠	٠٢٤٤	٠٢٧٠		صفر
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
صفر		٣٢٨٥	٣١٤٤	٣٠٠٨	٢٨٧٥	٢٧٤٦	٢٦٢١	٢٥٠٠	٢٣٨٣	٢٢٧٠	٢١٦٠		٣
١		٤٤٢٨	٤٤٣٩	٤٤٤٤	٤٤٤٣	٤٤٣٦	٤٤٢٤	٤٤٠٦	٤٣٨٢	٤٣٥٤	٤٣٢٠		٢
٢		١٩٨٩	٢٠٨٩	٢١٨٩	٢٢٨٩	٢٣٨٩	٢٤٨٨	٢٥٨٧	٢٦٨٦	٢٧٨٣	٢٨٨٠		١
٣		٠٢٩٨	٠٣٢٨	٠٣٥٩	٠٣٩٣	٠٤٢٩	٠٤٦٧	٠٥٠٧	٠٥٤٩	٠٥٩٣	٠٦٤٠		صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
صفر		٢٠٥٤	١٩٥١	١٨٥٢	١٧٥٦	١٦٦٤	١٥٧٥	١٤٨٩	١٤٠٦	١٣٢٧	١٢٥٠		٣
١		٤٢٨٢	٤٢٣٩	٤١٩١	٤١٤٠	٤٠٨٤	٤٠٢٤	٣٩٦١	٣٨٩٤	٣٨٢٣	٣٧٥٠		٢
٢		٢٩٧٥	٣٠٦٩	٣١٦٢	٣٢٥٢	٣٣٤١	٣٤٢٨	٣٥١٢	٣٥٩٤	٣٦٧٤	٣٧٥٠		١
٣		٠٦٨٩	٠٧٤١	٠٧٩٥	٨٥٢	٠٩١١	٠٩٧٣	١٠٣٨	١١٠٦	١١٧٦	١٢٥٠		صفر
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

رابعا عندما ن = ٤

س \ ب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
صفر	٩٦٠٦	٩٢٢٤	٨٨٥٣	٨٤٩٣	٨١٤٥	٧٨٠٧	٧٤٨١	٧١٦٤	٦٨٥٧	٦٥٦١	٤
١	٠٣٨٨	٠٧٥٣	١٠٩٥	١٤١٦	١٧١٥	١٩٩٣	٢٢٥٢	٢٤٩٢	٢٧١٣	٢٩١٦	٣
٢	٠٠٠٦	٠٠٢٣	٠٠٥١	٠٠٨٨	٠١٣٥	٠١٩١	٠٢٥٤	٠٣٢٥	٠٤٠٢	٠٤٨٦	٢
٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١٣	٠٠١٩	٠٠٢٧	٠٠٣٦	١
٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	صفر
	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب / س

س \ ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
صفر	٦٢٧٤	٥٩٩٧	٥٧٢٩	٥٤٧٠	٥٢٢٠	٤٩٧٩	٤٧٤٦	٤٥٢١	٤٣٠٥	٤٠٩٦	٤
١	٣١٠٢	٣٢٧١	٣٤٢٤	٣٥٦٢	٣٦٨٥	٣٧٩٣	٣٨٨٨	٣٩٧٠	٤٠٣٩	٤٠٩٦	٣
٢	٠٥٧٥	٠٦٦٩	٠٧٦٧	٠٨٧٠	٠٩٧٥	١٠٨٤	١١٩٥	١٣٠٧	١٤٢١	١٥٣٦	٢
٣	٠٠٤٧	٠٠٦١	٠٠٧٦	٠٠٩٤	٠١١٥	٠١٣٨	٠١٦٣	٠١٩١	٠٢٢٢	٠٢٥٦	١
٤	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦	صفر
	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب / س

س \ ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	
صفر	٣٨٩٥	٣٧٠٢	٣٥١٥	٣٣٣٦	٣١٦٤	٢٩٩٩	٢٨٤٠	٢٩٨٧	٢٥٤١	٢٤٠١	٤
١	٤١٤٢	٤١٧٦	٤٢٠٠	٤٢١٤	٤٢١٩	٤٢١٤	٤٢٠١	٤١٨٠	٤١٥٢	٤١١٦	٣
٢	١٦٥١	١٧٦٧	١٨٨٢	١٩٩٦	٢١٠٩	٢٢٢١	٢٣٣١	٢٤٣٩	٢٥٤٤	٢٦٤٦	٢
٣	٢٩٣	٠٣٣٢	٠٣٧٥	٠٤٢٠	٠٤٦٩	٠٥٢٠	٠٥٧٥	٠٦٣٢	٠٦٩٣	٠٧٥٦	١
٤	٠٠١٩	٠٠٢٣	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٣٩	٠٠٤٦	٠٠٥٣	٠٠٦١	٠٠٧١	٠٠٨١	صفر
	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب / س

س \ ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	
صفر	٢٢٦٧	٢١٣٨	٢٠١٥	١٨٩٧	١٧٨٥	١٦٧٨	١٥٧٥	١٤٧٨	١٣٨٥	١٢٩٦	٤
١	٤٠٧٤	٤٠٢٥	٣٩٧٠	٣٩١٠	٣٨٤٥	٣٧٧٥	٣٧٠١	٣٦٢٣	٣٥٤١	٣٤٥٦	٣
٢	٢٧٤٥	٢٨٤١	٢٩٣٣	٣٠٢١	٣١٠٥	٣١٨٥	٣٢٦٠	٣٣٣٠	٣٣٩٦	٣٤٥٦	٢
٣	٠٨٢٢	٠٨٩١	٠٩٦٣	١٠٣٨	١١١٥	١١٩٤	١٢٧٦	١٣٦١	١٤٤٧	١٥٣٦	١
٤	٠٠٩٢	٠١٠٥	٠١١٩	٠١٣٤	٠١٥٠	٠١٦٨	٠١٨٧	٠٢٠٩	٠٢٣١	٠٢٥٦	صفر
	٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب / س

س \ ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	
صفر	١٢١٢	١١٣٢	١٠٥٦	٠٩٨٣	٠٩١٥	٠٨٥٠	٧٨٩	٠٧٣١	٠٦٧٧	٠٦٢٥	٤
١	٣٣٦٨	٣٢٧٨	٣١٨٥	٣٠٩١	٢٩٩٥	٢٨٩٧	٢٧٩٩	٢٧٠٠	٢٦٠٠	٢٥٠٠	٣
٢	٣٥١١	٣٥٦٠	٣٦٠٤	٣٦٤٣	٣٦٧٥	٣٧٠٢	٣٧٢٣	٣٧٣٨	٣٧٤٧	٣٧٥٠	٢
٣	١٦٢٧	١٧١٩	١٨١٣	١٩٠٨	٢٠٠٥	٢١٠٢	٢٢٠١	٢٣٠٠	٢٤٠٠	٢٥٠٠	١
٤	٠٢٨٣	٠٣١١	٠٣٤٢	٠٣٧٥	٠٤١٠	٠٤٤٨	٠٤٨٨	٠٥٣١	٠٥٧٦	٠٦٢٥	صفر
	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب / س

خامسا عندما ن = ٥

س	ب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠		
صفر		٩٥١٠	٩٠٣٩	٨٥٨٧	٨١٥٤	٧٧٣٨	٧٣٣٩	٦٩٥٧	٦٥٩١	٦٢٤٠	٥٩٠٥		٥
١		٠٤٨٠	٠٩٢٢	١٣٢٨	١٦٩٩	٢٠٣٦	٢٣٤٢	٢٦١٨	٢٨٦٦	٣٠٨٦	٣٢٨٠		٤
٢		٠٠١٠	٠٠٣٨	٠٠٨٢	٠١٤٢	٠٢١٤	٠٢٩٩	٠٣٩٤	٠٤٩٨	٠٦١٠	٠٧٢٩		٣
٣		٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠١١	٠٠١٩	٠٠٣٠	٠٠٤٣	٠٠٦٠	٠٠٨١		٢
٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤		١
٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		صفر
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
صفر		٥٥٨٤	٥٢٧٧	٤٩٨٤	٤٧٠٧	٤٤٣٧	٤١٨٢	٣٩٣٩	٣٧٠٧	٣٤٨٧	٣٢٧٧		٥
١		٣٤٥١	٣٥٩٨	٣٧٢٤	٣٨٢٩	٣٩١٥	٣٩٨٣	٤٠٣٤	٤٠٦٩	٤٠٨٩	٤٠٩٦		٤
٢		٠٨٥٣	٠٩٨١	١١١٣	١٢٤٧	١٣٨٢	١٥١٧	١٦٥٢	١٧٨٦	١٩١٩	٢٠٤٨		٣
٣		٠١٠٥	٠١٣٤	٠١٦٦	٠٢٠٣	٠٢٤٤	٠٢٨٩	٠٣٣٨	٠٣٩٢	٠٤٥٠	٠٥١٢		٢
٤		٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١٢	٠٠١٧	٠٠٢٢	٠٠٢٨	٠٠٣٥	٠٠٤٣	٠٠٥٣	٠٠٦٤		١
٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣		صفر
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر		٣٠٧٧	٢٨٨٧	٢٧٠٧	٢٥٣٦	٢٣٧٣	٢٢١٩	٢٠٧٣	١٩٣٥	١٨٠٤	١٦٨١		٥
١		٤٠٩٠	٤٠٧٢	٤٠٤٣	٤٠٠٣	٣٩٥٥	٣٨٩٨	٣٨٣٤	٣٧٦٢	٣٦٨٥	٣٦٠١		٤
٢		٢١٧٤	٢٢٩٧	٢٤١٥	٢٥٢٩	٢٦٣٧	٢٧٣٩	٢٨٣٦	٢٩٢٦	٣٠١٠	٣٠٨٧		٣
٣		٠٥٧٨	٠٦٤٨	٧٢١	٠٧٩٨	٠٨٧٩	٠٩٦٢	١٠٤٩	١١٣٨	١٢٢٩	١٣٢٣		٢
٤		٠٠٧٧	٠٠٩١	٠١٠٨	٠١٢٦	٠١٤٦	٠١٦٩	٠١٩٤	٠٢٢١	٢٥١	٠٢٨٣		١
٥		٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٧	٠٠٢١	٠٠٢٤		صفر
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
صفر		١٥٦٤	١٤٥٤	١٣٥٠	١٢٥٢	١١٦٠	١٠٧٤	٠٩٩٢	٠٩١٦	٠٨٤٥	٠٧٧٨		٥
١		٣٥١٣	٣٤٢١	٣٣٢٥	٣٢٢٦	٣١٢٤	٣٠٢٠	٢٩١٤	٢٨٠٨	٢٧٠٠	٢٥٩٢		٤
٢		٣١٥٧	٣٢٢٠	٣٢٧٥	٣٣٢٣	٣٣٦٤	٣٣٩٧	٣٤٢٣	٣٤٤١	٣٤٥٢	٣٤٥٦		٣
٣		١٤١٨	١٥١٥	١٦١٣	١٧١٢	١٨١١	١٩١١	٢٠١٠	٢١٠٩	٢٢٠٧	٢٣٠٤		٢
٤		٠٣١٩	٠٣٥٧	٠٣٩٧	٠٤٤١	٠٤٨٨	٠٥٣٧	٠٥٩٠	٠٦٤٦	٠٧٠٦	٠٧٦٨		١
٥		٠٠٢٩	٠٠٣٤	٠٠٣٩	٠٠٤٥	٠٠٥٣	٠٠٦٠	٠٠٦٩	٠٠٧٩	٠٠٩٠	٠١٠٢		صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

تابـــع ن = ٥

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
صفر		٠٧١٥	٠٦٥٦	٠٦٠٢	٠٥٥١	٠٥٠٣	٠٤٥٩	٠٤١٨	٠٣٨٠	٠٣٤٥	٠٣١٣		٥
١		٢٤٨٤	٢٣٧٦	٢٢٧٠	٢١٦٤	٢٠٥٩	١٩٥٦	١٨٥٤	١٧٥٥	١٦٥٧	١٥٦٢		٤
٢		٣٤٥٢	٣٤٤١	٣٤٢٤	٣٤٠٠	٣٣٦٩	٣٣٣٢	٣٢٨٩	٣٢٤٠	٣١٨٥	٣١٢٥		٣
٣		٢٣٩٩	٢٤٩٢	٢٥٨٣	٢٦٧١	٢٧٥٧	٢٨٣٨	٢٩١٦	٢٩٩٠	٣٠٦٠	٣١٢٥		٢
٤		٠٨٣٤	٠٩٠٢	٠٩٧٤	١٠٤٩	١١٢٨	١٢٠٩	١٢٩٣	١٣٨٠	١٤٧٠	١٥٦٢		١
٥		٠١١٦	٠١٣١	٠١٤٧	٠١٦٥	٠١٨٥	٠٢٠٦	٠٢٢٩	٠٢٥٥	٠٢٨٢	٠٣١٣		صفر
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

سادسا عندما ن = ٦

س	ب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠		
صفر		٩٤١٥	٨٨٥٨	٨٣٣٠	٧٨٢٨	٧٣٥١	٦٨٩٩	٦٤٧٠	٦٠٦٤	٥٦٧٩	٥٣١٤		٦
١		٠٥٧١	١٠٨٥	١٥٤٦	١٩٥٧	٢٣٢١	٢٦٤٣	٢٩٢٢	٣١٦٤	٣٣٧٠	٣٥٤٣		٥
٢		٠٠١٤	٠٠٥٥	٠١٢٠	٠٢٠٤	٠٣٠٥	٠٤٢٢	٠٥٥٠	٠٦٨٨	٠٨٣٣	٠٩٨٤		٤
٣		٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١١	٠٠٢١	٠٠٣٦	٠٠٥٥	٠٠٨٠	٠١١٠	٠١٤٦		٣
٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١٢		٢
٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		١
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
صفر		٤٩٧٠	٤٦٤٤	٤٣٣٦	٤٠٤٦	٣٧٧١	٣٥١٣	٣٢٦٩	٣٠٤٠	٢٨٢٤	٢٦٢١		٦
١		٣٦٨٥	٣٨٠٠	٣٨٨٨	٣٩٥٢	٣٩٩٣	٤٠١٥	٤٠١٨	٤٠٠٤	٣٩٧٥	٣٩٣٢		٥
٢		١١٣٩	١٢٩٥	١٤٥٢	١٦٠٨	١٧٦٢	١٩١٢	٢٠٥٧	٢١٩٧	٢٣٣١	٢٤٥٨		٤
٣		٠١٨٨	٠٢٣٦	٠٢٨٩	٠٣٤٩	٠٤١٥	٠٤٨٦	٠٥٦٢	٠٦٤٣	٠٧٢٩	٠٨١٩		٣
٤		٠٠١٧	٠٠٢٤	٠٠٣٢	٠٠٤٣	٠٠٥٥	٠٠٦٩	٠٠٨٦	٠١٠٦	٠١٢٨	٠١٥٤		٢
٥		٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١٢	٠٠١٥		١
٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		صفر
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر		٢٤٣١	٢٢٥٢	٢٠٨٤	١٩٢٧	١٧٨٠	١٦٤٢	١٥١٣	١٣٩٣	١٢٨١	١١٧٦		٦
١		٣٨٧٧	٣٨١١	٣٧٣٥	٣٦٥١	٣٥٦٠	٣٤٦٢	٣٣٥٨	٣٢٥١	٣١٣٩	٣٠٢٥		٥
٢		٢٥٧٧	٢٦٨٧	٢٧٨٩	٢٨٨٢	٢٩٦٦	٣٠٤١	٣١٠٥	٣١٦٠	٣٢٠٦	٣٢٤١		٤
٣		٠٩١٣	١٠١١	١١١١	١٢١٤	١٣١٨	١٤٢٤	١٥٣١	١٦٣٩	١٧٤٦	١٨٥٢		٣
٤		٠١٨٢	٠٢١٤	٠٢٤٩	٠٢٨٧	٠٣٣٠	٠٣٧٥	٠٤٢٥	٠٤٧٨	٠٥٣٥	٠٥٩٥		٢
٥		٠٠١٩	٠٠٢٤	٠٠٣٠	٠٠٣٦	٠٠٤٤	٠٠٥٣	٠٠٦٣	٠٠٧٤	٠٠٨٧	٠١٠٢		١
٦		٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٧		صفر
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

تابـــع ن = ٦

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	
صفر		١٠٧٩	٠٩٨٩	٠٩٠٥	٠٨٢٧	٠٧٥٤	٠٦٨٧	٠٦٢٥	٠٥٦٨	٠٥١٥	٠٤٦٧	٦
١		٢٩٠٩	٢٧٩٢	٢٦٧٣	٢٥٥٥	٢٤٣٧	٢٣١٩	٢٢٠٣	٢٠٨٩	١٩٧٦	١٨٦٦	٥
٢		٣٢٦٧	٣٢٨٤	٣٢٩٢	٣٢٩٠	٣٢٨٠	٣٢٦١	٣٢٣٥	٣٢٠١	٣١٩٥	٣١١٠	٤
٣		١٩٥٧	٢٠٦١	٢١٦٢	٢٢٦٠	٢٣٥٥	٢٤٤٦	٢٥٣٣	٢٦١٦	٢٦٩٣	٢٧٦٥	٣
٤		٠٦٦٠	٠٧٢٧	٠٧٩٩	٠٨٧٣	٠٩٥١	١٠٣٢	١١١٦	١٢٠٢	١٢٩١	١٣٨٢	٢
٥		٠١١٩	٠١٣٧	٠١٥٧	٠١٨٠	٢٠٥	٠٢٣٢	٠٢٦٢	٠٢٩٥	٠٣٣٠	٠٣٦٩	١
٦		٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٥	٠٠١٨	٠٠٢٢	٠٠٢٦	٠٠٣٠	٠٠٣٥	٠٠٤١	صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب س

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	
صفر		٠٤٢٢	٠٣٨١	٠٣٤٣	٠٣٠٨	٠٢٧٧	٠٢٤٨	٠٢٢٢	٠١٩٨	٠١٧٦	٠١٥٦	٦
١		١٧٥٩	١٦٥٤	١٥٥٢	١٤٥٤	١٣٥٩	١٢٦٧	١١٧٩	١٠٩٥	١٠١٤	٠٩٣٧	٥
٢		٣٠٥٥	٢٩٩٤	٢٩٢٨	٢٨٥٦	٢٧٨٠	٢٦٩٩	٢٦١٥	٢٥٢٧	٢٤٣٦	٢٣٤٤	٤
٣		٢٨٣١	٢٨٩١	٢٩٤٥	٢٩٩٢	٣٠٣٢	٣٠٦٥	٣٠٩١	٣١١٠	٣١٢١	٣١٢٥	٣
٤		١٤٧٥	١٥٧٠	١٦٦٦	١٧٦٣	١٨٦١	١٩٥٨	٢٠٥٦	٢١٥٣	٢٢٤٩	٢٣٤٤	٢
٥		٠٤١٠	٠٤٥٥	٠٥٠٣	٠٥٥٤	٠٦٠٩	٠٦٦٧	٠٧٢٩	٠٧٩٥	٠٨٦٤	٠٩٣٧	١
٦		٠٠٤٨	٠٠٥٥	٠٠٦٣	٠٠٧٣	٠٠٨٣	٠٠٩٥	٠١٠٨	٠١٢٢	٠١٣٨	٠١٥٦	صفر
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب س

سابعا عندما ن = ٧

س	ب	١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	
صفر		٩٣٢١	٨٦٨١	٨٠٨٠	٧٥١٤	٦٩٨٣	٦٤٨٥	٦٠١٧	٥٥٧٨	٥١٦٨	٤٧٨٣	٧
١		٠٦٥٩	١٢٤٠	١٧٤٩	٢١٩٣	٢٥٧٣	٢٨٩٧	٣١٧٠	٣٣٩٦	٣٥٧٨	٣٧٢٠	٦
٢		٠٠٢٠	٠٠٧٦	٠١٦٢	٠٢٧٤	٠٤٠٦	٠٥٥٥	٠٧١٦	٠٨٨٦	١٠٦١	١٢٤٠	٥
٣		٠٠٠٠	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٠٠١٩	٠٠٣٦	٠٠٥٩	٠٠٩٠	٠١٢٨	٠١٧٥	٠٢٣٠	٤
٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١١	٠٠١٧	٠٠٢٦	٣
٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٢
٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	١
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب س

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
صفر		٤٤٢٣	٤٠٧٨	٣٧٧٣	٣٤٧٩	٣٢٠٦	٢٩٥١	٢٧١٤	٢٤٩٣	٢٢٨٨	٢٠٩٧	٧
١		٣٨٢٧	٣٩٠١	٣٩٤٦	٣٩٦٥	٣٩٦٠	٣٩٣٥	٣٨٩١	٣٨٣٠	٣٧٥٦	٣٦٧٠	٦
٢		١٤١٩	١٥٩٦	١٧٦٩	١٩٣٦	٢٠٩٧	٢٢٤٨	٢٣٩١	٢٥٢٣	٢٦٤٣	٢٧٥٣	٥
٣		٠٢٩٢	٠٣٦٣	٠٤٤١	٠٥٢٥	٠٦١٧	٠٧١٤	٠٨١٦	٠٩٢٣	١٠٣٣	١١٤٧	٤
٤		٠٠٣٦	٠٠٤٩	٠٠٦٦	٠٠٨٦	٠١٠٩	٠١٣٦	٠١٦٧	٠٢٠٣	٠٢٤٢	٠٢٨٧	٣
٥		٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٢	٠٠١٦	٠٠٢١	٠٠٢٧	٠٠٣٤	٠٠٤٣	٢
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب س

تابع ن = ٧

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤		١
٧		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		صفر
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٧٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر		١٩٢٠	١٧٥٧	١٦٠٥	١٤٦٥	٣٣٣٥	١٢١٥	١١٠٥	١٠٠٣	٠٩١٠	٠٨٢٤		٧
١		٣٥٧٢	٣٤٦٨	٣٣٥٦	٣٢٣٧	٣١١٥	٢٩٨٩	٢٨٦٠	٢٧٢١	٢٦٠٠	٢٤٧١		٦
٢		٢٨٥٠	٢٩٢٥	٣٠٠٧	٣٠٦٧	٣١١٥	٢٩٥٠	٣١٧٤	٣١٨٦	٣١٨٦	٣١٧٧		٥
٣		١٢٦٣	١٣٧٩	١٤٩٧	١٦١٤	١٧٣٠	١٨٤٥	١٩٥٦	٢٠٦٥	٢١٦٩	٢٢٦٩		٤
٤		٠٣٣٦	٠٣٨٩	٠٤٤٧	٠٥١٠	٠٥٧٧	٠٦٤٨	٠٧٢٤	٠٨٠٣	٠٨٨٦	٠٩٧٢		٣
٥		٠٠٥٤	٠٠٦٦	٠٠٨٠	٠٠٩٧	٠١١٥	٠١٣٧	٠١٦١	٠١٨٧	٠٢١٧	٠٢٥٠		٢
٦		٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠٢٠	٠٠٢٤	٠٠٣٠	٠٠٣٦		١
٧		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢		صفر
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
صفر		٠٧٤٥	٠٦٧٢	٠٦٠٦	٠٥٤٦	٠٤٩٠	٠٤٤٠	٠٣٩٤	٠٣٥٢	٠٣١٤	٠٢٨٠		٧
١		٢٣٤٢	٢٢١٥	٢٠٩٠	١٩٦٧	١٨٤٨	١٧٣٢	١٦١٩	١٥١١	١٤٠٧	١٣٠٦		٦
٢		٣١٥٦	٣١٢٧	٣٠٨٨	٣٠٤٠	٢٩٨٥	٢٩٢٢	٢٨٥٣	٢٧٧٨	٢٦٩٨	٢٦١٣		٥
٣		٢٣٦٣	٢٤٥٣	٢٥٣٥	٢٦١٠	٢٦٧٩	٢٧٤٠	٢٧٩٣	٢٨٣٨	٢٨٧٥	٢٩٠٣		٤
٤		١٠٦٢	١١٥٤	١٢٤٨	١٣٤٥	١٤٤٢	١٥٤١	١٦٤٠	١٧٣٩	١٨٣٨	١٩٣٥		٣
٥		٠٢٨٦	٠٣٢٦	٠٣٦٩	٠٤١٦	٠٤٦٦	٠٥٢٠	٠٥٧٨	٦٤٠	٠٧٠٥	٠٧٧٤		٢
٦		٠٠٤٣	٠٠٥١	٠٠٦١	٠٠٧١	٠٠٨٤	٠٠٩٨	٠١١٣	٠١٣١	٠١٥٠	٠١٧٢		١
٧		٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٦		صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
صفر		٠٢٤٩	٠٢٢١	٠١٩٥	٠١٧٢	٠١٥٢	٠١٣٤	٠١١٧	٠١٠٣	٠٠٩٠	٠٠٧٨		٧
١		١٢١١	١١١٩	١٠٣٢	٠٩٥٠	٠٨٧٢	٠٧٩٨	٠٧٢٩	٠٦٦٤	٠٦٠٤	٠٥٤٧		٦
٢		٢٥٢٤	٢٤٣١	٢٣٣٦	٢٢٣٩	٢١٤٠	٢٠٤٠	١٩٤١	١٨٤٠	١٧٤٠	١٦٤١		٥
٣		٢٩٢٣	٢٩٣٤	٢٩٣٧	٢٩٣٣	٢٩١٨	٢٨٩٧	٢٨٦٧	٢٨٣٠	٢٧٨٦	٢٧٣٤		٤
٤		٢٠٣١	٢١٢٥	٢٢١٦	٢٣٠٤	٢٣٨٨	٢٤٦٨	٢٥٤٣	٢٦١٢	٢٦٧٦	٢٧٣٤		٣
٥		٠٨٤٧	٠٩٢٣	١٠٠٣	١٠٨٦	١١٧٢	١٢٦١	١٣٥٣	١٤٤٧	١٥٤٣	١٦٤١		٢
٦		٠١٩٦	٠٢٢٣	٠٢٥٢	٠٢٨٤	٠٣٢٠	٠٣٥٨	٠٤٠٠	٠٤٤٥	٠٤٩٤	٠٥٤٧		١
٧		٠٠١٩	٠٠٢٣	٠٠٢٧	٠٠٣٢	٠٠٣٧	٠٠٤٤	٠٠٥١	٠٠٥٩	٠٠٦٨	٠٠٧٨		صفر
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

(١ — ١٠)

ثامنا عندما ن = ٨

ر ب	٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠		
صفر	٩٢٢٧	٨٥٠٨	٧٨٣٧	٧٢١٤	٦٦٣٤	٦٠٩٦	٥٥٩٦	٥١٣٢	٤٧٠٣	٤٣٠٥		٨
١	٠٧٤٦	١٣٨٩	١٩٣٩	٢٤٠٥	٢٧٩٣	٣١١٣	٣٣٧٠	٣٥٧٠	٣٧٢١	٣٨٢٦		٧
٢	٠٠٢٦	٠٠٩٩	٠٢١٠	٠٣٥١	٠٥١٥	٠٦٩٥	٠٨٨٨	١٠٨٧	١٢٨٨	١٤٨٨		٦
٣	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٣	٠٠٢٩	٠٠٥٤	٠٠٨٩	٠١٣٤	٠١٨٩	٠٢٥٥	٠٣٣١		٥
٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٣	٠٠٢١	٠٠٣١	٠٠٤٦		٤
٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤		٣
	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	ر

ر ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
صفر	٣٩٣٧	٣٥٩٦	٣٢٨٢	٢٩٩٢	٢٧٢٥	٢٤٧٩	٢٢٥٢	٢٠٤٤	١٨٥٣	١٦٧٨		٨
١	٣٨٩٢	٣٩٢٣	٣٩٢٢	٣٨٩٧	٣٨٤٧	٣٧٧٧	٣٦٩١	٣٥٩٠	٣٤٧٧	٣٣٥٥		٧
٢	١٦٨٤	١٨٧٢	٢٠٥٢	٢٢٢٠	٢٣٧٦	٢٥١٨	٢٦٤٦	٢٧٥٨	٢٨٥٥	٢٩٣٦		٦
٣	٠٤١٦	٠٥١١	٠٦١٢	٠٨٢٢	٠٨٣٩	٠٩٥٩	١٠٨٤	١٢١١	١٣٣٩	١٤٦٨		٥
٤	٠٠٦٤	٠٠٨٧	٠١١٥	٠١٤٧	٠١٨٥	٠٢٢٨	٠٢٧٧	٠٣٣٢	٠٣٩٢	٠٤٥٩		٤
٥	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٤	٠٠١٩	٠٠٢٦	٠٠٣٥	٠٠٤٥	٠٠٥٨	٠٠٧٤	٠٠٩٢		٣
٦	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١١		٢
٧	٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		١
	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	ر

ر ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
صفر	١٥١٧	١٣٧٠	١٢٣٦	١١١٣	١٠٠١	٠٨٩٩	٠٨٠٦	٠٧٢٢	٠٦٤٦	٠٥٧٦		٨
١	٣٢٢٦	٣٠٩٢	٢٩٥٣	٢٨١٢	٢٦٧٠	٢٥٢٧	٢٣٨٦	٢٢٤٧	٢١١٠	١٩٧٧		٧
٢	٣٠٠٢	٣٠٥٢	٣٠٨٧	٣١٠٨	٣١١٥	٣١٠٨	٣٠٨٩	٣٠٥٨	٣٠١٧	٢٩٦٥		٦
٣	١٥٩٦	١٧٢٢	١٨٤٤	١٩٦٣	٢٠٧٦	٢١٨٤	٢٢٨٥	٢٣٧٩	٢٤٦٤	٢٥٤١		٥
٤	٠٥٣٠	٠٦٠٧	٠٦٨٩	٠٧٧٥	٠٨٦٥	٠٩٥٩	١٠٥٦	١١٥٦	١٢٥٨	١٣٦١		٤
٥	٠١١٣	٠١٣٧	٠١٦٥	٠١٩٦	٠٢٣١	٠٢٧٠	٠٣١٣	٠٣٦٠	٠٤١١	٠٤٦٧		٣
٦	٠٠١٥	٠٠١٩	٠٠٢٥	٠٠٣١	٠٠٣٨	٠٠٤٧	٠٠٥٨	٠٠٧٠	٠٠٨٤	٠١٠٠		٢
٧	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١٢		١
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		صفر
	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	ر

تابـــع ن = ٨

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
صفر		٠٥١٤	٠٤٥٧	٠٤٠٦	٠٣٦٠	٠٣١٩	٠٢٨١	٠٢٤٨	٠٢١٨	٠١٩٢	٠١٦٨		٨
١		١٨٤٧	١٧٢١	١٦٠٠	١٤٨٤	١٣٧٢	١٢٦٧	١١٦٦	١٠٧١	٠٩٨١	٠٨٩٦		٧
٢		٢٩٠٤	٢٨٣٥	٢٧٥٧	٢٦٧٥	٢٥٨٧	٢٤٩٤	٢٣٩٧	٢٢٩٧	٢١٩٤	٢٠٩٠		٦
٣		٢٦٠٩	٢٦٦٨	٢٧١٧	٢٧٥٦	٢٧٨٦	٢٨٠٥	٢٨١٥	٢٨١٥	٢٨٠٦	٢٧٨٧		٥
٤		١٤٦٥	١٥٦٩	١٦٧٢	١٧٧٥	١٨٧٥	١٩٧٢	٢٠٦٧	٢١٥٧	٢٢٤٢	٢٣٢٢		٤
٥		٠٥٢٧	٠٥٩١	٠٦٥٩	٠٧٣٢	٠٨٠٨	٠٨٨٨	٠٩٧١	١٠٥٨	١١٤٧	١٢٣٩		٣
٦		٠١١٨	٠١٣٩	٠١٦٢	٠١٨٨	٠٢١٧	٠٢٥٠	٠٢٨٥	٠٣٢٤	٠٣٦٧	٠٤١٣		٢
٧		٠٠١٥	٠٠١٩	٠٠٢٢	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٤٠	٠٠٤٨	٠٠٥٧	٠٠٦٧	٠٠٧٩		١
٨		٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧		صفر
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
٠		٠١٤٧	٠١٢٨	٠١١١	٠٠٩٧	٠٠٨٤	٠٠٧٢	٠٠٦٢	٠٠٥٣	٠٠٤٦	٠٠٣٩		٨
١		٠٨١٦	٠٧٤٢	٠٦٧٢	٠٦٠٨	٠٥٤٨	٠٤٩٣	٠٤٤٢	٠٣٩٥	٠٣٥٢	٠٣١٢		٧
٢		١٩٨٥	١٨٨٠	١٧٧٦	١٦٧٢	١٥٦٩	١٤٦٩	١٣٧١	١٢٧٥	١١٨٢	١٠٩٤		٦
٣		٢٧٥٩	٢٧٢٣	٢٦٧٩	٢٦٢٧	٢٥٦٨	٢٥٠٣	٢٤٣١	٢٣٥٥	٢٢٧٣	٢١٨٧		٥
٤		٢٣٩٧	٢٤٦٥	٢٥٢٦	٢٥٨٠	٢٦٢٧	٢٦٦٥	٢٦٩٥	٢٧١٧	٢٧٣٠	٢٧٣٤		٤
٥		١٣٣٢	١٤٢٨	١٥١٥	١٦٢٢	١٧١٩	١٨١٦	١٩١٢	٢٠٠٦	٢٠٩٨	٢١٨٧		٣
٦		٠٤٦٣	٠٥١٧	٠٥٧٥	٠٦٣٧	٠٧٠٣	٠٧٧٤	٠٨٤٨	٠٩٢٦	١٠٠٨	١٠٩٤		٢
٧		٠٠٩٢	٠١٠٧	٠١٢٤	٠١٤٣	٠١٦٤	٠١٨٨	٠٢١٥	٢٤٤	٠٢٧٧	٠٣١٢		١
٨		٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٤	٠٠١٧	٠٠٢٠	٠٠٢٤	٠٠٢٨	٠٠٣٣	٠٠٣٩		٠
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

تاسعا عندما ن = ٩

س	ب	٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠		
٠		٩١٣٥	٨٣٣٧	٧٦٠٢	٦٩٢٥	٦٣٠٢	٧٥٣٠	٥٢٠٤	٤٧٢٢	٤٢٧٩	٣٨٧٤		٩
١		٠٨٣٠	١٥٣١	٢١١٦	٢٥٩٧	٢٩٨٥	٣٢٩٢	٣٥٢٥	٣٦٩٥	٣٨٠٩	٣٨٧٤		٨
٢		٠٠٣٤	٠١٢٥	٠٢٦٢	٠٤٣٣	٠٦٢٩	٠٨٤٠	١٠٦١	١٢٨٥	١٥٠٧	١٧٢٢		٧
٣		٠٠٠١	٠٠٠٦	٠٠١٩	٠٠٤٢	٠٠٧٧	٠١٢٥	٠١٨٦	٠٢٦١	٠٣٤٨	٠٤٤٦		٦
٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠١٢	٠٠٢١	٠٠٣٤	٠٠٥٢	٠٠٧٤		٥
٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨		٤
٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		٣
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

(١ - ١٢)

تابـــع ن = ٩

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
٠		٣٥٠٤	٣١٦٥	٢٨٥٥	٢٥٧٢	٢٣١٦	٢١٨٢	١٨٦٩	١٦٧٦	١٥٠١	١٣٤٢		٩
١		٣٨٩٧	٣٨٨٤	٣٨٤٠	٣٧٧٠	٣٦٧٩	٣٥٦٩	٣٤٤٦	٣٣١٢	١٢٦٩	٣٠٢٠		٨
٢		١٩٢٧	٢١١٩	٢٢٩٥	٢٤٥٥	٢٥٩٧	٢٧٢٠	٢٨٢٣	٢٩٠٨	٢٩٧٢	٣٠٢٠		٧
٣		٠٥٥٦	٠٦٧٤	٠٨٠٠	٠٩٣٢	١٠٦٩	١٢٠٩	١٣٤٩	١٤٨٩	١٦٢٧	١٧٦٢		٦
٤		٠١٠٣	٠١٣٨	٠١٧٩	٠٢٢٨	٠٢٨٣	٠٣٤٥	٠٤١٥	٠٤٩٠	٠٥٧٢	٠٦٦١		٥
٥		٠٠١٣	٠٠١٩	٠٠٢٧	٠٠٣٧	٠٠٥٠	٠٠٦٦	٠٠٨٥	٠١٠٨	٠١٣٤	٠١٦٥		٤
٦		٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٢	٠٠١٦	٠٠٢١	٠٠٢٨		٣
٧		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣		٢
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
٠		١١٩٩	١٠٦٩	٠٩٥٢	٠٨٤٦	٠٧٥١	٠٦٦٥	٠٥٨٩	٠٥٢٠	٠٤٥٨	٠٤٠٤		٩
١		٢٨٦٧	٢٧١٣	٢٥٥٨	٢٤٠٤	٢٢٥٣	٢١٠٤	١٩٦٠	١٨٢٠	١٦٨٥	١٥٥٦		٨
٢		٣٠٤٩	٣٠٦١	٣٠٥٦	٣٠٣٧	٣٠٠٣	٢٩٥٧	٢٨٩٩	٢٨٣١	٢٧٥٤	٢٦٦٨		٧
٣		١٨٩١	٢٠١٤	٢١٣٠	٢٢٣٨	٢٣٣٦	٢٤٢٤	٢٥٠٢	٢٥٦٩	٢٦٢٤	٢٦٦٨		٦
٤		٠٧٥٤	٠٨٥٢	٠٩٥٤	١٠٦٠	١١٦٨	١٢٧٨	١٣٨٨	١٤٩٩	١٦٠٨	١٧١٥		٥
٥		٠٢٠٠	٠٢٤٠	٠٢٨٥	٠٣٣٥	٠٣٨٩	٠٤٤٩	٠٥١٣	٠٥٨٣	٠٦٥٧	٠٧٣٥		٤
٦		٠٠٣٦	٠٠٤٥	٠٠٥٧	٠٠٧٠	٠٠٨٧	٠١٠٥	١٢٧	٠١٥١	٠٠٧٩	٠٢١٠		٣
٧		٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠١٠	٠٠١٢	٠٠١٦	٠٠٢٠	٠٠٢٥	٠٠٣١	٠٠٣٩		٢
٨		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٠٤		١
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
٠		٠٣٥٥	٠٣١١	٠٢٧٢	٠٢٣٨	٠٢٠٧	٠١٨٠	٠١٥٦	٠١٣٥	٠١١٧	٠١٠١		٩
١		١٤٣٣	١٣١٧	١٢٠٦	١١٠٢	١٠٠٤	٠٩١٢	٠٨٢٦	٠٧٤٧	٠٦٧٣	٠٦٠٥		٨
٢		٢٥٧٦	٢٤٧٨	٢٣٧٦	٢٢٧٠	٢١٦٢	٢٠٥٢	١٩٤١	١٨٣١	١٧٢١	١٦١٢		٧
٣		٢٧٠١	٢٧٢١	٢٧٣١	٢٧٢٩	٢٧١٦	٢٦٩٣	٢٦٦٠	٢٦١٨	٢٥٦٧	٢٥٠٨		٦
٤		١٨٢٠	١٩٢١	٢٠١٧	٢١٠٩	٢١٩٤	٢٢٧٢	٢٣٤٤	٢٤٠٧	٢٤٦٢	٢٥٠٨		٥
٥		٠٨١٨	٠٩٠٤	٠٩٩٤	١٠٨٦	١١٨١	١٢٧٨	١٣٧٦	١٤٧٥	١٥٧٤	١٦٧٢		٤
٦		٠٢٤٥	٠٢٨٤	٠٣٢٦	٠٣٧٢	٠٤٢٤	٠٤٧٩	٠٥٣٩	٠٦٠٣	٠٦٧١	٠٧٤٣		٣
٧		٠٠٤٧	٠٠٥٧	٠٠٦٩	٠٠٨٢	٠٠٩٨	٠١١٦	٠١٣٦	٠١٥٨	٠١٨٤	٠٢١٢		٢
٨		٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٨	٠٠١١	٠٠١٣	٠٠١٦	٠٠٢٠	٠٠٢٤	٠٠٢٩	٠٠٣٥		١
٩		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣		٠
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

تابع ن = ٩

س	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	
٠	٠٠٨٧	٠٠٧٤	٠٠٦٤	٠٠٥٤	٠٠٤٦	٠٠٣٩	٠٠٣٣	٠٠٢٨	٠٠٢٣	٠٠٢٠	٩
١	٠٥٤٢	٠٤٨٤	٠٤٣١	٠٣٨٣	٠٣٣٩	٠٢٩٩	٠٢٦٣	٠٢٣١	٠٢٠٢	٠١٧٦	٨
٢	١٥٠٦	١٤٠٢	١٣٠١	١٢٠٤	١١١٠	١٠٢٠	٠٩٣٤	٠٨٥٣	٠٧٧٦	٠٧٠٣	٧
٣	٢٤٤٣	٢٣٦٩	٢٢٩١	٢٢٠٧	٢١١٩	٢٠٢٧	١٩٣٣	١٨٣٧	١٧٢٩	١٦٤١	٦
٤	٢٥٤٥	٢٥٧٣	٢٥٩٢	٢٦٠١	٢٦٠٠	٢٥٩٠	٢٥٧١	٢٥٤٣	٢٥٠٦	٢٤٦١	٥
٥	١٧٦٩	١٨٦٣	١٩٥٥	٢٠٤٤	٢١٢٨	٢٢٠٧	٢٢٨٠	٢٣٤٧	٢٤٠٨	٢٤٦١	٤
٦	٠٨١٩	٠٩٠٠	٠٩٨٣	١٠٧٠	١١٦٠	١٢٥٣	١٣٤٨	١٤٤٥	١٥٤٢	١٦٤١	٣
٧	٠٢٤٤	٠٢٧٩	٠٣١٨	٠٣٦٠	٠٤٠٧	٠٤٥٨	٠٥١٢	٠٥٧١	٠٦٢٥	٠٧٠٣	٢
٨	٠٠٤٢	٠٠٥١	٠٠٦٠	٠٠٧١	٠٠٨٣	٠٠٩٧	٠١٠٤	٠١٣٢	٠١٥٣	٠١٧٦	١
٩	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٦	٠٠٢٠	٠
	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب / س

عاشرا عندما ن = ١٠

س	٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠	
٠	٩٠٤٤	٨١٧١	٥٣٧٤	٦٦٤٨	٥٩٨٧	٥٣٨٦	٤٨٤٠	٤٣٤٤	٣٨٩٤	٣٤٨٧	١٠
١	٠٩١٤	١٦٦٧	٢٢٨١	٢٧٧٠	٣١٥١	٣٤٣٨	٣٦٤٣	٣٧٧٧	٣٨٥١	٣٨٧٤	٩
٢	٠٠٤٢	٠١٥٣	٠٢١٧	٠٥١٩	٠٧٤٦	٠٩٨٨	٠١٢٣٤	١٤٧٨	١٧١٤	١٩٣٧	٨
٣	٠٠٠١	٠٠٠٨	٠٠٢٦	٠٠٥٨	٠١٠٥	٠١٦٨	٠٢٤٨	٠٣٤٣	٠٤٥٣	٠٥٧٤	٧
٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٠	٠٠١٩	٠٠٣٣	٠٠٥٢	٠٠٧٨	٠١١٢	٦
٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٥	٥
٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٤
	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب / س

س	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
٠	٣١١٨	٢٧٨٥	٢٤٨٤	٢٢١٣	١٩٦٩	١٧٤٩	١٥٥٣	١٣٧٤	١٢١٦	١٠٧٤	١٠
١	٣٨٥٤	٣٧٩٨	٣٧١٢	٣٦٠٣	٣٤٧٤	٣٣٣١	٣١٧٨	٣٠١٧	٢٨٥٣	٢٦٨٤	٩
٢	٢١٤٣	٢٣٣٠	٢٤٩٦	٢٦٣٩	٢٧٥٩	٢٨٥٦	٢٩٢٩	٢٩٨٠	٣٠١٠	٣٠٢٠	٨
٣	٠٧٠٦	٠٨٤٧	٠٩٩٥	١١٤٦	١٢٩٨	١٤٥٠	١٦٠٠	١٧٤٥	١٨٨٣	٢٠١٣	٧
٤	٠١٥٣	٠٢٠٢	٠٢٦٠	٠٣٢٦	٠٤٠١	٠٤٨٣	٠٥٧٣	٠٦٧٠	٠٧٧٣	٠٨٨١	٦
٥	٠٠٢٣	٠٠٣٣	٠٠٤٧	٠٠٦٤	٠٠٨٥	٠١١١	٠١٤١	٠١٧٧	٠٢١٨	٠٢٦٤	٥
٦	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٢	٠٠١٨	٠٠٢٤	٠٠٣٢	٠٠٤٣	٠٠٥٥	٤
٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٣
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٢
	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب / س

تابـــع ن = ١٠

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
٠		٠٩٤٧	٠٨٣٤	٠٧٣٣	٠٦٤٣	٠٥٦٢	٠٤٩٢	٠٤٣٠	٠٣٧٤	٠٣٢٦	٠٢٨٢		١٠
١		٢٥١٧	٢٣٥١	٢١٨٨	٢٠٣٠	١٨٧٧	١٧٣٠	١٥٩٠	١٤٥٦	١٣٣٠	١٢١١		٩
٢		٣٠١١	٢٩٨٤	٢٩٤٢	٢٨٨٥	٢٨١٦	٢٧٣٥	٢٦٤٦	٢٥٤٨	٢٤٤٤	٢٣٣٥		٨
٣		٢١٣٤	٢٣٤٤	٢٣٤٣	٢٤٢٩	٢٥٠٣	٢٥٦٣	٢٦٠٩	٢٦٤٣	٢٦٦٢	٢٦٦٨		٧
٤		٠٩٩٣	١١٠٨	١٢٢٥	١٣٤٣	١٤٦٠	١٥٧٦	١٦٨٩	١٧٩٨	١٩٠٣	٢٠٠١		٦
٥		٠٣١٧	٠٣٧٥	٠٤٣٩	٠٥٠٩	٠٥٨٤	٠٦٦٤	٠٧٥٠	٠٨٣٩	٠٩٣٣	١٠٢٩		٥
٦		٠٠٧٠	٠٠٨٨	٠١٠٩	٠١٣٤	٠١٦٢	٠١٩٥	٠٢٣١	٠٢٧٢	٠٣١٧	٠٣٦٨		٤
٧		٠٠١١	٠٠١٤	٠٠١٩	٠٠٢٤	٠٠٣١	٠٠٣٩	٠٠٤٩	٠٠٦٠	٠٠٧٤	٠٠٩٠		٣
٨		٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١١	٠٠١٤		٢
٩		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١		١
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
٠		٠٢٤٥	٠٢١١	٠١٨٢	٠١٥٧	٠١٣٥	٠١١٥	٠٠٩٨	٠٠٨٤	٠٠٧١	٠٠٦٠		١٠
١		١٠٩٩	٠٩٩٥	٠٨٩٨	٠٨٠٨	٠٧٢٥	٠٦٤٩	٠٥٧٨	٠٥١٤	٠٤٥٦	٠٤٣٠		٩
٢		٢٢٢٢	٢١٠٧	١٩٩٠	١٨٧٢	١٧٥٧	١٦٤٢	١٥٢٩	١٤١٩	١٣١٢	١٢٠٩		٨
٣		٢٦٦٢	٢٦٤٤	٢٦١٤	٢٥٧٢	٢٥٢٢	٢٤٦٢	٢٣٩٤	٢٣١٩	٢٢٣٧	٢١٥٠		٧
٤		٢٠٩٢	٢١٧٧	٢٢٥٣	٢٣٢٠	٢٣٧٧	٢٤٢٤	٢٤٦١	٢٤٨٧	٢٥٠٣	٢٥٠٨		٦
٥		١١٢٨	١٢٢٩	١٣٣١	١٤٣٤	١٥٣٦	١٦٣٦	١٧٣٤	١٨٢٩	١٩٢٠	٢٠٠٧		٥
٦		٠٤٢٢	٠٤٨٢	٠٥٤٧	٠٦١٦	٠٦٨٩	٠٧٦٧	٠٨٤٩	٠٩٣٤	١٠٢٣	١١١٥		٤
٧		٠١٠٨	٠١٣٠	٠١٥٤	٠١٨١	٠٢١٢	٠٢٤٧	٠٢٨٥	٠٣٢٧	٠٣٧٤	٠٤٢٥		٣
٨		٠٠١٨	٠٠٢٢	٠٠٢٨	٠٠٣٥	٠٠٤٣	٠٠٥٢	٠٠٦٣	٠٠٧٥	٠٠٩٠	٠١٠٦		٢
٩		٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٠	٠٠١٣	٠٠١٦		١
١٠		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠١	٠٠٠١		٠
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
٠		٠٠٥١	٠٠٤٣	٠٠٣٦	٠٠٣٠	٠٠٢٥	٠٠٢١	٠٠١٧	٠٠١٤	٠٠١٢	٠٠١٠		١٠
١		٠٢٥٥	٠٢١٣	٠٢٧٣	٠٢٣٨	٠٢٠٧	٠١٨٠	٠١٥٥	٠١٣٣	٠١١٤	٠٠٩٨		٩
٢		١١١١	١٠١٧	٠٩٢٧	٠٨٤٣	٠٧٦٣	٠٦٨٨	٠٦١٩	٠٥٥٤	٠٤٩٤	٠٤٣٩		٨
٣		٢٠٥٨	١٩٦٣	١٨٦٥	١٧٦٥	١٦٦٥	١٥٦٤	١٤٦٤	١٣٦٤	١٢٦٧	١١٧٢		٧
٤		٢٥٠٣	٢٤٨٨	٢٤٦٢	٢٤٢٧	٢٣٨٤	٢٣٣١	٢٢٧١	٢٢٠٤	٢١٣٠	٢٠٥١		٦
٥		٢٠٨٧	٢١٦٢	٢٢٢٩	٢٢٨٩	٢٣٤٠	٢٣٨٣	٢٤١٧	٢٤٤١	٢٤٥٦	٢٤٦١		٥
٦		١٢٠٩	١٣٠٤	١٤٠١	١٤٩٩	١٥٩٦	١٦٩٢	١٧٨٦	١٨٧٨	١٩٦٦	٢٠٥١		٤
٧		٠٤٨٠	٠٥٤٠	٠٦٠٤	٠٦٧٢	٠٧٤٦	٠٨٢٤	٠٩٠٥	٠٩٩١	١٠٨٠	١١٧٢		٣
٨		٠١٢٥	٠١٤٧	٠١٧١	٠١٩٨	٠٢٢٩	٠٢٦٣	٠٣٠١	٠٣٤٣	٠٣٨٩	٠٤٣٩		٢
٩		٠٠١٩	٠٠٢٤	٠٠٢٩	٠٠٣٥	٠٠٤٢	٠٠٥٠	٠٠٥٩	٠٠٧٠	٠٠٨٣	٠٠٩٨		١
١٠		٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١٠		٠
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

حادي عشر عندما ن = ٢٠

س \ ب	٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠		
٠	٨١٧٩	٦٦٧٦	٥٤٣٨	٤٤٢٠	٣٥٨٥	٢٩٠١	٢٣٤٢	١٨٨٧	١٥١٦	١٢١٦		٢٠
١	١٦٥٢	٢٧٢٥	٣٣٦٤	٣٦٨٣	٣٧٧٤	٣٧٠٣	٣٥٢٦	٣٢٨٢	٣٠٠٠	٢٧٠٢		١٩
٢	٠١٥٩	٠٥٢٨	٠٩٨٨	١٤٥٨	١٨٨٧	٢٢٤٦	٢٥٢١	٢٧١١	٢٨٢٨	٢٨٥٢		١٨
٣	٠٠١٠	٠٠٦٥	٠١٨٣	٠٣٦٤	٠٥٩٦	٠٨٦٠	١١٣٩	١٤١٤	١٦٧٢	١٩٠١		١٧
٤	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٢٤	٠٠٦٥	٠١٣٣	٠٢٣٣	٠٣٦٤	٠٥٢٢	٠٧٠٣	٠٨٩٨		١٦
٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٩	٠٠٢٢	٠٠٨٤	٠٠٨٨	٠١٤٥	٠٢٢٢	٠٣١٩		١٥
٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٠٠١٧	٠٠٣٢	٠٠٥٥	٠٠٨٩		١٤
٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١١	٠٠٢٠		١٣
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤		١٢
٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		١١
	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

س \ ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠		
٠	٠٩٧٢	٠٧٧٦	٠٦١٧	٠٤٩٠	٠٣٨٨	٠٣٠٦	٠٢٤١	٠١٨٩	٠١٤٨	٠١١٥		٢٠
١	٢٤٠٣	٢١١٥	١٨٤٤	١٥٩٥	١٣٦٨	١١٦٥	٠٩٨٦	٠٨٢٩	٠٦٩٣	٠٥٧٦		١٩
٢	٢٨٢٢	٢٧٤٠	٢٦١٨	٢٤٦٦	٢٢٩٣	٢١٠٩	١٩١٩	١٧٢٠	١٥٤٥	١٣٦٩		١٨
٣	٢٠٩٣	٢٢٤٣	٢٣٤٧	٢٤٠٩	٢٤٢٨	٢٤١٠	٢٣٥٨	٢٢٧٨	٢١٧٥	٢٠٥٤		١٧
٤	١٠٩٩	١٢٩٩	١٤٩١	١٦٦٦	١٨٢١	١٩٥٤	٢٠٥٣	٢١٢٥	٢١٦٨	٢١٨٢		١٦
٥	٠٤٣٥	٠٥٦٧	٠٧١٣	٠٨٦٨	١٠٢٨	١١٨٩	١٣٤٥	١٤٩٣	١٦٢٧	١٧٤٦		١٥
٦	٠١٣٤	٠١٩٣	٠٢٦٦	٠٣٥٣	٠٤٥٤	٠٥٦٦	٠٦٨٩	٠٨١٩	٠٩٥٤	١٠٩١		١٤
٧	٠٠٣٣	٠٠٥٣	٠٠٨٠	٠١١٥	٠١٦٠	٠٢١٦	٠٢٨٢	٠٣٦٠	٠٤٤٨	٠٥٤٥		١٣
٨	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠١٩	٠٠٣٠	٠٠٤٦	٠٠٦٧	٠٠٩٤	٠١٢٨	٠١٧١	٠٢٢٢		١٢
٩	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١١	٠٠١٧	٠٠٢٦	٠٠٣٨	٠٠٥٣	٠٠٧٤		١١
١٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٤	٠٠٢٠		١٠
١١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥		٩
١٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		٨
	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب	س

تابع ن = ٢٠

ص \ ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	
٠	٠٠٩٠	٠٠٦٩	٠٠٥٤	٠٠٤١	٠٠٣٢	٠٠٢٤	٠٠١٦	٠٠١٤	٠٠١١	٠٠٠٨	٢٠
١	٠٤٧٧	٠٣٩٢	٠٣٢١	٠٢٦١	٠٢١١	٠١٧٠	٠١٣٧	٠١٠٩	٠٠٨٧	٠٠٦٨	١٩
٢	١٢٠٤	١٠٥٠	٠٩١٠	٠٧٨٣	٠٦٦٩	٠٥٦٩	٠٤٨٠	٠٤٠٣	٠٣٣٦	٠٢٧٨	١٨
٣	١٩٢٠	١٧٧٧	١٦٢١	١٤٨٤	١٣٣٩	١١٩٩	١٠٦٥	٠٩٤٠	٠٨٢٣	٠٧١٦	١٧
٤	٢١٦٩	٢١٣١	٢٠٧٠	١٩٩١	١٨٩٧	١٧٩٠	١٦٧٥	١٥٥٣	١٤٢٩	١٣٠٤	١٦
٥	١٨٤٥	١٩٢٢	١٩٧٩	٢٠١٢	٢٠٢٣	٢٠١٣	١٩٨٢	١٩٣٣	١٨٦٨	١٧٨٩	١٥
٦	١٢٢٦	١٣٥٦	١٤٧٨	١٥٨٩	١٦٨٦	١٧٦٨	١٨٣٣	١٨٧٩	١٩٠٧	١٩١٦	١٤
٧	٠٦٥٢	٠٧٦٥	٠٨٨٣	١٠٠٣	١١٢٤	١٢٤٢	١٣٥٦	١٤٦٢	١٥٥٨	١٦٤٣	١٣
٨	٠٢٨٣	٠٣٥١	٠٤٢٩	٠٥١٥	٠٦٠٩	٠٧٠٩	٠٨١٥	٠٩٢٤	١٠٣٤	١١٤٤	١٢
٩	٠١٠٠	٠١٣٣	٠١٧١	٠٢١٧	٠٢٧١	٠٣٣٢	٠٤٠٢	٠٤٧٩	٠٥٦٣	٠٦٥٤	١١
١٠	٠٠٢٩	٠٠٤١	٠٠٥٦	٠٠٧٥	٠٠٩٩	٠١٢٨	٠١٦٣	٠٢٠٥	٠٢٥٣	٠٣٠٨	١٠
١١	٠٠٠٧	٠٠١٠	٠٠١٥	٠٠٢٢	٠٠٣٠	٠٠٤١	٠٠٥٥	٠٠٧٢	٠٠٩٤	٠١٢٠	٩
١٢	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١١	٠٠١٥	٠٠٢١	٠٠٢٩	٠٠٣٩	٨
١٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠١٠	٧
١٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٦
	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب / ص

ص \ ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	
٠	٠٠٠٦	٠٠٠٤	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٢٠
١	٠٠٥٤	٠٠٤٢	٠٠٣٢	٠٠٢٥	٠٠٢٠	٠٠١٥	٠٠١١	٠٠٠٩	٠٠٠٧	٠٠٠٥	١٩
٢	٠٢٢٩	٠١٨٨	٠١٥٣	٠١٢٤	٠١٠٠	٠٠٨٠	٠٠٦٤	٠٠٥٠	٠٠٤٠	٠٠٣١	١٨
٣	٠٦١٩	٠٥٢١	٠٤٥٣	٠٣٨٢	٠٣٢٣	٠٢٧٠	٠٢٢٤	٠١٨٥	٠١٥٢	٠١٢٣	١٧
٤	١١٨١	١٠٦٢	٠٩٤٧	٠٨٣٩	٠٧٣٨	٠٦٤٥	٠٥٥٩	٠٤٨٢	٠٤١٢	٠٣٥٠	١٦
٥	١٦٩٨	١٥٩٩	١٤٩٣	١٣٨٤	١٢٧٢	١١٦١	١٠٥١	٠٩٤٥	٠٨٤٣	٠٧٤٦	١٥
٦	١٩٠٧	١٨٨١	١٨٣٩	١٧٨٢	١٧١٢	١٦٣٢	١٥٤٣	١٤٤٧	١٣٤٧	١٢٤٤	١٤
٧	١٧١٤	١٧٧٠	١٨١١	١٨٣٦	١٨٤٤	١٨٣٦	١٨١٢	١٧٧٤	١٧٢٣	١٦٥٩	١٣
٨	١٢٥١	١٣٥٤	١٤٥٠	١٥٣٧	١٦١٤	١٦٧٨	١٧٢٠	١٧٦٧	١٧٩٠	١٧٩٧	١٢
٩	٠٧٥٠	٠٨٤٩	٠٩٥٣	١٠٥٦	١١٥٨	١٢٥٩	١٣٥٤	١٤٤٤	١٥٢٦	١٥٨٧	١١
١٠	٠٣٧٠	٠٤٤٠	٠٥١٦	٠٥٩٨	٠٦٨٦	٠٧٧٩	٠٨٧٥	٠٩٧٤	١٠٧٣	١١٧١	١٠
١١	٠١٥١	٠١٨٨	٠٢٣١	٠٢٨٠	٠٣٣٦	٠٣٩٨	٠٤٦٧	٠٥٤٢	٠٦٢٤	٠٧١٠	٩
١٢	٠٠٥١	٠٠٦٦	٠٠٨٥	٠١٠٨	٠١٣٦	٠١٦٨	٠٢٠٦	٠٢٤٩	٠٢٩٩	٠٣٥٥	٨
١٣	٠٠١٤	٠٠١٩	٠٠٢٦	٠٠٣٤	٠٠٤٥	٠٠٥٨	٠٠٧٤	٠٠٩٤	٠١١٨	٠١٤٦	٧
١٤	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٢	٠٠١٦	٠٠٢٢	٠٠٢٩	٠٠٣٨	٠٠٤٩	٦
١٥	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠١٠	٠٠١٣	٥
١٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٤
	٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب / ص

تابـــع ن = ٢٠

س \ ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
١	٠٠٠٤	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		١٩
٢	٠٠٢٤	٠٠١٨	٠٠١٤	٠٠١١	٠٠٠٨	٠٠٠٦	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠٢		١٨
٣	٠١٠٠	٠٠٨٠	٠٠٦٤	٠٠٥١	٠٠٤٠	٠٠٣١	٠٠٢٤	٠٠١٩	٠٠١٤	٠٠١١		١٧
٤	٠٢٩٥	٠٢٤٧	٠٢٠٦	٠١٧٠	٠١٣٩	٠١١٣	٠٠٩٢	٠٠٧٤	٠٠٥٩	٠٠٤٦		١٦
٥	٠٦٥٦	٠٥٧٣	٠٤٩٦	٠٤٢٧	٠٣٦٥	٠٣٠٩	٠٢٦٠	٠٢١٧	٠١٨٠	٠١٤٨		١٥
٦	١١٤٠	١٠٣٧	٠٩٣٦	٠٨٣٩	٠٧٤٦	٠٦٥٨	٠٥٧٧	٠٥٠١	٠٤٣٢	٠٣٧٠		١٤
٧	١٥٨٥	١٥٠٢	١٤١٣	١٣١٨	١٢٢١	١١٢٢	١٠٢٣	٠٩٢٥	٠٨٣٠	٠٧٣٩		١٣
٨	١٧٩٠	١٧٦٨	١٧٢٣	١٦٨٣	١٦٢٢	١٥٥٣	١٤٧٤	١٣٨٨	١٢٩٦	١٢٠١		١٢
٩	١٦٥٨	١٧٠٧	١٧٤٢	١٧٦٣	١٧٧١	١٧٦٣	١٧٤٢	١٧٠٨	١٦٦١	١٦٠٢		١١
١٠	١٢٦٨	١٣٥٩	١٤٤٦	١٥٢٤	١٥٩٣	١٦٥٢	١٧٠٠	١٧٣٤	١٧٥٥	١٧٦٢		١٠
١١	٠٨٠١	٠٨٩٥	٠٩٩١	١٠٨٩	١١٨٥	١٢٨٠	١٣٧٠	١٤٥٥	١٥٣٣	١٦٠٢		٩
١٢	٠٤١٧	٠٤٨٦	٠٥٦١	٠٦٤٢	٠٧٢٧	٠٨١٨	٠٩١١	١٠٠٧	١١٠٥	١٢٠١		٨
١٣	٠١٧٨	٠٢١٧	٠٢٦٠	٠٣١٠	٠٣٦٦	٠٤٢٩	٠٤٩٧	٠٥٧٢	٠٦٥٣	٠٧٣٩		٧
١٤	٠٠٦٢	٠٠٧٨	٠٠٩٨	٠١٢٢	٠١٥٠	٠١٨٣	٠٢٢١	٠٢٦٤	٠٣١٤	٠٣٧٠		٦
١٥	٠٠١٧	٠٠٢٣	٠٠٣٠	٠٠٣٨	٠٠٤٩	٠٠٦٢	٠٠٧٨	٠٠٩٨	٠١٢١	٠١٤٨		٥
١٦	٠٠٠٤	٠٠٠٥	٠٠٠٧	٠٠٠٩	٠٠١٣	٠٠١٧	٠٠٢٢	٠٠٢٨	٠٠٣٦	٠٠٤٦		٤
١٧	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	٠٠٠٨	٠٠١١		٣
١٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢		٢
	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

ثانى عشر عندما ن = ٥٠

س \ ب	٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠		
٠	٦٠٥٠	٣٦٤٢	٢١٨١	١٢٩٩	٠٧٦٩	٠٤٥٣	٠٢٦٦	٠١٥٥	٠٠٩٠	٠٠٥٢		٥٠
١	٣٠٥٦	٣٧١٦	٣٣٧٢	٢٧٠٦	٢٠٢٥	١٤٤٧	٠٩٩٩	٠٦٧٢	٠٤٤٣	٠٢٨٦		٤٩
٢	٠٧٥٦	١٨٥٨	٢٥٥٥	٢٧٦٢	٢٦١١	٢٢٦٢	١٨٤٢	١٤٣٣	١٠٧٢	٠٧٧٩		٤٨
٣	٠١٢٢	٠٦٠٧	١٢٦٤	١٨٤٢	٢١٩٩	٢٣١١	٢٢١٩	١٩٩٢	١٦٩٨	١٣٨٦		٤٧
٤	٠٠١٥	٠١٤٥	٠٤٥٩	٠٩٠٢	١٣٦٠	١٧٢٢	١٩٦٣	٢٠٣٧	١٩٧٢	١٨٠٩		٤٦
٥	٠٠٠١	٠٠٢٧	٠١٣١	٠٣٤٦	٠٦٥٨	١٠١٨	١٣٥٩	١٦٢٩	١٧٩٥	١٨٤٩		٤٥
٦	٠٠٠٠	٠٠٠٤	٠٠٣٠	٠١٠٨	٠٢٦٠	٠٤٨٧	٠٧٦٧	١٠٦٣	١٣٢٢	١٥٤١		٤٤
٧	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٦	٠٠٢٨	٠٠٨٦	٠١٩٥	٠٣٦٢	٠٥٨١	٠٨٢٨	١٠٧٦		٤٣
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٦	٠٠٢٤	٠٠٦٧	٠١٤٧	٠٢٧١	٠٤٤٠	٠٦٤٢		٤٢
٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٦	٠٠٢٠	٠٠٥٢	٠١١٠	٠٢٠٢	٠٣٣٢		٤١
١٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٥	٠٠١٦	٠٠٣٩	٠٠٨٢	٠١٥٢		٤٠
١١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٢	٠٠٣٠	٠٠٦١		٣٩
١٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٠	٠٠٢٢		٣٨
١٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧		٣٧
١٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢		٣٦
١٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		٣٥
	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب	س

تابع ن = ٥٠

س	ب ١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
٠	٠٠٢٩	٠٠١٧	٠٠٠٩	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٥٠
١	٠١٨٢	٠١١٤	٠٠٧١	٠٠٤٣	٠٠٢٦	٠٠١٦	٠٠٠٩	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٤٩
٢	٠٥٥٢	٠٣٨٢	٠٢٥٩	٠١٧٢	٠١١٣	٠٠٧٣	٠٠٤٦	٠٠٢٩	٠٠١٨	٠٠١١	٤٨
٣	١٠٩١	٠٨٣٣	٠٦١٩	٠٤٤٩	٠٣١٩	٠٢٢٢	٠١٥١	٠١٠٢	٠٠٦٧	٠٠٤٤	٤٧
٤	١٥٨٤	١٣٣٤	١٠٨٦	٠٨٥٨	٠٦٦١	٠٤٩٦	٠٣٦٤	٠٢٦٢	٠١٨٥	٠١٢٨	٤٦
٥	١٨٠١	١٦٧٤	١٤٩٣	١٢٨٦	١٠٧٢	٠٨٦٩	٠٦٨٧	٠٥٣٠	٠٤٠٠	٠٢٩٥	٤٥
٦	١٦٧٠	١٧١٢	١٦٧٤	١٥٧٠	١٤١٩	١٢٤٢	١٠٥٥	٠٨٧٢	٠٧٠٣	٠٥٥٤	٤٤
٧	١٢٩٧	١٤٦٧	١٥٧٢	١٦٠٦	١٥٧٥	١٤٨٧	١٣٥٨	١٢٠٣	١٠٣٧	٠٨٧٠	٤٣
٨	٠٨٦٢	١٠٧٥	١٢٦٢	١٤٠٦	١٤٩٣	١٥٢٢	١٤٩٥	١٤٢٠	١٣٠٧	١١٦٩	٤٢
٩	٠٤٩٧	٠٦٨٤	٠٨٨٠	١٠٦٨	١٢٣٠	١٣٥٣	١٤٢٩	١٤٥٤	١٤٣١	١٣٦٤	٤١
١٠	٠٢٥٢	٠٣٨٣	٠٥٣٩	٠٧١٢	٠٨٩٠	١٠٥٧	١٢٠٠	١٣٠٩	١٣٧٦	١٣٩٨	٤٠
١١	٠١١٣	٠١٩٠	٠٢٩٣	٠٤٢٢	٠٥٧١	٠٧٣٢	٠٨٩٤	١٠٤٥	١١٧٤	١٢٧١	٣٩
١٢	٠٠٤٥	٠٠٨٤	٠١٤٢	٠٢٢٣	٠٣٢٨	٠٤٥٣	٠٥٩٥	٠٧٤٥	٠٨٩٥	١٠٣٢	٣٨
١٣	٠٠١٦	٠٠٣٤	٠٠٦٢	٠١٠٦	٠١٦٩	٠٢٥٢	٠٣٥٦	٠٤٧٨	٠٦١٣	٠٧٥٥	٣٧
١٤	٠٠٠٥	٠٠١٢	٠٠٢٥	٠٠٤٦	٠٠٧٩	٠١٢٧	٠١٩٣	٠٢٧٧	٠٣٨٠	٠٤٩٩	٣٦
١٥	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٩	٠٠١٨	٠٠٣٣	٠٠٥٨	٠٠٩٥	٠١٤٦	٠٢١٤	٠٢٩٩	٣٥
١٦	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠١٣	٠٠٢٤	٠٠٤٢	٠٠٧٠	٠١١٠	٠١٦٤	٣٤
١٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٧	٠٠٣١	٠٠٥٢	٠٠٨٢	٣٣
١٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠٢٢	٠٠٣٧	٣٢
١٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٣١
٢٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٣٠
٢١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٢٩
٢٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٢٨
	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠ ب	س

س	ب ٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	
١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٩
٢	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٨
٣	٠٠٢٨	٠٠١٨	٠٠١١	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٧
٤	٠٠٨٨	٠٠٥٩	٠٠٣٩	٠٠٢٥	٠٠١٦	٠٠١٠	٠٠٠٦	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٤٦
٥	٠٢١٤	٠١٥٦	٠١٠٦	٠٠٧٣	٠٠٤٩	٠٠٣٣	٠٠٢١	٠٠١٤	٠٠٠٩	٠٠٠٦	٤٥
٦	٠٤٢٧	٠٣٢٢	٠٢٣٨	٠١٧٢	٠١٢٢	٠٠٨٧	٠٠٦٠	٠٠٤٠	٠٠٢٧	٠٠١٨	٤٤
٧	٠٧١٣	٠٥٧١	٠٤٤٧	٠٣٤٤	٠٢٥٩	٠١٩١	٠١٣٩	٠٠٩٩	٠٠٦٩	٠٠٤٨	٤٣
٨	١٠١٩	٠٨٦٥	٠٧١٨	٠٥٨٣	٠٤٦٣	٠٣٦١	٠٢٧٦	٠٢٠٧	٠١٥٢	٠١١٠	٤٢
٩	١٢٦٣	١١٣٩	١٠٠١	٠٨٥٩	٠٧٢١	٠٥٩٢	٠٤٧٦	٠٣٧٥	٠٢٩٠	٠٢٢٠	٤١
١٠	١٣٧٧	١٣١٧	١٢٢٦	١١١٣	٠٩٨٥	٠٨٥٢	٠٧٢١	٠٥٩٨	٠٤٨٥	٠٣٨٦	٤٠
١١	١٣٣١	١٣٥١	١٣٣٢	١٢٧٨	١١٩٤	١٠٨٩	٠٩٧٠	٠٨٤٥	٠٧٢١	٠٦٠٢	٣٩
١٢	١١٥٠	١٢٣٨	١٢٩٣	١٣١١	١٢٩٤	١٢٤٤	١١٦٦	١٠٦٨	٠٩٥٧	٠٨٣٨	٣٨
١٣	٠٨٩٤	١٠٢١	١١٢٩	١٢١٠	١٢٦١	١٢٧٧	١٢٦١	١٢١٥	١١٤٢	١٠٥٠	٣٧
١٤	٠٦٢٨	٠٧٦١	٠٨٩١	١٠١٠	١١١٠	١١٨٦	١٢٣٣	١٢٤٨	١٢٣٣	١١٨٩	٣٦
١٥	٠٤٠٠	٠٥١٥	٠٦٣٩	٠٧٦٦	٠٨٨٨	١٠٠٠	١٠٩٤	١١٦٥	١٢٠٩	١٢٢٣	٣٥
١٦	٠٢٣٣	٠٣١٨	٠٤١٧	٠٥٢٩	٠٦٤٨	٠٧٦٩	٠٨٨٥	٠٩٩١	١٠٨٠	١١٤٧	٣٤
	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠ ب	س

تابع ن = ٥٠

س \ ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	
١٧	٠١٢٤	٠١٧٩	٠٢٤٩	٠٣٣٤	٠٤٣٢	٠٥٤٠	٠٦٥٥	٠٧٧١	٠٨٨٢	٠٩٨٣	٣٣
١٨	٠٠٦٠	٠٠٩٣	٠١٣٧	٠١٩٣	٠٢٦٤	٠٣٤٨	٠٤٤٤	٠٥٥٠	٠٦٦١	٠٧٧٢	٣٢
١٩	٠٠٢٧	٠٠٤٤	٠٠٦٩	٠١٠٣	٠١٤٨	٠٢٠٦	٠٢٧٧	٠٣٦٠	٠٤٥٤	٠٥٥٨	٣١
٢٠	٠٠١١	٠٠١٩	٠٠٣٢	٠٠٥٠	٠٠٧٧	٠١١٢	٠١٥٩	٠٢١٧	٠٢٨٨	٠٣٧٠	٣٠
٢١	٠٠٠٤	٠٠٠٨	٠٠١٤	٠٠٢٣	٠٠٣٦	٠٠٥٦	٠٠٨٤	٠١٢١	٠١٦٨	٠٢٢٧	٢٩
٢٢	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٦	٠٠٤١	٠٠٦٢	٠٠٩٠	٠١٢٨	٢٨
٢٣	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٦	٠٠١١	٠٠١٨	٠٠٢٩	٠٠٤٥	٠٠٦٧	٢٧
٢٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٨	٠٠١٣	٠٠٢١	٠٠٣٢	٢٦
٢٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٤	٢٥
٢٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٢٤
٢٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٢٣
٢٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٢٢
	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب \ س

س \ ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠	
٤	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٦
٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٥
٦	٠٠١١	٠٠٠٧	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٤
٧	٠٠٣٢	٠٠٢٢	٠٠١٤	٠٠٠٩	٠٠٠٦	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٤٣
٨	٠٠٧٨	٠٠٥٥	٠٠٣٧	٠٠٢٥	٠٠١٧	٠٠١١	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٤٢
٩	٠١٦٤	٠١٢٠	٠٠٨٦	٠٠٦١	٠٠٤٢	٠٠٢٩	٠٠١٩	٠٠١٣	٠٠٠٨	٠٠٠٥	٤١
١٠	٠٣٠١	٠٢٢١	٠١٧٤	٠١٢٨	٠٠٩٣	٠٠٦٦	٠٠٤٦	٠٠٣٢	٠٠٢٢	٠٠١٤	٤٠
١١	٠٤٩٣	٠٣٩٥	٠٣١١	٠٢٤٠	٠١٨٢	٠١٣٦	٠٠٩٩	٠٠٧١	٠٠٥٠	٠٠٣٥	٣٩
١٢	٠٧١٩	٠٦٠٤	٠٤٩٨	٠٤٠٢	٠٣١٩	٠٢٤٨	٠١٨٩	٠١٤٢	١٠٥	٠٠٧٦	٣٨
١٣	٠٩٤٤	٠٨٣١	٠٧١٧	٠٦٠٦	٠٥٠٢	٠٤٠٨	٠٣٢٥	٠٢٥٥	٠١٩٥	٠١٤٧	٣٧
١٤	١١٢١	١٠٣٤	٠٩٣٣	٠٨٢٥	٠٧١٤	٠٦٠٧	٠٥٠٥	٠٤١٢	٠٣٣٠	٠٢٦٠	٣٦
١٥	١٢٠٩	١١٦٨	١١٠٣	١٠٢٠	٠٩٢٣	٠٨١٩	٠٧١٢	٠٦٠٦	٠٥٠٧	٠٤١٥	٣٥
١٦	١١٨٨	١٢٠٢	١١٨٩	١١٤٩	١٠٨٨	١٠٠٨	٠٩١٤	٠٨١٣	٠٧٠٩	٠٦٠٦	٣٤
١٧	١٠٦٨	١١٣٢	١١٧١	١١٨٤	١١٧١	١١٣٣	١٠٧٤	٠٩٩٧	٠٩٠٦	٠٨٠٨	٣٣
١٨	٠٨٨٠	٠٩٧٦	١٠٥٧	١١١٨	١١٥٦	١١٦٩	١١٥٦	١١٢٠	١٠٦٢	٠٩٨٧	٣٢
١٩	٠٦٦٦	٠٧٧٤	٠٨٧٧	٠٩٧٠	١٠٤٨	١١٠٧	١١٤٤	١١٥٦	١١٤٤	١١٠٩	٣١
٢٠	٠٤٦٣	٠٥٦٤	٠٦٧٠	٠٧٧٥	٠٨٧٥	٠٩٥٦	١٠٤١	١٠٩٨	١١٣٤	١١٤٦	٣٠
٢١	٠٢٩٧	٠٣٧٩	٠٤٧١	٠٥٧٠	٠٦٧٣	٠٧٧٦	٠٨٧٤	٠٩٦٢	١٠٣٥	١٠٩١	٢٩
٢٢	٠١٧٦	٠٢٣٥	٠٣٠٦	٠٣٨٧	٠٤٧٨	٠٥٧٥	٠٦٧٦	٠٧٧٧	٠٨٧٣	٠٩٥٩	٢٨
٢٣	٠٠٩٦	٠١٣٥	٠١٨٣	٠٢٤٣	٠٣١٣	٠٣٩٤	٠٤٨٤	٠٥٨٠	٠٦٧٩	٠٧٧٨	٢٧
٢٤	٠٠٤٩	٠٠٧١	٠١٠٢	٠١٤١	٠١٩٠	٠٢٤٩	٠٣١٩	٠٤٠٠	٠٤٨٩	٠٥٨٤	٢٦
٢٥	٠٠٢٢	٠٠٣٥	٠٠٥٢	٠٠٧٥	٠١٠٦	٠١٤٦	٠١٩٥	٠٢٥٥	٠٣٢٥	٠٤٠٥	٢٥
٢٦	٠٠١٠	٠٠١٦	٠٠٢٥	٠٠٣٧	٠٠٥٥	٠٠٧٩	٠١١٠	١٥٠	٠٢٠٠	٠٢٥٩	٢٤
٢٧	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١١	٠٠١٧	٠٠٢٦	٠٠٣٩	٠٠٥٨	٠٠٨٢	٠١١٣	٠١٥٤	٢٣
٢٨	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠١٨	٠٠٢٨	٠٠٤١	٠٠٦٠	٠٠٨٤	٢٢
٢٩	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١٢	٠٠١٩	٠٠٢٩	٠٠٤٣	٢١
٣٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٨	٠٠١٣	٠٠٢٠	٢٠
٣١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٩	١٩
٣٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	١٨
٣٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	١٧
	٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب \ س

تـــابع ن = ٥٠

س	ب ٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠	
٨	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٢
٩	٠٠٠٢	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤١
١٠	٠٠٠٩	٠٠٠٦	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٤٠
١١	٠٠٢٤	٠٠١٦	٠٠١٠	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٣٩
١٢	٠٠٥٤	٠٠٣٧	٠٠٢٦	٠٠١٧	٠٠١١	٠٠٠٧	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٣٨
١٣	٠١٠٩	٠٠٧٩	٠٠٥٧	٠٠٤٠	٠٠٢٧	٠٠١٨	٠٠١٢	٠٠٠٨	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٣٧
١٤	٠٢٠٠	٠١٥٢	٠١١٣	٠٠٨٢	٠٠٥٩	٠٠٤١	٠٠٢٩	٠٠١٩	٠٠١٣	٠٠٠٨	٣٦
١٥	٠٣٣٤	٠٢٦٤	٠٢٠٤	٠١٥٥	٠١١٦	٠٠٨٥	٠٠٦١	٠٠٤٣	٠٠٣٠	٠٠٢٠	٣٥
١٦	٠٥٠٨	٠٤١٨	٠٣٣٧	٠٢٦٧	٠٢٠٧	٠١٥٨	٠١١٨	٠٠٨٦	٠٠٦٢	٠٠٤٤	٣٤
١٧	٠٧٠٦	٠٦٠٥	٠٥٠٨	٠٤١٩	٠٣٣٩	٠٢٦٩	٠٢٠٩	٠١٥٩	١١٩.	٠٠٨٧	٣٣
١٨	٠٨٩٩	٠٨٠٢	٠٧٠٢	٠٦٠٤	٠٥٠٨	٠٤٢٠	٠٣٤٠	٠٢٧٠	٠٢١٠	٠١٦٠	٣٢
١٩	١٠٥٣	٠٩٧٩	٠٨٩٣	٠٧٩٩	٠٧٠٠	٠٦٠٢	٠٥٠٧	٠٤١٩	٠٣٤٠	٠٢٧٠	٣١
٢٠	١١٣٤	١٠٩٩	١٠٤٤	٠٩٧٢	٠٥٨٨	٠٧٩٥	٠٦٩٧	٠٦٠٠	٠٥٠٦	٠٤١٩	٣٠
٢١	١١٢٦	١١٣٧	١١٢٦	١٠٩٢	١٠٣٠	٠٩٦٧	٠٨٨٤	٠٧٩١	٠٦٩٥	٠٥٩٨	٢٩
٢٢	١٠٣١	١٠٨٦	١١١٩	١١٣١	١١١٩	١٠٨٦	١٠٣٣	٠٩٦٣	٠٨٨٠	٠٧٨٨	٢٨
٢٣	٠٨٧٢	٠٩٥٧	١٠٢٨	١٠٨٢	١١١٥	١١٢٦	١١١٥	١٠٨٢	١٠٢٩	٠٩٦٠	٢٧
٢٤	٠٦٨٢	٠٧٨٠	٠٨٧٤	٠٩٥٦	١٠٢٦	١٠٧٩	١١١٢	١١٢٤	١١١٢	١٠٨٠	٢٦
٢٥	٠٤٩٣	٠٥٨٧	٠٦٨٤	٠٧٨١	٠٨٧٣	٠٩٥٦	١٠٢٦	١٠٧٩	١١١٢	١١٢٣	٢٥
٢٦	٠٣٢٩	٠٤٠٩	٠٤٩٧	٠٥٩٠	٠٦٨٧	٠٧٨٣	٠٨٧٥	٠٩٥٧	١٠٢٧	١٠٨٠	٢٤
٢٧	٠٢٠٣	٠٢٦٣	٠٣٣٣	٠٤١٢	٠٥٠٠	٠٥٩٣	٠٦٩٠	٠٧٨٦	٠٨٧٧	٠٩٦٠	٢٣
٢٨	٠١١٦	٠١٥٧	٠٢٠٦	٠٢٦٦	٠٣٣٦	٠٤١٥	٠٥٠٢	٠٥٩٦	٠٦٩٢	٠٧٨٨	٢٢
٢٩	٠٠٦١	٠٠٨٦	٠١١٨	٠١٥٩	٠٢٠٨	٠٢٦٨	٠٣٣٨	٠٤١٧	٠٥٠٤	٠٥٩٨	٢١
٣٠	٠٠٣٠	٠٠٤٤	٠٠٦٢	٠٠٨٧	٠١١٩	٠١٦٠	٠٢١٠	٠٢٧٠	٠٣٣٩	٠٤١٩	٢٠
٣١	٠٠١٣	٠٠٢٠	٠٠٣٠	٠٠٤٤	٠٠٦٣	٠٠٨٨	٠١٢٠	٠١٦١	٠٢١٠	٠٢٧٠	١٩
٣٢	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٤	٠٠٢١	٠٠٣١	٠٠٤٤	٠٠٦٣	٠٠٨٨	٠١٢٠	٠١٦٠	١٨
٣٣	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٤	٠٠٢١	٠٠٣١	٠٠٤٤	٠٠٦٣	٠٠٨٧	١٧
٣٤	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠٠٩	٠٠١٤	٠٠٢٠	٠٠٣٣	٠٠٤٤	١٦
٣٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٣	٠٠٢٠	١٥
٣٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٥	٠٠٠٦	١٤
٣٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	١٣
٣٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	١٢
	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥١	٥١	٥٠ ب	س

ســادس عشر عندما ن = ١٠٠

س	ب ٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠	
٠	٣٦٦٠	١٣٢٦	٠٣٧٦	٠١٦٩	٠٠٥٩	٠٠٢١	٠٠٠٧	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	١٠٠
١	٣٦٩٧	٢٧٠٧	١٤٧١	٠٧٠٣	٠٣١٢	٠١٢١	٠٠٥٣	٠٠٢١	٠٠٠٨	٠٠٠٣	٩٩
٢	١٨٤٩	٢٧٣٤	٢٢٥٢	١٤٥٠	٠٨١٢	٠٤١٤	٠١٩٨	٠٠٩٠	٠٠٣٩	٠٠١٦	٩٨
٣	٠٦١٠	١٨٢٣	٢٢٧٥	١٩٧٣	١٣٩٦	٠٨٦٤	٠٤٨٦	٠٢٥٤	٠١٢٥	٠٠٥٩	٩٧
٤	٠١٤٩	٠٩٠٢	١٧٠٦	١٩٩٤	١٧٨١	١٣٣٨	٠٨٨٨	٠٥٣٦	٠٣٠١	٠١٥٩	٩٦
٥	٠٠٢٩	٠٣٥٣	١٠١٢	١٥٩٥	١٨٠٠	١٦٣٩	١٢٨٣	٠٨٩٥	٠٥٧١	٠٣٣٩	٩٥
٦	٠٠٠٥	٠١١٤	٠٤٩٦	١٠٥٢	١٥٠٠	١٦٥٧	١٥٢٩	١٢٣٣	٠٨٩٥	٠٥٩٦	٩٤
٧	٠٠٠١	٠٠٣١	٠٢٠٦	٠٥٨٩	١٠٦٠	١٤٢٠	١٥٤٥	١٤٤٠	١١٨٨	٠٨٨٩	٩٣
٨	٠٠٠٠	٠٠٠٧	٠٠٧٤	٠٢٨٥	٠٦٤٩	١٠٥٤	١٣٥٢	١٤٥٥	١٣٦٦	١١٤٨	٩٢
	٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠ ب	س

(١ - ٢١)

تـــابع ن = ١٠٠

س	ب	٠١	٠٢	٠٣	٠٤	٠٥	٠٦	٠٧	٠٨	٠٩	١٠	
٩		٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٣٢	٠١٢١	٠٢٤٩	٠٦٨٧	١٠٤٠	١٢٩٢	١٣٨١	١٣٠٤	٩١
١٠		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٧	٠٠٤٦	٠١٦٧	٠٣٩٩	٠٧١٢	١٠٣٤	١٣٤٢	١٣١٩	٩٠
١١		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠١٦	٠٠٧٢	٠٢٠٩	٠٤٢٩	٠٧٢٨	١٠٠٦	١١٩٩	٨٩
١٢		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٥	٠٠٢٨	٠٠٩٩	٠٢٤٥	٠٤٧٠	٠٧٢٨	٠٩٨٨	٨٨
١٣		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠١٠	٠٠٤٣	٠١٢٥	٠٢٧٦	٠٤٩٤	٠٧٤٣	٨٧
١٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٣	٠٠١٧	٠٠٥٨	٠١٤٩	٠٣٠٤	٠٥١٣	٨٦
١٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٦	٠٠٢٥	٠٠٧٤	٠١٧٢	٠٣٢٧	٨٥
١٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠١٠	٠٠٣٤	٠٠٩٠	٠١٩٣	٨٤
١٧		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١٥	٠٠٤٤	٠١٠٦	٨٣
١٨		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٦	٠٠٢٠	٠٠٥٤	٨٢
١٩		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٩	٠٠٢٦	٨١
٢٠		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠١٢	٨٠
٢١		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٥	٧٩
٢٢		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٧٨
٢٣		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٧٧
		٩٩	٩٨	٩٧	٩٦	٩٥	٩٤	٩٣	٩٢	٩١	٩٠	ب / س

س	ب	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
١		٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٩
٢		٠٠٠٧	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٨
٣		٠٠٢٧	٠٠١٢	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٧
٤		٠٠٨٠	٠٠٣٨	٠٠١٨	٠٠٠٨	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٦
٥		٠١٨٩	٠١٠٠	٠٠٥٠	٠٠٢٤	٠٠١١	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٥
٦		٠٣٦٩	٠٢١٥	٠١١٩	٠٠٦٣	٠٠٣١	٠٠١٥	٠٠٠٧	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٩٤
٧		٠٦١٣	٠٣٩٤	٠٢٣٨	٠١٣٧	٠٠٧٥	٠٠٣٩	٠٠٢٠	٠٠٠٩	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٩٣
٨		٠٨٨١	٠٦٢٥	٠٤١٤	٠٢٥٩	٠١٥٣	٠٠٨٦	٠٠٤٧	٠٠٢٤	٠٠١٢	٠٠٠٦	٩٢
٩		١١١٢	٠٨٧١	٠٦٣٣	٠٤٣٠	٠٢٧٦	٠١٦٨	٠٠٩٨	٠٠٥٤	٠٠٢٩	٠٠١٥	٩١
١٠		١٢٥١	١٠٨٠	٠٨٦٠	٠٦٣٧	٠٤٤٤	٠٢٩٢	٠١٨٢	٠١٠٨	٠٠٦٢	٠٠٣٤	٩٠
١١		١٢٦٥	١٢٠٥	١٠٥١	٠٨٤٩	٠٦٤٠	٠٤٥٤	٠٣٠٥	٠١٩٤	٠١١٨	٠٠٦٩	٨٩
١٢		١١٦٠	١٢١٩	١١٦٥	١٠٢٥	٠٨٣٨	٠٦٣٢	٠٤٦٣	٠٣١٦	٠٢٠٦	٠١٢٨	٨٨
١٣		٠٩٧٠	١١٢٥	١١٧٩	١١٢٠	١٠٠١	٠٨٢٧	٠٦٣٢	٠٤٧٠	٠٣٣٧	٠٢١٦	٨٧
١٤		٠٧٤٥	٠٩٥٤	١٠٩٤	١١٤٣	١٠٩٨	٠٩٧٩	٠٨١٧	٠٦٤١	٠٤٧٦	٠٣٣٥	٨٦
١٥		٠٥٢٨	٠٧٤٥	٠٩٢٨	١٠٦٧	١١١١	١٠٧٠	٠٩٦٠	٠٨٠٧	٠٦٤٠	٠٤٨١	٨٥
١٦		٠٣٤٧	٠٥٤٠	٠٧٤٤	٠٩٢٢	١٠٤١	١٠٨٢	١٠٤٤	٠٩٤١	٠٧٩٨	٠٦٣٨	٨٤
١٧		٠٢١٢	٠٣٦٤	٠٥٤٩	٠٧٤٢	٠٩٠٨	١٠١٩	١٠٥٧	١٠٢١	٠٩٢٤	٠٧٨٩	٨٣
١٨		٠١٢١	٠٢٢٩	٠٣٧٩	٠٥٥٧	٠٧٢٩	٠٨٩٥	٠٩٩٨	١٠٣٣	١٠٠٠	٠٩٠٩	٨٢
١٩		٠٠٦٤	٠١٣٥	٠٢٤٤	٠٣٩١	٠٥٦٣	٠٧٣٦	٠٨٨٢	٠٩٧٩	١٠١٢	٠٩٨١	٨١
٢٠		٠٠٣٢	٠٠٧٤	٠١٤٨	٠٢٥٨	٠٤٠٢	٠٥٦٧	٠٧٣٢	٠٨٧٠	٠٩٦٢	٠٩٩٣	٨٠
٢١		٠٠١٥	٠٠٣٩	٠٠٨٤	٠١٦٠	٠٢٧٠	٠٤١٢	٠٥٧١	٠٧٢٨	٠٨٥٩	٠٩٤٦	٧٩
٢٢		٠٠٠٧	٠٠١٩	٠٠٤٥	٠٠٩٤	٠١٧١	٠٢٨٢	٠٤٢٠	٠٥٧٤	٠٧٢٤	٠٨٤٩	٧٨
٢٣		٠٠٠٣	٠٠٠٩	٠٠٢٣	٠٠٥٢	٠١٠٣	٠١٨٢	٠٢٩٢	٠٤٢٧	٠٥٧٦	٠٧٢٠	٧٧
		٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	ب / س

(١ - ٢٢)

تابع ن = ١٠٠

س	١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠	
٢٤	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠١١	٠٠٢٧	٠٠٥٨	٠١١١	٠١٩٢	٠٣٠١	٠٤٣٣	٠٥٧٧	٧٦
٢٥	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٣	٠٠٣١	٠٠٦٤	٠١١٩	٠٢٠١	٠٣٠٩	٠٤٣٩	٧٥
٢٦	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٦	٠٠١٦	٠٠٣٥	٠٠٧١	٠١٢٧	٠٢٠٩	٠٣١٧	٧٤
٢٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٠٠١٨	٠٠٤٠	٠٠٧٦	٠١٣٤	٠٢١٧	٧٣
٢٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٤	٠٠٠٩	٠٠٢١	٠٠٤٤	٠٠٨٢	٠١٤١	٧٢
٢٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠١١	٠٠٢٤	٠٠٤٨	٠٠٨٨	٧١
٣٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٢	٠٠٢٧	٠٠٥٢	٧٠
٣١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٦	٠٠١٤	٠٠٢٩	٦٩
٣٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٦	٦٨
٣٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٨	٦٧
٣٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٦٦
٣٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٦٥
٣٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٦٤
	٨٩	٨٨	٨٧	٨٦	٨٥	٨٤	٨٣	٨٢	٨١	٨٠	س

س	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	
٧	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٣
٨	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٢
٩	٠٠٠٧	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩١
١٠	٠٠١٨	٠٠٠٩	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٩٠
١١	٠٠٣٨	٠٠٢١	٠٠١١	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٨٩
١٢	٠٠٧٦	٠٠٤٣	٠٠٢٤	٠٠١٢	٠٠٠٦	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٨٨
١٣	٠١٣٦	٠٠٨٢	٠٠٤٨	٠٠٢٧	٠٠١٤	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٨٧
١٤	٠٢٢٥	٠١٤٤	٠٠٨٩	٠٠٥٢	٠٠٣٠	٠٠١٦	٠٠٠٩	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٨٦
١٥	٠٣٤٣	٠٢٣٣	٠١٥٢	٠٠٩٥	٠٠٥٧	٠٠٣٣	٠٠١٨	٠٠١٠	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٨٥
١٦	٠٤٨٤	٠٣٥٠	٠٢٤١	٠١٥٩	٠١٠٠	٠٠٦١	٠٠٣٥	٠٠٢٠	٠٠١١	٠٠٠٦	٨٤
١٧	٠٦٣٦	٠٤٨٧	٠٣٥٦	٠٢٤٨	٠١٦٥	٠١٠٦	٠٠٦٥	٠٠٣٨	٠٠٢٢	٠٠١٢	٨٣
١٨	٠٧٨٠	٠٦٣٤	٠٤٩٠	٠٣٦١	٠٢٥٤	٠١٧١	٠١١١	٠٠٦٩	٠٠٤١	٠٠٢٤	٨٢
١٩	٠٨٩٥	٠٧٧٢	٠٦٣١	٠٤٩٢	٠٣٦٥	٠٢٥٩	٠١٧٧	٠١١٥	٠٠٧٢	٠٠٤٤	٨١
٢٠	٠٩٦٣	٠٨٨١	٠٧٦٤	٠٦٢٩	٠٤٩٣	٠٣٦٩	٠٢٦٤	٠١٨٢	٠١٢٠	٠٠٧٦	٨٠
٢١	٠٩٧٥	٠٩٤٧	٠٨٦٩	٠٧٥٦	٠٦٢٦	٠٤٩٤	٠٣٧٣	٢٦٩	٠١٨٦	٠١٢٤	٧٩
٢٢	٠٩٣١	٠٩٥٩	٠٩٣٢	٠٨٥٨	٠٧٤٩	٠٦٢٣	٠٤٩٥	٠٣٧٦	٠٢٧٢	٠١٩٠	٧٨
٢٣	٠٨٣٩	٠٩١٧	٠٩٤٤	٠٩١٩	٠٨٤٧	٠٧٤٣	٠٦٢١	٠٤٩٥	٠٣٧٨	٠٢٧٧	٧٧
٢٤	٠٧١٦	٠٨٣٠	٠٩٠٥	٠٩٣١	٠٩٠٦	٠٨٣٧	٠٧٣٦	٠٦١٨	٠٤٩٦	٠٣٨٠	٧٦
٢٥	٠٥٧٨	٠٧١٢	٠٨٢٢	٠٨٩٣	٠٩١٨	٠٨٩٤	٠٨٢٨	٠٧٣١	٠٦١٥	٠٤٩٦	٧٥
٢٦	٠٤٤٤	٠٥٧٩	٠٧٠٨	٠٨١٤	٠٨٨٣	٠٩٠٦	٠٨٨٣	٠٨١٩	٠٧٢٥	٠٦١٣	٧٤
٢٧	٠٣٢٣	٠٤٤٨	٠٥٨٠	٠٧٠٤	٠٨٠٦	٠٨٧٣	٠٨٩٦	٠٨٧٣	٠٨١٢	٠٧٢٠	٧٣
٢٨	٠٢٢٤	٠٣٢٩	٠٤٥١	٠٥٨٠	٠٧٠١	٠٧٩٩	٠٨٦٤	٠٨٨٦	٠٨٦٤	٠٨٠٤	٧٢
	٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	س

(١ – ٣٣)

تـــابع ن = ١٠٠

س	ب	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠		
٢٩		٠١٤٨	٠٢٣١	٠٣٣٥	٠٤٥٥	٠٥٨٠	٠٦٩٧	٠٧٩٣	٠٨٥٥	٠٨٧٦	٠٨٥٦		٧١
٣٠		٠٠٩٣	٠١٥٤	٠٢٣٧	٠٣٤٠	٠٤٥٨	٠٥٨٠	٠٦٩٤	٠٧٨٧	٠٨٤٧	٠٨٦٨		٧٠
٣١		٠٠٥٦	٠٠٩٨	٠١٦٠	٠٢٤٢	٠٣٤٤	٠٤٦٠	٠٥٨٠	٠٦٩١	٠٧٨١	٠٨٤٠		٦٩
٣٢		٠٠٣٢	٠٠٦٠	٠١٠٣	٠١٦٥	٠٢٤٨	٠٣٤٩	٠٤٦٢	٠٥٧٩	٠٦٨٨	٠٧٧٦		٦٨
٣٣		٠٠١٨	٠٠٣٥	٠٠٦٣	٠١٠٧	٠١٧٠	٠٢٥٢	٠٣٥٢	٠٤٦٤	٠٥٧٩	٠٦٨٥		٦٧
٣٤		٠٠٠٩	٠٠١٩	٠٠٣٧	٠٠٦٧	٠١١٢	٠١٧٥	٠٢٥٧	٠٣٥٦	٠٤٦٦	٠٥٧٩		٦٦
٣٥		٠٠٠٥	٠٠١٠	٠٠٢١	٠٠٤٠	٠٠٧٠	٠١١٦	٠١٧٩	٠٢٦١	٠٣٥٩	٠٤٦٨		٦٥
٣٦		٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١١	٠٠٢٣	٠٠٤٢	٠٠٧٣	٠١٢٠	٠١٨٣	٠٢٦٥	٠٣٦٢		٦٤
٣٧		٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠١٢	٠٠٢٤	٠٠٤٥	٠٠٧٧	٠١٢٣	٠١٨٧	٠٢٦٨		٦٣
٣٨		٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠١٣	٠٠٢٦	٠٠٤٧	٠٠٧٩	٠١٢٧	٠١٩١		٦٢
٣٩		٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٥	٠٠٢٨	٠٠٤٩	٠٠٨٢	٠١٣٠		٦١
٤٠		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	[illegible]	٠٠١٦	٠٠٢٩	٠٠٥١	٠٠٨٥		٦٠
٤١		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٨	٠٠١٧	٠٠٣١	٠٠٥٣		٥٩
٤٢		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٩	٠٠١٨	٠٠٣٢		٥٨
٤٣		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٠	٠٠١٩		٥٧
٤٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠١٠		٥٦
٤٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٥		٥٥
٤٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٣		٥٤
٤٧		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		٥٣
٤٨		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		٥٢
		٧٩	٧٨	٧٧	٧٦	٧٥	٧٤	٧٣	٧٢	٧١	٧٠	ب	س

س	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
١٥		٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٨٥
١٦		٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٨٤
١٧		٠٠٠٦	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٨٣
١٨		٠٠١٣	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٨٢
١٩		٠٠٢٥	٠٠١٤	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٨١
٢٠		٠٠٤٦	٠٠٢٧	٠٠١٥	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٨٠
٢١		٠٠٧٩	٠٠٤٩	٠٠٢٩	٠٠١٦	٠٠٠٩	٠٠٠٥	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠		٧٩
٢٢		٠١٢٧	٠٠٨٢	٠٠٥١	٠٠٣٠	٠٠١٧	٠٠١٠	٠٠٠٥	٠٠٠٣	٠٠٠١	٠٠٠١		٧٨
٢٣		٠١٩٤	٠١٣١	٠٠٨٥	٠٠٥٣	٠٠٣٢	٠٠١٨	٠٠١٠	٠٠٠٦	٠٠٠٣	٠٠٠١		٧٧
٢٤		٠٢٨٠	٠١٩٨	٠١٣٤	٠٠٨٨	٠٠٥٥	٠٠٣٣	٠٠١٩	٠٠١١	٠٠٠٦	٠٠٠٣		٧٦
٢٥		٠٣٨٢	٠٢٨٣	٠٢٠١	٠١٣٧	٠٠٩٠	٠٠٥٧	٠٠٣٥	٠٠٢٠	٠٠١٢	٠٠٠٦		٧٥
٢٦		٠٤٩٦	٠٣٨٤	٠٢٨٦	٠٢٠٤	٠١٤٠	٠٠٩٢	٠٠٥٩	٠٠٣٦	٠٠٢١	٠٠١٢		٧٤
٢٧		٠٦١٠	٠٤٩٥	٠٣٨٦	٠٢٨٨	٠٢٠٧	٠١٤٣	٠٠٩٥	٠٠٦٠	٠٠٣٧	٠٠٢٢		٧٣
٢٨		٠٧١٥	٠٦٠٨	٠٤٩٥	٠٣٨٧	٠٢٩٠	٠٢٠٩	٠١٤٥	٠٠٩٧	٠٠٦٢	٠٠٣٨		٧٢
٢٩		٠٧٩٧	٠٧١٠	٠٦٠٥	٠٤٩٥	٠٣٨٨	٠٢٩٢	٠٢١١	٠١٤٧	٠٠٩٨	٠٠٦٣		٧١
٣٠		٠٨٤٨	٠٧٩١	٠٧٠٦	٠٦٠٣	٠٤٩٤	٠٣٨٩	٠٢٩٣	٠٢١٣	٠١٤٩	٠١٠٠		٧٠
٣١		٠٨٦٠	٠٨٤٠	٠٧٨٥	٠٧٠٢	٠٦٠١	٠٤٩٤	٠٣٨٩	٠٢٩[illegible]	٠٢١٥	٠١٥١		٦٩
٣٢		٠٨٣٣	٠٨٥٣	٠٨٣٣	٠٧٧٩	٠٦٩٨	٠٥٩٩	٠٤٩٣	٠٣٩٠	٠٢٩٦	٠٢١٧		٦٨
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	س

تابع ن = ١٠٠

ن	ب	٣١	٣٢	٣٣	٣٤	٣٥	٣٦	٣٧	٣٨	٣٩	٤٠		
٣٣		٠٧٧	٠٨٣٧	٠٨٤٦	٠٨٢٧	٠٧٧٤	٠٦٩٤	٠٥٩٧	٠٤٩٣	٠٣٩٠	٠٩٢٧		٦٧
٣٤		٠٦٨	٠٧٦٧	٠٨٣١	٠٨٤٠	٠٨٢١	٠٧٦٩	٠٦٩١	٠٥٩٥	٠٤٩٢	٠٣٩١		٦٦
٣٥		٠٥٧٠	٠٦٨٠	٠٧٦٣	٠٨١٦	٠٨٣٤	٠٨١٦	٠٧٥٥	٠٦٨٨	٠٥٩٣	٠٤٩١		٦٥
٣٦		٠٤٦	٠٥٧٨	٠٦٧٨	٠٧٥٩	٠٨١١	٠٨٢٩	٠٨١١	٠٧٦١	٠٦٨٥	٠٥٩١		٦٤
٣٧		٠٣٦٥	٠٤٧١	٠٥٧٨	٠٦٧٦	٠٧٥٥	٠٨٠٦	٠٨٢٤	٠٨٠٧	٠٧٥٧	٠٦٨٢		٦٣
٣٨		٠٢٧٢	٠٣٦٧	٠٤٧٢	٠٥٧٧	٠٦٧٤	٠٧٥٢	٠٨٠٣	٠٨٢٠	٠٨٠٣	٠٧٥٤		٦٢
٣٩		٠١٩٤	٠٢٧٥	٠٣٦٩	٠٤٧٢	٠٥٧٧	٠٦٧٢	٠٧٤٩	٠٧٩٩	٠٨١٦	٠٧٩٩		٦١
٤٠		٠١٢٣	٠١٩٧	٠٢٧٧	٠٣٧١	٠٤٧٤	٠٥٧٧	٠٦٧١	٠٧٤٦	٠٧٩٥	٠٨١٢		٦٠
٤١		٠٠٨٧	٠١٣٦	٠٢٠٠	٠٢٨٠	٠٣٧٣	٠٤٧٥	٠٥٧٧	٠٦٧٠	٠٧٤٤	٠٧٩٢		٥٩
٤٢		٠٠٥٥	٠٠٩٠	٠١٢٨	٠٢٠٣	٠٢٨٢	٠٣٧٥	٠٤٧٦	٠٥٧٦	٠٦٦٨	٠٧٤٢		٥٨
٤٣		٠٠٣٢	٠٠٥٧	٠٠٩٢	٠١٤١	٠٢٠٥	٠٢٨٥	٠٣٧٧	٠٤٧٧	٠٥٧٦	٠٦٦٧		٥٧
٤٤		٠٠١٩	٠٠٣٥	٠٠٥٩	٠٠٩٤	٠١٤٣	٠٢٠٧	٠٢٨٧	٠٣٧٨	٠٤٧٧	٠٥٧٦		٥٦
٤٥		٠٠١١	٠٠٢٠	٠٠٣٦	٠٠٦٠	٠٠٩٦	٠١٤٥	٠٢١٠	٠٢٨٩	٠٣٨٠	٠٤٧٨		٥٥
٤٦		٠٠٠٦	٠٠١١	٠٠٢١	٠٠٣٧	٠٠٦٢	٠٠٩٨	٠١٤٧	٠٢١١	٠٢٩٠	٠٣٨١		٥٤
٤٧		٠٠٠٣	٠٠٠٦	٠٠١٢	٠٠٢٢	٠٠٣٨	٠٠٦٣	٠٠٩٩	٠١٤٩	٠٢١٣	٢٩٢		٥٣
٤٨		٠٠٠١	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٢	٠٠٢٢	٠٠٣٩	٠٠٦٤	١٠١	٠١٥١	٠٢١٥		٥٢
٤٩		٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٣	٠٠٠٧	٠٠١٣	٠٠٢٣	٠٠٤٠	٠٠٦٦	٠١٠٢	٠١٥٢		٥٢
٥٠		٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٣	٠٠٢٤	٠٠٤١	٠٠٦٧	٠١٠٣		٥٠
٥١		٠٠٠٠	٠٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٧	٠٠١٤	٠٠٢٥	٠٠٤٢	٠٠٦٨		٤٩
٥٢		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٨	٠٠١٤	٠٠٢٥	٠٠٤٢		٤٨
٥٣		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٨	٠٠١٥	٠٠٢٦		٤٧
٥٤		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٨	٠٠١٥		٤٦
٥٥		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤	٠٠٠٨		٤٥
٥٦		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٤		٤٤
٥٧		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢		٤٣
٥٨		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		٤٢
٥٩		٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		٤١
		٦٩	٦٨	٦٧	٦٦	٦٥	٦٤	٦٣	٦٢	٦١	٦٠	ب	ن

س	ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
٢٣		٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧٧
٢٤		٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧٦
٢٥		٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧٥
٢٦		٠٠٠٧	٠٠٠٣	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧٤
٢٧		٠٠١٣	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧٣
٢٨		٠٠٢٣	٠٠١٣	٠٠٠٧	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧٢
٢٩		٠٠٣٩	٠٠٢٤	٠٠١٤	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠		٧١
٣٠		٠٠٦٥	٠٠٤٠	٠٠٢٤	٠٠١٤	٠٠٠٨	٠٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٠		٧٠
٣١		٠١٠٢	٠٠٦٦	٠٠٤١	٠٠٢٥	٠٠١٤	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١	٠٠٠١		٦٩
٣٢		٠١٥٢	٠١٠٣	٠٠٦٧	٠٠٤٢	٠٠٢٥	٠٠١٥	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢	٠٠٠١		٦٨
٣٣		٠٢١٨	٠١٥٤	٠١٠٤	٠٠٦٨	٠٠٤٣	٠٠٢٦	٠٠١٥	٠٠٠٨	٠٠٠٤	٠٠٠٢		٦٧
		٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

س \ ب	٤١	٤٢	٤٣	٤٤	٤٥	٤٦	٤٧	٤٨	٤٩	٥٠		
٣٤	٠٢٩٨	٠٢١٩	٠١٥٥	٠١٠٥	٠٠٦٩	٠٠٤٢	٠٠٢٦	٠٠١٥	٠٠٠٩	٠٠٠٥		٦٦
٣٥	٠٣٩١	٠٢٩٩	٠٢٢٠	٠١٥٦	٠١٠٦	٠٠٦٩	٠٠٤٤	٠٠٢٦	٠٠١٥	٠٠٠٩		٦٥
٣٦	٠٤٩١	٠٣٩١	٠٣٠٠	٠٢٢١	٠١٥٧	٠١٠٧	٠٠٧٠	٠٠٤٤	٠٠٢٧	٠٠١٦		٦٤
٣٧	٠٥٩٠	٠٤٩٠	٠٣٩١	٠٣٠٠	٠٢٢٢	٠١٥٧	٠١٠٧	٧٠	٠٠٤٤	٠٠٢٧		٦٣
٣٨	٠٦٨٠	٠٥٨٨	٠٤٨٩	٠٣٩١	٠٣٠١	٠٢٢٢	٠١٥٨	٠١٠٨	٠٠٧١	٠٠٤٥		٦٢
٣٩	٠٧٥١	٠٦٧٧	٠٥٨٧	٠٤٨٩	٠٣٩١	٠٣٠١	٠٢٢٣	٠١٥٨	٠١٠٨	٠٠٧١		٦١
٤٠	٠٧٩٦	٠٧٤٨	٠٦٧٥	٠٥٨٦	٠٤٨٨	٠٣٩١	٠٣٠١	٠٢٢٣	٠١٥٩	٠١٠٨		٦٠
٤١	٠٨٠٩	٠٧٩٢	٠٧٤٥	٠٦٧٢	٠٥٨٤	٠٤٨٧	٠٣٩١	٠٣٠١	٠٢٢٣	٠١٥٩		٥٩
٤٢	٠٧٩٠	٠٨٠٦	٠٧٩٠	٠٧٤٣	٠٦٧٢	٠٥٨٣	٠٤٨٧	٠٣٩٠	٠٣٠١	٠٢٢٣		٥٨
٤٣	٠٧٤٠	٠٧٨٧	٠٨٠٤	٠٧٨٨	٠٧٤١	٠٦٧٠	٠٥٨٢	٠٤٨٦	٠٣٩٠	٠٣٠١		٥٧
٤٤	٠٦٦٦	٠٧٣٩	٠٧٨٥	٠٨٠٢	٠٧٨٦	٠٧٣٩	٠٦٦٩	٠٥٨١	٠٤٨٥	٠٣٩٠		٥٦
٤٥	٠٥٧٦	٠٦٦٦	٠٧٣٧	٠٧٨٤	٠٨٠٠	٠٧٨٤	٠٧٣٨	٠٦٦٨	٠٥٨٠	٠٤٨٥		٥٥
٤٦	٠٤٧٩	٠٥٧٦	٠٦٦٥	٠٧٣٦	٠٧٨٢	٠٧٩٨	٠٧٨٣	٠٧٣٧	٠٦٦٧	٠٥٨٠		٥٤
٤٧	٠٣٨٢	٠٤٨٠	٠٥٧٦	٠٦٦٥	٠٧٣٦	٠٧٨١	٠٧٩٧	٠٧٨١	٠٧٣٦	٠٦٦٦		٥٣
٤٨	٠٢٩٣	٠٣٨٣	٠٤٨٠	٠٥٧٧	٠٦٦٥	٠٧٣٥	٠٧٨١	٠٧٩٧	٠٧٨١	٠٧٣٥		٥٢
٤٩	٠٢١٦	٠٢٩٥	٠٣٨٤	٠٤٨١	٠٥٧٧	٠٦٦٤	٠٧٣٥	٠٧٨٠	٠٧٩٦	٠٧٨٠		٥١
٥٠	.١٥٣	٠٢١٨	٠٢٩٦	٠٣٨٥	٠٤٨٢	٠٥٧٧	٠٦٦٥	٠٧٣٥	٠٧٨٠	٠٧٩٦		٥٠
٥١	٠١٠٤	٠١٥٥	٠٢١٩	٠٢٩٧	٠٣٨٦	٠٤٨٢	٠٥٧٨	٠٦٦٥	٠٧٣٥	٠٧٨٠		٤٩
٥٢	٠٠٦٨	١٠٥	٠١٥٦	٠٢٢٠	٠٢٩٨	٠٣٨٧	٠٤٨٣	٠٥٧٨	٠٦٦٥	٠٧٣٥		٤٨
٥٣	٠٠٤٣	٠٠٦٩	٠١٠٦	٠١٥٦	٠٢٢١	٠٢٩٩	٠٣٨٨	٠٤٨٣	٠٥٧٩	٠٦٦٦		٤٧
٥٤	٠٠٢٦	٠٠٤٤	٠٠٧٠	٠١٠٧	٠١٥٧	٠٢٢١	٠٢٩٩	٠٣٨٨	٠٤٨٤	٠٥٨٠		٤٦
٥٥	٠٠١٥	٠٠٢٦	٠٠٤٤	٠٠٧٠	٠١٠٨	٠١٥٨	٠٢٢٢	٠٣٠٠	٠٣٨٩	٠٤٨٥		٤٥
٥٦	٠٠٠٨	٠٠١٥	٠٠٢٧	٠٠٤٤	٠٠٧١	٠١٠٨	٠١٥٨	٢٢٢	٠٣٠٠	٠٣٩٠		٤٤
٥٧	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧	٠٠٤٥	٠٠٧١	٠١٠٨	٠١٥٨	٠٢٢٣	٠٣٠١		٤٣
٥٨	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧	٠٠٤٥	٠٠٧١	٠١٠٨	٠١٥٩	٠٢٢٣		٤٢
٥٩	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧	٠٠٤٥	٠٠٧١	٠١٠٩	٠١٥٩		٤١
٦٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧	٠٠٤٥	٠٠٧١	٠١٠٨		٤٠
٦١	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧	٠٠٤٥	٠٠٧١		٣٩
٦٢	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧	٠٠٤٥		٣٨
٦٣	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦	٠٠٢٧		٣٧
٦٤	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩	٠٠١٦		٣٦
٦٥	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥	٠٠٠٩		٣٥
٦٦	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢	٠٠٠٥		٣٤
٦٧	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١	٠٠٠٢		٣٣
٦٨	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١	٠٠٠١		٣٢
٦٩	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠٠	٠٠٠١		٣١
	٥٩	٥٨	٥٧	٥٦	٥٥	٥٤	٥٣	٥٢	٥١	٥٠	ب	س

الملحق (٢)

قيم "ص" والمساحات تحت المنحنى الاعتدالي "

المقابلة لقيـــم " ز "

ز	ص	المساحه
٠,٠٠	,٣٩٨٩	,٥٠٠٠
,٠١	,٣٩٨٩	,٥٠٤٠
,٠٢	,٣٩٨٩	,٥٠٨٠
,٠٣	,٣٩٨٨	,٥١٢٠
,٠٤	,٣٩٨٦	,٥١٦٠
,٠٥	,٣٩٨٤	,٥١٩٩
,٠٦	,٣٩٨٢	,٥٢٣٩
,٠٧	,٣٩٨٠	,٥٢٧٩
,٠٨	,٣٩٧٧	,٥٣١٩
,٠٩	,٣٩٧٣	,٥٣٥٩
,١٠	,٣٩٧٠	,٥٣٩٨
,١١	,٣٩٦٥	,٥٤٣٨
,١٢	,٣٩٦١	,٥٤٧٨
,١٣	,٣٩٥٦	,٥٥١٧
,١٤	,٣٩٥١	,٥٥٥٧
,١٥	,٣٩٤٥	,٥٥٩٦
,١٦	,٣٩٣٩	,٥٦٣٦
,١٧	,٣٩٣٢	,٥٦٧٥
,١٨	,٣٩٢٥	,٥٧١٤
,١٩	,٣٩١٨	,٥٧٥٣
,٢٠	,٣٩١٠	,٥٧٩٣
,٢١	,٩٩٠٢	,٥٨٣٢
,٢٢	,٣٨٩٤	,٥٨٧١
,٢٣	,٣٨٨٥	,٥٩١٠
,٢٤	,٣٨٧٦	,٥٩٤٨
,٢٥	,٣٨٦٧	,٥٩٨٧
,٢٦	,٣٨٥٧	,٦٠٢٦
,٢٧	,٣٨٤٧	,٦٠٤٦
,٢٨	,٣٨٣٦	,٦١٠٢
,٢٩	,٣٨٢٥	,٦١٤١
,٣٠	,٣٨١٤	,٦١٧٩
,٣١	,٣٨٠٢	,٦٢١٧

ز	ص	المساحه
٠,٣٢	,٣٧٩٠	,٦٢٥٥
,٣٣	,٣٧٧٨	,٦٢٩٣
,٣٤	,٣٧٦٥	,٦٣٣١
,٣٥	,٣٧٥٢	,٦٣٦٨
,٣٦	,٣٧٣٩	,٦٤٠٦
,٣٧	,٣٧٢٥	,٦٤٤٣
,٣٨	,٣٧١٢	,٦٤٨٠
,٣٩	,٣٦٩٧	,٦٥١٧
,٤٠	,٣٦٨٣	,٦٥٥٤
,٤١	,٣٦٦٨	,٦٥٩١
,٤٢	,٣٦٥٣	,٦٦٢٨
,٤٣	,٣٦٣٧	,٦٦٦٤
,٤٤	,٣٦٢١	,٦٧٠٠
,٤٥	,٣٦٠٥	,٦٧٣٦
,٤٦	,٣٥٨٩	,٦٧٧٢
,٤٧	,٣٥٧٢	,٦٨٠٨
,٤٨	,٣٥٥٥	,٦٨٤٤
,٤٩	,٣٥٣٨	,٦٨٧٩
,٥٠	,٣٥٢١	,٦٩١٥
,٥١	,٣٥٠٣	,٦٩٥٠
,٥٢	,٣٤٨٥	,٦٩٨٥
,٥٣	,٣٤٦٧	,٧٠١٩
,٥٤	,٣٤٤٨	,٧٠٥٤
,٥٥	,٣٤٢٩	,٧٠٨٨
,٥٦	,٣٤١٠	,٧١٢٣
,٥٧	,٣٣٩١	,٧١٥٧
,٥٨	,٣٣٧٢	,٧١٩٠
,٥٩	,٣٣٥٢	,٧٢٢٤
,٦٠	,٣٣٣٢	,٧٢٥٧
,٦١	,٣٣١٢	,٧٢٩١
,٦٢	,٣٢٩٢	,٧٣٢٤
,٦٣	,٣٢٧١	,٧٣٥٧

ز	ص	المساحه
,٦٤	,٣٢٥١	,٧٣٨٩
,٦٥	,٣٢٣٠	,٧٤٢٢
,٦٦	,٣٢٠٩	,٧٤٥٤
,٦٧	,٣١٨٧	,٧٤٨٦
,٦٨	,٣١٦٦	,٧٥١٧
,٦٩	,٣١٤٤	,٧٥٤٩
,٧٠	,٣١٢٣	,٧٥٨٠
,٧١	,٣١٠١	,٧٦١١
,٧٢	,٣٠٧٩	,٧٦٤٢
,٧٣	,٣٠٥٦	,٧٦٧٣
,٧٤	,٣٠٣٤	,٧٧٠٤
,٧٥	,٣٠١١	,٧٧٣٤
,٧٦	,٢٩٨٩	,٧٧٦٤
,٧٧	,٢٩٦٦	,٧٧٩٤
,٧٨	,٢٩٤٣	,٧٨٢٣
,٧٩	,٢٩٢٠	,٧٨٥٢
,٨٠	,٢٨٩٧	,٧٨٨١
,٨١	,٢٨٧٤	,٧٩١٠
,٨٢	,٢٨٥٠	,٧٩٣٩
,٨٣	,٢٨٢٧	,٧٩٦٧
,٨٤	,٢٨٠٣	,٧٩٩٥
,٨٥	,٢٧٨٠	,٨٠٢٣
,٨٦	,٢٧٥٦	,٨٠٥١
,٨٧	,٢٧٣٢	,٨٠٧٨
,٨٨	,٢٧٠٩	,٨١٠٦
,٨٩	,٢٦٨٥	,٨١٣٣
,٩٠	,٢٦٦١	,٨١٥٩
,٩١	,٢٦٣٧	,٨١٨٦
,٩٢	,٢٦١٣	,٨٢١٢
,٩٣	,٢٥٨٩	,٨٢٣٨
,٩٤	,٢٥٦٥	,٨٢٦٤
,٩٥	,٢٥٤١	,٨٢٨٩

ز	ص	المساحة
,٩٦	,٢٥١٦	,٨٣١٥
,٩٧	,٢٤٩٢	,٨٣٤٠
,٩٨	,٢٤٦٨	,٨٣٦٥
,٩٩	,٢٤٤٤	,٨٣٨٩
١,٠٠	,٢٤٢٠	,٨٤١٣
١,٠١	,٢٣٩٦	,٨٤٣٨
١,٠٢	,٢٣٧١	,٨٤٦١
١,٠٣	,٢٣٤٧	,٨٤٨٥
١,٠٤	,٢٣٢٣	,٨٥٠٨
١,٠٥	,٢٢٩٩	,٨٥٣١
١,٠٦	,٢٢٧٥	,٨٥٥٤
١,٠٧	,٢٢٥١	,٨٥٧٧
١,٠٨	,٢٢٢٧	,٨٥٩٩
١,٠٩	,٢٢٠٣	,٨٦٢١
١,١٠	,٢١٧٩	,٨٦٤٣
١,١١	,٢١٥٥	,٨٦٦٥
١,١٢	,٢١٣١	,٨٦٨٦
١,١٣	,٢١٠٧	,٨٧٠٨
١,١٤	,٢٠٨٣	,٨٧٢٩
١,١٥	,٢٠٥٩	,٨٧٤٩
١,١٦	,٢٠٣٦	,٨٧٧٠
١,١٧	,٢٠١٢	,٨٧٩٠
١,١٨	,١٩٨٩	,٨٨١٠
١,١٩	,١٩٦٥	,٨٨٣٠
١,٢٠	,١٩٤٢	,٨٨٤٩
١,٢١	,١٩١٩	,٨٨٦٩
١,٢٢	,١٨٩٥	,٨٨٨٨
١,٢٣	,١٨٧٢	,٨٩٠٧
١,٢٤	,١٨٤٩	,٨٩٢٥
١,٢٥	,١٨٢٦	,٨٩٤٤
١,٢٦	,١٨٠٤	,٨٩٦٢
١,٢٧	,١٧٨١	,٨٩٨٠
١,٢٨	,١٧٥٨	,٨٩٩٧

ز	ص	المساحة
١,٢٩	,١٧٣٦	,٩٠١٥
١,٣٠	,١٧١٤	,٩٠٣٢
١,٣١	,١٦٩١	,٩٠٤٩
١,٣٢	,١٦٦٩	,٩٠٦٦
١,٣٣	,١٦٤٧	,٩٠٨٢
١,٣٤	,١٦٢٦	,٩٠٩٩
١,٣٥	,١٦٠٤	,٩١١٥
١,٣٦	,١٥٨٢	,٩١٣١
١,٣٧	,١٥٦١	,٩١٤٧
١,٣٨	,١٥٣٩	,٩١٦٢
١,٣٩	,١٥١٨	,٩١٧٧
١,٤٠	,١٤٩٧	,٩١٩٢
١,٤١	,١٤٧٦	,٩٢٠٧
١,٤٢	,١٤٥٦	,٩٢٢٢
١,٤٣	,١٤٣٥	,٩٢٣٦
١,٤٤	,١٤١٥	,٩٢٥١
١,٤٥	,١٣٩٤	,٩٢٦٥
١,٤٦	,١٣٧٤	,٩٢٧٩
١,٤٧	,١٣٥٤	,٩٢٩٢
١,٤٨	,١٣٣٤	,٩٣٠٦
١,٤٩	,١٣١٥	,٩٣١٩
١,٥٠	,١٢٩٥	,٩٣٣٢
١,٥١	,١٢٧٦	,٩٣٤٥
١,٥٢	,١٢٥٧	,٩٣٥٧
١,٥٣	,١٢٣٨	,٩٣٧٠
١,٥٤	,١٢١٩	,٩٣٨٢
١,٥٥	,١٢٠٠	,٩٣٩٤
١,٥٦	,١١٨٢	,٩٤٠٦
١,٥٧	١١,٦٣	,٩٤١٨
١,٥٨	,١١٤٥	,٩٤٢٩
١,٥٩	,١١٢٧	,٩٤٤١
١,٦٠	,١١٠٩	,٩٤٥٢
١,٦١	,١٠٩٢	,٩٤٦٣

ز	ص	المساحة
١,٦٢	,١٠٧٤	,٩٤٧٤
١,٦٣	,١٠٥٧	,٩٤٨٤
١,٦٤	,١٠٤٠	,٩٤٩٥
١,٦٥	,١٠٢٣	,٩٥٠٥
١,٦٦	,١٠٠٦	,٩٥١٥
١,٦٧	,٠٩٨٩	,٩٥٢٥
١,٦٨	,٠٩٧٣	,٩٥٣٥
١,٦٩	,٠٩٥٧	,٩٥٤٥
١,٧٠	,٠٩٤٠	,٩٥٥٤
١,٧١	,٠٩٢٥	,٩٥٦٤
١,٧٢	,٠٩٠٩	,٩٥٧٣
١,٧٣	,٠٨٩[illegible]	,٩٥٨٢
١,٧٤	,٠٨٧[illegible]	,٩٥٩١
١,٧٥	,٠٨٦[illegible]	,٩٥٩٩
١,٧٦	,٠٨٤[illegible]	,٩٦٠٨
١,٧٧	,٠٨٣[illegible]	,٩٦١٦
١,٧٨	,٠٨١[illegible]	,٩٦٢٥
١,٧٩	,٠٨٠٤	,٩٦٣٣
١,٨٠	,٠٧٩٠	,٩٦٤١
١,٨١	,٠٧٧٥	,٩٦٤٩
١,٨٢	,٠٧٦١	,٩٦٥٦
١,٨٣	,٠٧٤٨	,٩٦٦٤
١,٨٤	,٠٧٣٤	,٩٦٧١
١,٨٥	,٠٧٢١	,٩٦٧٨
١,٨٦	,٠٧٠٧	,٩٦٨٦
١,٨٧	,٠٦٩٤	,٩٦٩٣
١,٨٨	,٠٦٨١	,٩٦٩٩
١,٨٩	,٠٦٦٩	,٩٧٠٦
١,٩٠	,٠٦٥٦	,٩٧١٣
١,٩١	,٠٦٤٤	,٩٧١٩
١,٩٢	,٠٦٣٢	,٩٧٢٦
١,٩٣	,٠٦٢٠	,٩٧٣٢
١,٩٤	,٠٦٠٨	,٩٧٣٨

ز	ص	المساحه
١,٩٥	٠,٠٥٩٦	,٩٧٤٤
١,٩٦	٠,٠٥٨٤	,٩٧٥٠
١,٩٧	٠,٠٥٧٣	,٩٧٥٦
١,٩٨	٠,٠٥٦٢	,٩٧٦١
١,٩٩	٠,٠٥٥١	,٩٧٦٧
٢,٠٠	٠,٠٥٤٠	,٩٧٧٢
٢,٠١	٠,٠٥٢٩	,٩٧٧٨
٢,٠٢	٠,٠٥١٩	,٩٧٨٣
٢,٠٣	٠,٠٥٠٨	,٩٧٨٨
٢,٠٤	٠,٠٤٩٨	,٩٧٩٣
٢,٠٥	٠,٠٤٨٨	,٩٧٩٨
٢,٠٦	٠,٠٤٧٨	,٩٨٠٣
٢,٠٧	٠,٠٤٦٨	,٩٨٠٨
٢,٠٨	٠,٠٤٥٩	,٩٨١٢
٢,٠٩	٠,٠٤٤٩	,٩٨١٧
٢,١٠	٠,٠٤٤٠	,٩٨٢١
٢,١١	٠,٠٤٣١	,٩٨٢٦
٢,١٢	٠,٠٤٢٢	,٩٨٣٠
٢,١٣	٠,٠٤١٣	,٩٨٣٤
٢,١٤	٠,٠٤٠٤	,٩٨٣٨
٢,١٥	٠,٠٣٩٦	,٩٨٤٢
٢,١٦	٠,٠٣٨٧	,٩٨٤٦
٢,١٧	٠,٠٣٧٩	,٩٨٥٠
٢,١٨	٠,٠٣٧١	,٩٨٥٤
٢,١٩	٠,٠٣٦٣	,٩٨٥٧
٢,٢٠	٠,٠٣٥٥	,٩٨٦١
٢,٢١	٠,٠٣٤٧	,٩٨٦٤
٢,٢٢	٠,٠٣٣٩	,٩٨٦٨
٢,٢٣	٠,٠٣٣٢	,٩٨٧١
٢,٢٤	٠,٠٣٢٥	,٩٨٧٥
٢,٢٥	٠,٠٣١٧	,٩٨٧٨
٢,٢٦	٠,٠٣١٠	,٩٨٨١
٢,٢٧	٠,٠٣٠٣	,٩٨٨٤

ز	ص	المساحه
٢,٢٨	٠,٠٢٩٧	,٩٨٨٧
٢,٢٩	٠,٠٢٩٠	,٩٨٩٠
٢,٣٠	٠,٠٢٨٣	,٩٨٩٣
٢,٣١	٠,٠٢٧٧	,٩٨٩٦
٢,٣٢	٠,٠٢٧٠	,٩٨٩٨
٢,٣٣	٠,٠٢٦٤	,٩٩٠١
٢,٣٤	٠,٠٢٥٨	,٩٩٠٤
٢,٣٥	٠,٠٢٥٢	,٩٩٠٦
٢,٣٦	٠,٠٢٤٦	,٩٩٠٩
٢,٣٧	٠,٠٢٤١	,٩٩١١
٢,٣٨	٠,٠٢٣٥	,٩٩١٣
٢,٣٩	٠,٠٢٢٩	,٩٩١٦
٢,٤٠	٠,٠٢٢٤	,٩٩١٨
٢,٤١	٠,٠٢١٩	,٩٩٢٠
٢,٤٢	٠,٠٢١٣	,٩٩٢٢
٢,٤٣	٠,٠٢٠٨	,٩٩٢٥
٢,٤٤	٠,٠٢٠٣	,٩٩٢٧
٢,٤٥	٠,٠١٩٨	,٩٩٢٩
٢,٤٦	٠,٠١٩٤	,٩٩٣١
٢,٤٧	٠,٠١٨٩	,٩٩٣٢
٢,٤٨	٠,٠١٨٤	,٩٩٣٤
٢,٤٩	٠,٠١٨٠	,٩٩٣٦
٢,٥٠	٠,٠١٧٥	,٩٩٣٨
٢,٥١	٠,٠١٧١	,٩٩٤٠
٢,٥٢	٠,٠١٦٧	,٩٩٤١
٢,٥٣	٠,٠١٦٣	,٩٩٤٣
٢,٥٤	٠,٠١٥٨	,٩٩٤٥
٢,٥٥	٠,٠١٥٤	,٩٩٤٦
٢,٥٦	٠,٠١٥١	,٩٩٤٨
٢,٥٧	٠,٠١٤٧	,٩٩٤٩
٢,٥٨	٠,٠١٤٣	,٩٩٥١
٢,٥٩	٠,٠١٣٩	,٩٩٥٢
٢,٦٠	٠,٠١٣٦	,٩٩٥٣

ز	ص	المساحه
٢,٦١	٠,٠١٣٢	,٩٩٥٥
٢,٦٢	٠,٠١٢٩	,٩٩٥٦
٢,٦٣	٠,٠١٢٦	,٩٩٥٧
٢,٦٤	٠,٠١٢٢	,٩٩٥٩
٢,٦٥	٠,٠١١٩	,٩٩٦٠
٢,٦٦	٠,٠١١٦	,٩٩٦١
٢,٦٧	٠,٠١١٣	,٩٩٦٢
٢,٦٨	٠,٠١١٠	,٩٩٦٣
٢,٦٩	٠,٠١٠٧	,٩٩٦٤
٢,٧٠	٠,٠١٠٤	,٩٩٦٥
٢,٧١	٠,٠١٠١	,٩٩٦٦
٢,٧٢	٠,٠٠٩٩	,٩٩٦٧
٢,٧٣	٠,٠٠٩٦	,٩٩٦٨
٢,٧٤	٠,٠٠٩٣	,٩٩٦٩
٢,٧٥	٠,٠٠٩١	,٩٩٧٠
٢,٧٦	٠,٠٠٨٨	,٩٩٧١
٢,٧٧	٠,٠٠٨٦	,٩٩٧٢
٢,٧٨	٠,٠٠٨٤	,٩٩٧٣
٢,٧٩	٠,٠٠٨١	,٩٩٧٤
٢,٨٠	٠,٠٠٧٩	,٩٩٧٤
٢,٨١	٠,٠٠٧٧	,٩٩٧٥
٢,٨٢	٠,٠٠٧٥	,٩٩٧٦
٢,٨٣	٠,٠٠٧٣	,٩٩٧٧
٢,٨٤	٠,٠٠٧١	,٩٩٧٧
٢,٨٥	٠,٠٠٦٩	,٩٩٧٨
٢,٨٦	٠,٠٠٦٧	,٩٩٧٩
٢,٨٧	٠,٠٠٦٥	,٩٩٧٩
٢,٨٨	٠,٠٠٦٣	,٩٩٨٠
٢,٨٩	٠,٠٠٦١	,٩٩٨١
٢,٩٠	٠,٠٠٦٠	,٩٩٨١
٢,٩١	٠,٠٠٥٨	,٩٩٨٢
٢,٩٢	٠,٠٠٥٦	,٩٩٨٢
٢,٩٣	٠,٠٠٥٥	,٩٩٨٣

ز	ص	المساحه
٢,٩٤	,٠٠٥٣	,٩٩٨٤
٢,٩٥	,٠٠٥١	,٩٩٨٤
٢,٩٦	,٠٠٥٠	,٩٩٨٥
٢,٩٧	,٠٠٤٨	,٩٩٨٥
٢,٩٨	,٠٠٤٧	,٩٩٨٦
٢,٩٩	,٠٠٤٦	,٩٩٨٦
٣,٠٠	,٠٠٤٤	,٩٩٨٧
٣,٠١	,٠٠٤٣	,٩٩٨٧
٣,٠٢	,٠٠٤٢	,٩٩٨٧
٣,٠٣	,٠٠٤٠	,٩٩٨٨
٣,٠٤	,٠٠٣٩	,٩٩٨٨
٣,٠٥	,٠٠٣٨	,٩٩٨٩
٣,٠٦	,٠٠٣٧	,٩٩٨٩
٣,٠٧	,٠٠٣٦	,٩٩٨٩
٣,٠٨	,٠٠٣٥	,٩٩٩٠
٣,٠٩	,٠٠٣٤	,٩٩٩٠
٣,١٠	,٠٠٣٣	,٩٩٩٠
٣,١١	,٠٠٣٢	,٩٩٩١
٣,١٢	,٠٠٣١	,٩٩٩١
٣,١٣	,٠٠٣٠	,٩٩٩١
٣,١٤	,٠٠٢٩	,٩٩٩٢
٣,١٥	,٠٠٢٨	,٩٩٩٢
٣,١٦	,٠٠٢٧	,٩٩٩٢
٣,١٧	,٠٠٢٦	,٩٩٩٢
٣,١٨	,٠٠٢٥	,٩٩٩٣
٣,١٩	,٠٠٢٥	,٩٩٩٣
٣,٢٠	,٠٠٢٤	,٩٩٩٣
٣,٢١	,٠٠٢٣	,٩٩٩٣
٣,٢٢	,٠٠٢٢	,٩٩٩٤
٣,٢٣	,٠٠٢٢	,٩٩٩٤
٣,٢٤	,٠٠٢١	,٩٩٩٤

ز	ص
٣,٢٥	— ٢٠٤٠+(٢),٠ *
٣,٢٦	— ١٩٨١+(٢),٠
٣,٢٧	— ١٩٢٣+(٢),٠
٣,٢٨	— ١٨٤٧+(٢),٠
٣,٢٩	— ١٨٠٣+(٢),٠
٣,٣٠	— ١٧٤٥+(٢),٠
٣,٣١	— ١٦٧٨+(٢),٠
٣,٣٢	— ١٦٢١+(٢),٠
٣,٣٣	— ١٥٦٥+(٢),٠
٣,٣٤	— ١٤٩٧+(٢),٠
٣,٣٥	— ١٤٦٠+(٢),٠
٣,٣٦	— ١٣٧٣+(٢),٠
٣,٣٧	— ١٣٥٥+(٢),٠
٣,٣٨	— ١٢٩٨+(٢),٠
٣,٣٩	— ١٢٥٩+(٢),٠
٣,٤٠	— ١١٧٨+(٢),٠
٣,٥٠	— ٨٧٢٧+(٣),٠
٣,٧٥	— ٤٠٣٣+(٣),٠
٤,٠٠	— ١٣٣٨+(٣),٠
٤,٥٠	— ١٥٩٨+(٤),٠
٥,٠٠	— ١٤٨٧+(٥),٠
٥,٥٠	— ١٠٧٧+(٦),٠
٦,٠٠	— ٦٠٧٦+(٨),٠
٦,٥٠	— ٢٦٧٠+(٩),٠
٧,٠٠	— ٩١٣٥+(١١),٠
٧,٥٠	— ٢٤٣٤+(١٢),٠
٨,٠٠	— ٥٠٥٢+(١٤),٠
٨,٥٠	— ٨١٦٦+(١٦),٠
٩,٠٠	— ١٠٢٨+(١٧),٠
٩,٥٠	— ١٠٠٨+(١٩),٠
١٠,٠٠	— ٧٦٩٥+(٢٢),٠

ز	المساحة
٣,٢٥	,٩٩٩٤
٣,٢٦	,٩٩٩٤
٣,٢٧	,٩٩٩٥
٣,٢٨	,٩٩٩٥
٣,٢٩	,٩٩٩٥
٣,٣٠	,٩٩٩٥
٣,٣١	,٩٩٩٥
٣,٣٢	,٩٩٩٥
٣,٣٣	,٩٩٩٦
٣,٣٤	,٩٩٩٦
٣,٣٥	,٩٩٩٦
٣,٣٦	,٩٩٩٦
٣,٣٧	,٩٩٩٦
٣,٣٨	,٩٩٩٦
٣,٣٩	,٩٩٩٧
٣,٤٠	,٩٩٩٧
٣,٥٠	,٩٩٩٨
٣,٧٥	— ٨٩٨+(٣),٩
٤,٠٠	— ٦٨٣+(٤),٩
٤,٥٠	— ٦٦٠+(٥),٩
٥,٠٠	— ٧١٣+(٦),٩
٥,٥٠	— ٨١٠+(٧),٩
٦,٠٠	— ٠١٣+(٩),٩
٦,٥٠	— ٥٩٨+(١٠),٩
٧,٠٠	— ٨٧٢+(١١),٩
٧,٥٠	— ٦٨١+(١٣),٩
٨,٠٠	— ٣٧٨+(١٥),٩
٨,٥٠	— ٠٥٢+(١٧),٩
٩,٠٠	— ٨٨٧+(١٨),٩
٩,٥٠	— ٨٩٥+(٢٠),٩
١٠,٠٠	— ٢٣٤+(٢٣),٩

* تعني تكرار الصفر مرتين ثم التكمله بالعدد المكون من الارقام الاربعه الباقيه ، وكذلك الامر بالنسبه الى ٩ مع التكمله بالعدد المكون من الارقام الثلاثه الباقيه .

الملحق رقم (٣)

قيم "ت" ومستويات دلالتها*

درجات الحرية	مستويات الدلالة الاحصائية		
	٠,٠٥	٠,٠١	٠,٠٠١
١	١٢,٧١	٦٣,٦٦	٦٣٦,٦٢
٥	٢,٥٧	٤,٠٣	٦,٨٦
١٠	٢,٢٣	٣,١٧	٤,٥٩
١٥	٢,١٣	٢,٩٥	٤,٠٧
٢٠	٢,٠٩	٢,٨٥	٣,٨٥
٢٥	٢,٠٦	٢,٧٩	٣,٧٢
٣٠	٢,٠٤	٢,٧٥	٣,٦٥
٤٠	٢,٠٢	٢,٧٠	٣,٥٥
٥٠	٢,٠١	٢,٦٨	٣,٥٠
٦٠	٢,٠٠	٢,٦٦	٣,٤٦
٧٠	١,٩٩	٢,٦٥	٣,٤٤
٨٠	١,٩٩	٢,٦٤	٣,٤٢
٩٠	١,٩٩	٢,٦٢	٣,٤٠
١٠٠	١,٩٨	٢,٦٣	٣,٣٩
١٥٠	١,٩٨	٢,٦١	٣,٣٦
٢٠٠	١,٩٧	٢,٦٠	٣,٣٤
٣٠٠	١,٩٧	٢,٥٩	٣,٣٢
٤٠٠	١,٩٧	٢,٥٩	٣,٣٢
٥٠٠	١,٩٦	٢,٥٩	٣,٣١
١٠٠٠	١,٩٦	٢,٥٨	٣,٣٠
∞	١,٩٦	٢,٥٨	٣,٢٩

(*)-Albert K. Kurtz,and other,Op.Cit.,P.417,Table (G).

الملحق رقم (٤)

قيم "ت" عند مستوى دلالة ١٪ ، ٥٪ بالنسبة لمجموعات "ت" لكل قيم ن ، ن من ١ : ٢٠*

ن١ / ن٢	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
٢	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...	... ...
٣	... ...	... ...	... ...	... ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...
٤	... ...	... ...	... ...	... ... ٢ ٩	... ... ٢ ٩	... ... ٢ ...	٢ ... ٣- ...	٢ ... ٣- ...	٢ ... ٣- ...
٥	... ...	... ...	... ... ٢ ٩	... ... ٢ ١٠	٢ ١١ ٣_ +١٠	٢ ... ٣_ ١١	٢ ... ٣_ ١١	٢ ... ٣_ ...	٣- ... ٣_ ...
٦	... ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ٩	٢ ١١ ٣_ +١٠	٢ ١٢ ٣_ +١١	٢ ١٣ ٣_ +١٢	٣_ ١٣ ٣_ +١٢	٣_ ... ٤_ ١٣	٣_ ... ٤_ ١٣
٧	... ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	٢ ... ٣_ ١١	٢ ١٣ ٣_ +١٢	٣_ +١٣ ٣_ +١٣	٣_ +١٤ ٤_ +١٣	٣_ ١٥ ٤_ +١٤	٣_ ١٥ ٥_ +١٤
٨	... ...	... ... ٢ ...	٢ ... ٣_ ...	٢ ... ٣_ ١١	٣_ +١٣ ٣_ +١٢	٣_ +١٤ ٤_ +١٣	٣_ +١٥ ٤_ +١٤	٣_ +١٥ ٥_ +١٤	٤_ +١٦ ٥_ +١٥
٩	... ...	... ... ٢ ...	٢ ... ٣_ ...	٢ ... ٣_ ...	٣_ ... ٤_ ١٣	٣_ ١٥ ٤_ +١٤	٣_ +١٥ ٥_ +١٤	٤_ +١٦ ٥_ +١٥	٤_ +١٧ ٥_ +١٦
١٠	... ...	... ... ٢ ...	٢ ... ٣_ ...	٣_ ... ٣_ ...	٣_ ... ٤_ ...	٣_ ١٥ ٥_ +١٤	٤_ +١٦ ٥_ +١٥	٤_ +١٧ ٥_ +١٦	٥_ +١٧ ٦_ +١٦
١١	... ...	... ... ٢ ...	٢ ... ٣_ ...	٣_ ... ٤_ ...	٣_ ... ٤_ ١٣	٤_ ١٥ ٥_ +١٤	٤_ +١٦ ٥_ +١٥	٥_ +١٦ ٦_ +١٧	٥_ +١٨ ٦_ +١٧

تابع الملحق رقم (٤)

١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
... ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...	... ... ٢ ...
... ... ٢ ...	٢ ... ٢ ...	٢ ... ٢ ...	٢ ... ٢ ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...
٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٢ ... ٣ - ...	٣ - ... ٣ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...
٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٣ - ... ٤ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...
٣ - ... ٤ - ١٢	٣ - ... ٤ - ١٢	٣ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٥ - ...	٤ - ... ٦ - ...	٤ - ... ٦ - ...
٤ - ١٥ ٥ - ١٤+	٤ - ... ٥ - ١٤	٤ - ... ٥ - ١٥	٤ - ... ٥ - ١٥	٤ - ... ٦ - ١٥	٥ - ... ٦ - ...	٥ - ... ٦ - ...	٥ - ... ٦ - ...	٥ - ... ٦ - ...	٥ - ... ٦ - ...
٤ - ١٦+ ٥ - ١٥+	٤ - ١٧ ٦ - ١٦+	٥ - ١٧ ٦ - ١٦+	٥ - ١٧ ٦ - ١٦+	٥ - ... ٦ - ١٦+	٥ - ... ٦ - ١٧	٥ - ... ٧ - ١٧	٦ - ... ٧ - ١٧	٦ - ... ٧ - ١٧	٦ - ... ٧ - ١٧
٥ - ١٧+ ٦ - ١٦+	٥ - ١٨+ ٦ - ١٦+	٥ - ١٨+ ٦ - ١٧+	٥ - ١٨+ ٧ - ١٧+	٦ - ١٩ ٧ - ١٨+	٦ - ١٩ ٧ - ١٨+	٦ - ١٩ ٧ - ١٨+	٦ - ... ٨ - ١٨+	٦ - ... ٨ - ١٨+	٧ - ... ٨ - ١٨+
٥ - ١٨+ ٦ - ١٧+	٥ - ١٩+ ٧ - ١٧+	٥ - ١٩+ ٧ - ١٨+	٦ - ١٩+ ٧ - ١٨+	٦ - ٢٠+ ٧ - ١٨+	٦ - ٢٠+ ٨ - ١٩+	٧ - ٢٠+ ٨ - ١٩+	٧ - ٢١ ٨ - ١٩+	٧ - ٢١ ٨ - ٢٠+	٧ - ٢١ ٩ - ٢٠+
٥ - ١٩+ ٧ - ١٧+	٦ - ١٩+ ٧ - ١٨+	٦ - ٢٠+ ٧ - ١٩+	٦ - ٢٠+ ٨ - ١٩+	٧ - ٢١+ ٨ - ١٩+	٧ - ٢١+ ٨ - ٢٠+	٧ - ٢٢+ ٩ - ٢٠+	٧ - ٢٢+ ٩ - ٢٠+	٨ - ٢٢+ ٩ - ٢١+	٨ - ٢٢+ ٩ - ٢١+

تابع الملحق رقم (٤)

	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠
١٢	... ... ٢	... ٢ ... ٢	... ٢ ... -٣	... -٣ ... -٤	... -٣ ١٣ - ٤	... - ٤ +١٤ - ٥	١٧- ٤ +١٦- ٦	+١٨- ٥ +١٣- ٦	+١٩- ٥ +١٧- ٧
١٣	... ... ٢	... ٢ ... ٢	... ٢ ... -٣	... -٣ ... -٤	... -٣ ... -٥	... - ٤ ١٥ - ٥	١٧- ٥ +١٦- ٦	+١٨- ٥ +١٧- ٦	+١٩- ٥ +١٨- ٧
١٤	... ... ٢	... ٢ ... ٢	... ٢ ... -٣	... -٣ ... -٤	... - ٤ ... - ٥	... - ٤ ١٥ - ٥	١٧- ٥ +١٦- ٦	+١٨- ٥ +١٧- ٧	+١٩- ٦ +١٨- ٧
١٥	... ... ٢	... ٢ ...-٣	... -٣ ... -٣	... -٣ ... -٤	... - ٤ ... - ٥	... - ٤ ١٥ - ٦	... -٥ +١٦ -٦	١٩- ٦ +١٨- ٧	+٢٠- ٦ +١٨- ٧
١٦	... ... ٢	... ٢ ... -٣	... -٣ ... - ٤	... -٣ ... -٤	... - ٤ ... - ٥	... - ٥ ... - ٦	... -٥ ١٧ -٦	١٩- ٦ +١٨- ٧	+٢٠- ٦ +١٩- ٨
١٧	... ... ٢	... ٢ ... -٣	... -٣ ... - ٤	... -٣ ... - ٤	... - ٤ ... - ٥	... -٥ ... -٦	... -٥ ١٧ - ٧	١٩ - ٦ +١٨ - ٧	+٢٠- ٧ +١٩- ٨
١٨	... ... ٢	... ٢ ... - ٣	... -٣ ... - ٤	... - ٤ ... - ٥	... - ٤ ... - ٥	... -٥ ... -٦	... - ٦ ١٧ - ٧	... - ٦ +١٨ -٨	٢١-٧ +١٩- ٨
١٩	... ... ٢	... ٢ ... -٣	...-٣ ... -٤	... - ٤ ... - ٥	... - ٤ ... - ٦	... -٥ ... -٦	... - ٦ ١٧ - ٧	... -٦ +١٨ -٨	٢١- ٧ +٢٠- ٨
٢٠	... ... ٢	... ٢ ... -٣	... -٣ ... - ٤	... -٤ ... -٥	... - ٤ ... - ٦	... -٥ ... -٦	... - ٦ ١٧ - ٧	... -٧ +١٨ -٨	٢١-٧ +٢٠- ٩
ن٢ / ن١	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠

(٤/٤)

تابع الملحق رقم (٤)

١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠
٦ـ ١٩+ ٧ـ ١٨+	٦ـ ٢٠+ ٧ـ ١٩+	٦ـ ٢١+ ٨ـ ١٩+	٧ـ ٢١+ ٨ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٨ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ١٠ـ ٢٢+	٨ـ ٢٣+ ١٠ـ ٢٢+
٦ـ ٢٠+ ٧ـ ١٩+	٦ـ ٢١+ ٨ـ ١٩+	٧ـ ٢١+ ٨ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ١٠ـ ٢٢+	٨ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٢+	٩ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+
٦ـ ٢٠+ ٨ـ ١٩+	٧ـ ٢١+ ٨ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢٠+	٧ـ ٢٣+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ٩ـ ٢٢+	٨ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٢+	٨ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٤+
٧ـ ٢١+ ٨ـ ١٩+	٧ـ ٢٢+ ٨ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ٩ـ ٢٢+	٨ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٢+	٩ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٦+ ١٢ـ ٢٥+
٧ـ ٢١+ ٨ـ ٢٠+	٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٢+	٩ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٣+	٩ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٥+
٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢٠+	٨ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ١٠ـ ٢٢+	٨ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٣+	٩ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٦+	١١ـ ٢٨+ ١٣ـ ٢٦+
٧ـ ٢٢+ ٩ـ ٢٠+	٨ـ ٢٣+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٤+ ١٠ ٢٢+	٩ـ ٢٥+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٥+	١١ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٦+	١١ـ ٢٨+ ١٣ـ ٢٦+	١١ـ ٢٩+ ١٣ـ ٢٧+
٨ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ١٠ـ ٢٢+	٩ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٣+	١٠ـ ٢٦+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٦+	١١ـ ٢٨+ ١٣ـ ٢٦+	١١ـ ٢٩+ ١٣ـ ٢٧+	١٢ـ ٢٩+ ١٣ـ ٢٧+
٨ـ ٢٢+ ٩ـ ٢١+	٨ـ ٢٣+ ١٠ـ ٢٢+	٩ـ ٢٤+ ١٠ـ ٢٣+	٩ـ ٢٥+ ١١ـ ٢٤+	١٠ـ ٢٦+ ١٢ـ ٢٥+	١٠ـ ٢٧+ ١٢ـ ٢٥+	١١ـ ٢٨+ ١٢ـ ٢٦+	١١ـ ٢٩+ ١٢ـ ٢٧+	١٢ـ ٢٩+ ١٢ـ ٢٧+	١٢ـ ٣٠+ ١٤ـ ٢٨+
١١	١٢	١٣	١٤	١٥	١٦	١٧	١٨	١٩	٢٠

(*) Albert K. Kurtz&other. OP.CIT., Pp.508-5II.Table (Y).

الملحق رقم (٥)

قيم كا^{2} عند مستويات دلالة ٠٥ر، ٠١ر، ٠٠١ر*

د ح	مستويات الدلالة		
	٠٥ر	٠١ر	٠٠١ر
١	٣,٨٤	٦,٦٤	١٠,٨٣
٢	٥,٩٩	٩,٢١	١٣,٨٢
٣	٧,٨٢	١١,٣٤	١٦,٢٧
٤	٩,٤٩	١٣,٢٨	١٨,٤٦
٥	١١,٠٧	١٥,٠٩	٢٠,٥٢
٦	١٢,٥٩	١٦,٨١	٢٢,٤٦
٧	١٤,٠٧	١٨,٤٨	٢٤,٣٢
٨	١٥,٥١	٢٠,٠٩	٢٦,١٢
٩	١٦,٩٢	٢١,٦٧	٢٧,٨٨
١٠	١٨,٣١	٢٣,٢١	٢٩,٥٩
١١	١٩,٦٨	٢٤,٧٢	٣١,٢٦
١٢	٢١,٠٣	٢٦,٢٢	٣٢,٩١
١٣	٢٢,٣٦	٢٧,٦٩	٣٤,٥٣
١٤	٢٣,٦٨	٢٩,١٤	٣٦,١٢
١٥	٢٥,٠٠	٣٠,٥٨	٣٧,٧٠
١٦	٢٦,٣٠	٣٢,٠٠	٣٩,٢٩
١٧	٢٧,٥٩	٣٣,٤١	٤٠,٧٥
١٨	٢٨,٨٧	٣٤,٨٠	٤٢,٣١
١٩	٣٠,١٤	٣٦,١٩	٤٣,٨٢
٢٠	٣١,٤١	٣٧,٥٧	٤٥,٣٢
٢١	٣٢,٦٧	٣٨,٩٣	٤٦,٨٠
٢٢	٣٣,٩٢	٤٠,٢٩	٤٨,٢٧
٢٣	٣٥,١٧	٤١,٦٤	٤٩,٧٣
٢٤	٣٦,٤٢	٤٢,٩٨	٥١,١٨
٢٥	٣٧,٦٥	٤٤,٣١	٥٢,٦٢
٢٦	٣٨,٨٨	٤٥,٦٤	٥٤,٠٥
٢٧	٤٠,١١	٤٦,٩٦	٥٥,٤٨
٢٨	٤١,٣٤	٤٨,٢٨	٥٦,٨٩
٢٩	٤٢,٥٦	٤٩,٥٩	٥٨,٣٠
٣٠	٤٣,٧٧	٥٠,٨٩	٥٩,٧٠

(*)-R.A.Fisher, STATISTICAL METHODS FOR RESEARCH WORKERS, Hafner Press, Reprinted by Permission of the Publisher, New York, 14th edition, 1970, Pp. 112-113.

الملحق رقم (٦)

نسب الاحتمالات ب ، ق حيث ب + ق = ١ وعلاقتها بارتفاع المنحنى الاعتدالي عن محور السينات " ص "

(٥٧ : ٥٨٧ – ٥٨٨)

ب أو ق	ب.ق	√(ب ق)	ب ق / ص	√(ب ق) / ص	ب / ص	ص / ب	ص	ص / ق	ق / ص	√(ب / ق)	√(ق / ب)	ق أو ب
٠٫٩٩	٠٫٠٠٩٩	—٠٫٠٩٩٥	٠٫٣٧١٥	٣٫٧٣٣	٣٧٫١٥ —	٠٫٠٢٦٩٢	٠٫٠٢٦٦٥	٢٫٦٦٥	٠٫٣٧٥٢	٩٫٩٥٠	٠٫١٠٠٥	٠٫٠١
٠٫٩٨	٠٫٠١٩٦	٠٫١٤٠٠	٠٫٤٠٤٨	٢٫٨٩٢	٢٠٫٢٤	٠٫٠٤٩٤١	٠٫٠٤٨٤٢	٢٫٤٢١	٠٫٤١٣١	٧٫٠٠٠	٠٫١٤٢٩	٠٫٠٢
٠٫٩٧	٠٫٠٢٩١	٠٫١٧٠٦	٠٫٤٢٧٧	٢٫٥٠٧	١٤٫٢٦	٠٫٠٧٠١٥	٠٫٠٦٨٠٤	٢٫٢٦٨	٠٫٤٤٠٩	٥٫٦٨٦	٠٫١٧٥٩	٠٫٠٣
٠٫٩٦	٠٫٠٣٨٤	٠٫١٩٦٠	٠٫٤٤٥٦	٢٫٢٧٤	١١٫١٤	٠٫٠٨٩٧٦	٠٫٠٨٦١٧	٢٫١٥٤	٠٫٤٦٤٢	٤٫٨٩٩	٠٫٢٠٤١	٠٫٠٤
٠٫٩٥	٠٫٠٤٧٥	٠٫٢١٧٩	٠٫٤٦٠٥	٢٫١١٣	٩٫٢١١	٠٫١٠٨٦	٠٫١٠٣١٠	٢٫٠٦٣	٠٫٤٨٤٨	٤٫٣٥٩	٠٫٢٢٩٤	٠٫٠٥
٠٫٩٤	٠٫٠٥٦٤	—٠٫٢٣٧٥	٠٫٤٧٣٥	١٫٩٩٤	٧٫٨٩١	٠٫١٢٦٧	٠٫١١٩١٠	١٫٩٨٥	٠٫٥٠٣٧	٣٫٩٥٨	٠٫٢٥٢٦	٠٫٠٦
٠٫٩٣	٠٫٠٦٥١	٠٫٢٥٥١	٠٫٤٨٤٨	١٫٩٠٠	٦٫٩٢٦	٠٫١٤٤٤	٠٫١٣٤٣٠	١٫٩١٨	٠٫٥٢١٣	٣٫٦٤٥	٠٫٢٧٤٣	٠٫٠٧
٠٫٩٢	٠٫٠٧٣٦	٠٫٢٧١٣	٠٫٤٩٥١	١٫٨٢٥	٦٫١٨٨	٠٫١٦١٦	٠٫١٤٨٧٠	١٫٨٥٨	٠٫٥٣٨١	٣٫٣٩١	٠٫٢٩٤٩	٠٫٠٨
٠٫٩١	٠٫٠٨١٩	٠٫٢٨٦٢	٠٫٥٠٤٣	١٫٧٦٢	٥٫٦٠٤	٠٫١٧٨٥	٠٫١٦٢٤٠	١٫٨٠٤	٠٫٥٥٤٢	٣٫١٨٠	٠٫٣١٤٥	٠٫٠٩
٠٫٩٠	٠٫٠٩٠٠	٠٫٣٠٠٠	٠٫٥١٢٨	١٫٧٠٩	٥٫١٢٨	٠٫١٩٥٠	٠٫١٧٥٥٠	١٫٧٥٥	٠٫٥٦٩٨	٣٫٠٠٠	٠٫٣٣٣٣	٠٫١٠
٠٫٨٩	٠٫٠٩٧٩	٠٫٣١٢٩	٠٫٥٢٠٦	١٫٦٦٤	٤٫٧٣٣	٠٫٢١١٣	٠٫١٨٨٠٠	١٫٧٠٩	٠٫٥٨٥٠	٢٫٨٤٤	٠٫٣٥١٦	٠٫١١
٠٫٨٨	٠٫١٠٥٦	٠٫٣٢٥٠	٠٫٥٢٧٩	١٫٦٢٥	٤٫٣٩٩	٠٫٢٢٧٣	٠٫٢٠٠٠٠	١٫٦٦٧	٠٫٥٩٩٩	٢٫٧٠٨	٠٫٣٦٩٣	٠٫١٢
٠٫٨٧	٠٫١١٣١	٠٫٣٣٦٣	٠٫٥٣٤٦	١٫٥٩٠	٤٫١١٢	٠٫٢٤٣٢	٠٫٢١١٥٠	١٫٦٢٧	٠٫٦١٤٥	٢٫٥٨٧	٠٫٣٨٦٥	٠٫١٣
٠٫٨٦	٠٫١٢٠٤	٠٫٣٤٧٠	٠٫٥٤٠٩	١٫٥٥٩	٣٫٨٦٤	٠٫٢٥٨٨	٠٫٢٢٢٦٠	١٫٥٩٠	٠٫٦٢٩٠	٢٫٤٧٨	٠٫٤٠٣٥	٠٫١٤
٠٫٨٥	٠٫١٢٧٥	٠٫٣٥٧١	٠٫٥٤٦٨	١٫٥٣٢	٣٫٦٤٦	٠٫٢٧٤٣	٠٫٢٣٣٢٠	١٫٥٥٤	٠٫٦٤٣٣	٢٫٣٨٠	٠٫٤٢٠١	٠٫١٥
٠٫٨٤	٠٫١٣٤٤	٠٫٣٦٦٦	٠٫٥٥٢٤	١٫٥٠٧	٣٫٤٥٢	٠٫٢٨٩٦	٠٫٢٤٣٣٠	١٫٥٢١	٠٫٦٥٧٦	٢٫٢٩١	٠٫٤٣٦٥	٠٫١٦
٠٫٨٣	٠٫١٤١١	٠٫٣٧٥٦	٠٫٥٥٧٦	١٫٤٨٤	٣٫٢٨٠	٠٫٣٠٤٩	٠٫٢٥٣١٠	١٫٤٨٩	٠٫٦٧١٨	٢٫٢١٠	٠٫٤٥٢٥	٠٫١٧
٠٫٨٢	٠٫١٤٧٦	٠٫٣٨٤٢	٠٫٥٦٢٥	١٫٤٦٤	٣٫١٢٥	٠٫٣٢٠٠	٠٫٢٦٢٤٠	١٫٤٥٨	٠٫٦٨٦٠	٢٫١٣٤	٠٫٤٦٨٥	٠٫١٨
٠٫٨١	٠٫١٥٣٩	٠٫٣٩٢٣	٠٫٥٦٧١	١٫٤٤٦	٢٫٩٨٥	٠٫٣٣٥٠	٠٫٢٧١٤٠	١٫٤٢٨	٠٫٧٠٠٢	٢٫٠٦٥	٠٫٤٨٤٤	٠٫١٩
٠٫٨٠	٠٫١٦٠٠	٠٫٤٠٠٠	٠٫٥٧١٥	١٫٤٢٩	٢٫٨٥٨	٠٫٣٥٠٠	٠٫٢٨٠٠٠	١٫٤٠٠	٠٫٧١٤٤	٢٫٠٠٠	٠٫٥٠٠٠	٠٫٢٠

تابع الملحق رقم (٦)

ب أو ق	ب ق	√(ب ق)	ب ق / ص	√(ب ق / ص)	ب / ص	ص / ب	ص	ص / ق	ق / ص	√(ب / ق)	√(ق / ب)	ق أو ب
٠ر٧	٠ر١٦٥٩	٠ر٤٠٧٣	٠ر٥٧٥٦	١ر٤١٣	٢ر٧٤١	٠ر٣٦٤٨	٠ر٢٨٨٢٠	١ر٣٧٢	٠ر٧٢٨٧	١ر٩٤٠	٠ر٥١٥٦	٠ر٢١
٠ر٧	٠ر١٧١٦	٠ر٤١٤٢	٠ر٥٧٩٦	١ر٣٩٩	٢ر٦٣٤	٠ر٣٧٩٦	٠ر٢٩٦١٠	١ر٣٤٦	٠ر٧٤٣٠	١ر٨٨٣	٠ر٥٣١١	٠ر٢٢
٠ر٧	٠ر١٧٧١	٠ر٤٢٠٨	٠ر٥٨٣٢	١ر٣٨٦	٢ر٥٣٦	٠ر٣٩٤٣	٠ر٣٠٣٦٠	١ر٣٢٠	٠ر٧٥٧٥	١ر٨٣٠	٠ر٥٤٦٥	٠ر٢٣
٠ر٧	٠ر١٨٢٤	٠ر٤٢٧١	٠ر٥٨٦٧	١ر٣٧٤	٢ر٤٤٥	٠ر٤٠٩٠	٠ر٣١٠٩٠	١ر٢٩٥	٠ر٧٧٢٠	١ر٧٨٠	٠ر٥٦٢٠	٠ر٢٤
٠ر٧	٠ر١٨٧٥	٠ر٤٣٣٠	٠ر٥٩٠٠	١ر٣٦٣	٢ر٣٦٠	٠ر٤٢٣٧	٠ر٣١٧٨٠	١ر٢٧١	٠ر٧٨٦٧	١ر٧٣٢	٠ر٥٧٧٤	٠ر٢٥
٠ر٧	٠ر١٩٢٤	٠ر٤٣٨٦	٠ر٥٩٣١	١ر٣٥٢	٢ر٢٨١	٠ر٤٣٨٤	٠ر٣٢٤٤	١ر٢٤٨	٠ر٨٠١٦	١ر٦٨٧	٠ر٥٩٢٨	٠ر٢٦
٠ر٧	٠ر١٩٧١	٠ر٤٤٤٠	٠ر٥٩٦١	١ر٣٤٣	٢ر٢٠٨	٠ر٤٥٢٩	٠ر٣٣٠٦	١ر٢٢٥	٠ر٨١٦٦	١ر٦٤٤	٠ر٦٠٨٢	٠ر٢٧
٠ر٧	٠ر٢٠١٦	٠ر٤٤٩٠	٠ر٥٩٨٩	١ر٣٣٤	٢ر١٣٩	٠ر٤٦٧٥	٠ر٣٣٦٦	١ر٢٠٢	٠ر٨٣١٨	١ر٦٠٤	٠ر٦٢٣٦	٠ر٢٨
٠ر٧	٠ر٢٠٥٩	٠ر٤٥٣٨	٠ر٦٠١٥	١ر٣٢٦	٢ر٠٧٤	٠ر٤٨٢٢	٠ر٣٤٢٣	١ر١٨٠	٠ر٨٤٧٢	١ر٥٦٥	٠ر٦٣٩١	٠ر٢٩
٠ر٧	٠ر٢١٠٠	٠ر٤٥٨٣	٠ر٦٠٤٠	١ر٣١٨	٢ر٠١٣	٠ر٤٩٦٧	٠ر٣٤٧٧	١ر١٥٩	٠ر٨٦٢٨	١ر٥٢٨	٠ر٦٥٤٧	٠ر٣٠
٠ر٦	٠ر٢١٣٩	٠ر٤٦٢٥ —	٠ر٦٠٦٣	١ر٣١١	١ر٩٥٦	٠ر٥١١٣	٠ر٣٥٢٨	١ر١٣٨	٠ر٨٧٨٧	١ر٤٩٢	٠ر٦٧٠٣	٠ر٣١
٠ر٦	٠ر٢١٧٦	٠ر٤٦٦٥ —	٠ر٦٠٨٥	١ر٣٠٤	١ر٩٠٢	٠ر٥٢٥٩	٠ر٣٥٧٦	١ر١١٨	٠ر٨٩٤٩	١ر٤٥٨	٠ر٦٨٦٠	٠ر٣٢
٠ر٦	٠ر٢٢١١	٠ر٤٧٠٢	٠ر٦١٠٦	١ر٢٩٨	١ر٨٥٠	٠ر٥٤٠٥	٠ر٣٦٢١	١ر٠٩٧	٠ر٩١١٢	١ر٤٢٥	٠ر٧٠١٨	٠ر٣٣
٠ر٦	٠ر٢٢٤٤	٠ر٤٧٣٧	٠ر٦١٢٤	١ر٢٩٣	١ر٨٠١	٠ر٥٥٥٢	٠ر٣٦٦٤	١ر٠٧٨	٠ر٩٢٧٩	١ر٣٩٣	٠ر٧١٧٨	٠ر٣٤
٠ر٦	٠ر٢٢٧٥	٠ر٤٧٧٠	٠ر٦١٤٣	١ر٢٨٨	١ر٧٥٥	٠ر٥٦٩٨	٠ر٣٧٠٤	١ر٠٥٨	٠ر٩٤٤٩	١ر٣٦٣	٠ر٧٣٣٨	٠ر٣٥
٠ر٦	٠ر٢٣٠٤	٠ر٤٨٠٠	٠ر٦١٥٨	١ر٢٨٣	١ر٧١١	٠ر٥٨٤٥	٠ر٣٧٤١	١ر٠٣٩	٠ر٩٦٢٣	١ر٣٣٣	٠ر٧٥٠٠	٠ر٣٦
٠ر٦	٠ر٢٣٣١	٠ر٤٨٢٨	٠ر٦١٧٤	١ر٢٧٩	١ر٦٦٩	٠ر٥٩٩٣	٠ر٣٧٧٦	١ر٠٢٠	٠ر٩٨٠٠	١ر٣٠٥	٠ر٧٦٦٣	٠ر٣٧
٠ر٦	٠ر٢٣٥٦	٠ر٤٨٥٤	٠ر٦١٨٨	١ر٢٧٥	١ر٦٢٨	٠ر٦١٤١	٠ر٣٨٠٨	١ر٠٠٢	٠ر٩٩٨٠	١ر٢٧٧	٠ر٧٨٢٩	٠ر٣٨
٠ر٦	٠ر٢٣٧٩	٠ر٤٨٧٧	٠ر٦٢٠٠	١ر٢٧١	١ر٥٩٠	٠ر٦٢٩٠	٠ر٣٨٣٧	٠ر٩٩٣٨	١ر٠١٦	١ر٢٥١	٠ر٧٩٩٦	٠ر٣٩
٠ر٦	٠ر٢٤٠٠	٠ر٤٨٩٩	٠ر٦٢١٢	١ر٢٦٨	١ر٥٥٣	٠ر٦٤٣٩	٠ر٣٨٦٣	٠ر٩٦٥٩	١ر٠٣٥	١ر٢٢٥	٠ر٨١٦٥	٠ر٤٠

تابـع الملحق رقم (٦)

ب أو ق	ب ق	√(ب ق)	ب ق / ص	√(ب ق / ص)	ب / ص	ص / ب	ص	ص / ق	ق / ص	√(ب / ق)	√(ق / ب)	ق أو ب
٠٫٧٩	٠٫١٦٥٩	٠٫٤٠٧٣	٠٫٥٧٥٦	١٫٤١٣	٢٫٧٤١	٠٫٣٦٤٨	٠٫٢٨٨٢٠	١٫٣٧٢	٠٫٧٢٨٧	١٫٩٤٠	٠٫٥١٥٦	٠٫٢١
٠٫٧٨	٠٫١٧١٦	٠٫٤١٤٢	٠٫٥٧٩٦	١٫٣٩٩	٢٫٦٣٤	٠٫٣٧٩٦	٠٫٢٩٦١٠	١٫٣٤٦	٠٫٧٤٣٠	١٫٨٨٣	٠٫٥٣١١	٠٫٢٢
٠٫٧٧	٠٫١٧٧١	٠٫٤٢٠٨	٠٫٥٨٣٢	١٫٣٨٦	٢٫٥٣٦	٠٫٣٩٤٣	٠٫٣٠٣٦٠	١٫٣٢٠	٠٫٧٥٧٥	١٫٨٣٠	٠٫٥٤٦٥	٠٫٢٣
٠٫٧٦	٠٫١٨٢٤	٠٫٤٢٧١	٠٫٥٨٦٧	١٫٣٧٤	٢٫٤٤٥	٠٫٤٠٩٠	٠٫٣١٠٩٠	١٫٢٩٥	٠٫٧٧٢٠	١٫٧٨٠	٠٫٥٦٢٠	٠٫٢٤
٠٫٧٥	٠٫١٨٧٥	٠٫٤٣٣٠	٠٫٥٩٠٠	١٫٣٦٢	٢٫٣٦٠	٠٫٤٢٣٧	٠٫٣١٧٨٠	١٫٢٧١	٠٫٧٨٦٧	١٫٧٣٢	٠٫٥٧٧٤	٠٫٢٥
٠٫٧٤	٠٫١٩٢٤	٠٫٤٣٨٦	٠٫٥٩٣١	١٫٣٥٢	٢٫٢٨١	٠٫٤٣٨٤	٠٫٣٢٤٤	١٫٢٤٨	٠٫٨٠١٦	١٫٦٨٧	٠٫٥٩٢٨	٠٫٢٦
٠٫٧٣	٠٫١٩٧١	٠٫٤٤٤٠	٠٫٥٩٦١	١٫٣٤٣	٢٫٢٠٨	٠٫٤٥٢٩	٠٫٣٣٠٦	١٫٢٢٥	٠٫٨١٦٦	١٫٦٤٤	٠٫٦٠٨٢	٠٫٢٧
٠٫٧٢	٠٫٢٠١٦	٠٫٤٤٩٠	٠٫٥٩٨٩	١٫٣٣٤	٢٫١٣٩	٠٫٤٦٧٥	٠٫٣٣٦٦	١٫٢٠٢	٠٫٨٣١٨	١٫٦٠٤	٠٫٦٢٣٦	٠٫٢٨
٠٫٧١	٠٫٢٠٥٩	٠٫٤٥٣٨	٠٫٦٠١٥	١٫٣٢٦	٢٫٠٧٤	٠٫٤٨٢٢	٠٫٣٤٢٣	١٫١٨٠	٠٫٨٤٧٢	١٫٥٦٥	٠٫٦٣٩١	٠٫٢٩
٠٫٧٠	٠٫٢١٠٠	٠٫٤٥٨٣	٠٫٦٠٤٠	١٫٣١٨	٢٫٠١٣	٠٫٤٩٦٧	٠٫٣٤٧٧	١٫١٥٩	٠٫٨٦٢٨	١٫٥٢٨	٠٫٦٥٤٧	٠٫٣٠
٠٫٦٩	٠٫٢١٣٩	٠٫٤٦٢٥	٠٫٦٠٦٣	١٫٣١١	١٫٩٥٦	٠٫٥١١٣	٠٫٣٥٢٨	١٫١٣٨	٠٫٨٧٨٧	١٫٤٩٢	٠٫٦٧٠٣	٠٫٣١
٠٫٦٨	٠٫٢١٧٦	٠٫٤٦٦٥	٠٫٦٠٨٥	١٫٣٠٤	١٫٩٠٢	٠٫٥٢٥٩	٠٫٣٥٧٦	١٫١١٨	٠٫٨٩٤٩	١٫٤٥٨	٠٫٦٨٦٠	٠٫٣٢
٠٫٦٧	٠٫٢٢١١	٠٫٤٧٠٢	٠٫٦١٠٦	١٫٢٩٨	١٫٨٥٠	٠٫٥٤٠٥	٠٫٣٦٢١	١٫٠٩٧	٠٫٩١١٢	١٫٤٢٥	٠٫٧٠١٨	٠٫٣٣
٠٫٦٦	٠٫٢٢٤٤	٠٫٤٧٣٧	٠٫٦١٢٤	١٫٢٩٣	١٫٨٠١	٠٫٥٥٥٢	٠٫٣٦٦٤	١٫٠٧٨	٠٫٩٢٧٩	١٫٣٩٣	٠٫٧١٧٨	٠٫٣٤
٠٫٦٥	٠٫٢٢٧٥	٠٫٤٧٧٠	٠٫٦١٤٢	١٫٢٨٨	١٫٧٥٥	٠٫٥٦٩٨	٠٫٣٧٠٤	١٫٠٥٨	٠٫٩٤٤٩	١٫٣٦٣	٠٫٧٣٣٨	٠٫٣٥
٠٫٦٤	٠٫٢٣٠٤	٠٫٤٨٠٠	٠٫٦١٥٨	١٫٢٨٣	١٫٧١١	٠٫٥٨٤٥	٠٫٣٧٤١	١٫٠٣٩	٠٫٩٦٢٣	١٫٣٣٣	٠٫٧٥٠٠	٠٫٣٦
٠٫٦٣	٠٫٢٣٣١	٠٫٤٨٢٨	٠٫٦١٧٤	١٫٢٧٩	١٫٦٦٩	٠٫٥٩٩٣	٠٫٣٧٧٦	١٫٠٢٠	٠٫٩٨٠٠	١٫٣٠٥	٠٫٧٦٦٣	٠٫٣٧
٠٫٦٢	٠٫٢٣٥٦	٠٫٤٨٥٤	٠٫٦١٨٨	١٫٢٧٥	١٫٦٢٨	٠٫٦١٤١	٠٫٣٨٠٨	١٫٠٠٢	٠٫٩٩٨٠	١٫٢٧٧	٠٫٧٨٢٩	٠٫٣٨
٠٫٦١	٠٫٢٣٧٩	٠٫٤٨٧٧	٠٫٦٢٠٠	١٫٢٧١	١٫٥٩٠	٠٫٦٢٩٠	٠٫٣٨٣٧	٠٫٩٩٣٨	١٫٠١٦	١٫٢٥١	٠٫٧٩٩٦	٠٫٣٩
٠٫٦٠	٠٫٢٤٠٠	٠٫٤٨٩٩	٠٫٦٢١٢	١٫٢٦٨	١٫٥٥٣	٠٫٦٤٣٩	٠٫٣٨٦٣	٠٫٩٦٥٩	١٫٠٣٥	١٫٢٢٥	٠٫٨١٦٥	٠٫٤٠

تابـــع الملحق رقم (٦)

ب أو ق	ب ق	√ ب ق	ب ق / ص	√ بق / ص	ب / ص	ص / ب	ص	ص / ق	ق / ص	√ ب / ق	√ ق / ب	ق
٠ر٥٩	٠ر٢٤١٩	٠ر٤٩١٨	٠ر٦٢٢٣	١ر٢٦٥	١ر٥١٨	٠ر٦٥٨٩	٠ر٣٨٨٨	٠ر٩٤٨٢	١ر٠٥٥	١ر٢٠٠	٠ر٨٣٣٦	٤١
٠ر٥٨	٠ر٢٤٣٦	٠ر٤٩٣٦	٠ر٦٢٣٢	١ر٢٦٣	١ر٤٨٤	٠ر٦٧٣٩	٠ر٣٩٠٩	٠ر٩٣٠٧	١ر٠٧٤	١ر١٧٥	٠ر٨٥١٠	٤٢
٠ر٥٧	٠ر٢٤٥١	٠ر٤٩٥١	٠ر٦٢٤٠	١ر٢٦٠	١ر٤٥١	٠ر٦٨٩١	٠ر٣٩٢٨	٠ر٩١٣٤	١ر٠٩٥	١ر١٥١	٠ر٨٦٨٦	٤٣
٠ر٥٦	٠ر٢٤٦٤	٠ر٤٩٦٤	٠ر٦٢٤٧	١ر٢٥٩	١ر٤٢٠	٠ر٧٠٤٣	٠ر٣٩٤٤	٠ر٨٩٦٤	١ر١١٦	١ر١٢٨	٠ر٨٨٦٤	٤٤
٠ر٥٥	٠ر٢٤٧٥	٠ر٤٩٧٥	٠ر٦٢٥٣	١ر٢٥٧	١ر٣٩٠	٠ر٧١٩٦	٠ر٣٩٥٨	٠ر٨٧٩٦	١ر١٣٧	١ر١٠٦	٠ر٩٠٤٥	٤٥
٠ر٥٤	٠ر٢٤٨٤	٠ر٤٩٨٤	٠ر٦٢٥٨	١ر٢٥٦	١ر٣٦٠	٠ر٧٣٥١	٠ر٣٩٦٩	٠ر٨٦٢٩	١ر١٥٩	١ر٠٨٣	٠ر٩٢٢٩	٤٦
٠ر٥٣	٠ر٢٤٩١	٠ر٤٩٩١	٠ر٦٢٦٢	١ر٢٥٥	١ر٣٣٢	٠ر٧٥٠٦	٠ر٣٩٧٨	٠ر٨٤٦٤	١ر١٨١	١ر٠٦٢	٠ر٩٤١٧	٤٧
٠ر٥٢	٠ر٢٤٩٦	٠ر٤٩٩٦	٠ر٦٢٦٤	١ر٢٥٤	١ر٣٠٥	٠ر٧٦٦٢	٠ر٣٩٨٤	٠ر٨٣٠١	١ر٢٠٥	١ر٠٤١	٠ر٩٦٠٨	٤٨
٠ر٥١	٠ر٢٤٩٩	٠ر٤٩٩٩	ر٦٢٦٦	١ر٢٥٣	١ر٢٧٩	٠ر٧٨٢٠	٠ر٣٩٨٨	٠ر٨١٣٩	١ر٢٢٩	١ر٠٢٠	٠ر٩٨٠٢	٤٩
٠ر٥٠	٠ر٢٥٠٠	٠ر٥٠٠٠	٠ر٦٢٦٧	١ر٢٥٣	١ر٢٥٣	٠ر٧٩٧٩	٠ر٣٩٨٩	٠ر٧٩٧٩	١ر٢٥٣	١ر٠٠٠	١ر٠٠٠	٥٠

الملحق رقم (٧)

معاملات الارتباط ودلالة نسب "ت" لها عند المستويين "٠,٠٥"، "٠,٠١" بالنسبة للاختلاف فى درجات الحريه وعـــدد المتغيـــرات

درجات الحريه	عـــدد المتغيـــرات ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩	١٣	٢٥	"ت"
١	,٩٩٧ ١,٠٠٠	,٩٩٩ ١,٠٠٠	,٩٩٩ ١,٠٠٠	,٩٩٩ ١,٠٠٠	١,٠٠٠ ١,٠٠٠	١,٠٠٠ ١,٠٠٠	١,٠٠٠ ١,٠٠٠	١,٠٠٠ ١,٠٠٠	١,٠٠٠ ١,٠٠٠	١٢,٧٠٦ ٦٣,٦٥٧
٢	,٩٥٠ ,٩٩٠	,٩٧٥ ,٩٩٥	,٩٨٣ ,٩٩٧	,٩٨٧ ,٩٩٨	,٩٩٠ ,٩٩٨	,٩٩٢ ,٩٩٨	,٩٩٤ ,٩٩٩	,٩٩٦ ,٩٩٩	٠,٩٩٨ ١,٠٠٠	٤,٣٠٣ ٦,٩٢٥
٣	,٨٧٨ ,٩٥٩	,٩٣٠ ,٩٧٦	,٩٥٠ ,٩٨٣	,٩٦١ ,٩٨٧	,٩٦٨ ,٩٩٠	,٩٧٣ ,٩٩١	,٩٧٩ ,٩٩٣	,٩٨٦ ,٩٩٥	,٩٩٣ ,٩٩٨	٣,١٨٢ ٥,٨٤١
٤	,٨١١ ,٩١٧	,٨٨١ ,٩٤٩	,٩١٢ ,٩٦٢	,٩٣٠ ,٩٧٠	,٩٤٢ ,٩٧٥	,٩٥٠ ,٩٧٩	,٩٦١ ,٩٨٤	,٩٧٣ ,٩٨٩	,٩٨٦ ,٩٩٤	٢,٧٧٦ ٤,٦٠٤
٥	,٧٥٤ ,٨٧٤	,٨٣٦ ,٩١٧	,٨٧٤ ,٩٣٧	,٨٩٨ ,٩٤٩	,٩١٤ ,٩٥٧	,٩٢٥ ,٩٦٣	,٩٤١ ,٩٧١	,٩٥٨ ,٩٨٠	,٩٧٨ ,٩٨٩	٢,٥٧١ ٤,٠٣٢
٦	,٧٠٧ ,٨٣٤	,٧٩٥ ,٨٨٦	,٨٣٩ ,٩١١	,٨٦٧ ,٩٢٧	,٨٨٦ ,٣٨	,٩٠٠ ,٩٤٦	,٩٢٠ ,٩٥٧	,٩٤٣ ,٩٦٩	,٩٦٩ ,٩٨٣	٢,٤٤٧ ٣,٧٠٧
٧	,٦٦٦ ,٧٩٨	,٧٥٨ ,٨٥٥	,٨٠٧ ,٨٨٥	,٨٣٨ ,٩٠٤	,٨٦٠ ,٩١٨	,٨٧٦ ,٩٢٨	,٩٠٠ ,٩٤٢	,٩٢٧ ,٩٥٨	,٩٦٠ ,٩٧٧	٢,٣٦٥ ٣,٤٩٩
٨	,٦٣٢ ,٧٦٥	,٧٢٦ ,٨٢٧	,٧٧٧ ,٨٦٠	,٨١١ ,٨٨٢	,٨٣٥ ,٨٩٨	,٨٥٤ ,٩٠٩	,٨٨٠ ,٩٢٦	,٩١٢ ,٩٤٦	,٩٥٠ ,٩٧٠	٢,٣٠٦ ٣,٣٥٥
٩	,٦٠٢ ,٧٣٥	٦٩٧ ,٨٠٠	,٧٥٠ ,٨٣٦	,٧٨٦ ,٨٦١	,٨١٢ ,٨٧٨	,٨٣٢ ,٨٩١	,٨٦١ ,٩١١	,٨٩٧ ,٩٣٤	,٩٤١ ,٩٦٣	٢,٢٦٢ ٣,٢٥٠

عدد أفراد العينة

(٢/٧)
تابع الملحق رقم (٧)

درجات الحرية	عدد المتغيرات ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩	١٢	٢٥	ت
١٠	,٥٧٦ ,٧٠٨	,٦٧١ ,٧٧٦	,٧٢٦ ,٨١٤	,٧٦٣ ,٨٤٠	,٧٩٠ ,٨٥٩	,٨١٢ ,٨٧٤	,٨٤٣ ٨٩٥	,٨٨٢ ,٩٢٣	,٩٣٢ ,٩٥٥	٢,٢٢٨ ٣,١٦٩
١١	,٥٥٣ ,٦٨٤	,٦٤٨ ,٧٥٣	,٧٠٣ ,٧٩٣	,٧٤١ ,٨٢١	,٧٧٠ ,٨٤١	,٧٩٢ ,٨٥٧	,٨٢٦ ,٨٨٠	,٨٦٨ ,٩١٠	,٩٢٢ ,٩٤٨	٢,٢٠١ ٣,١٠٦
١٢	,٥٣٢ ,٦٦١	,٦٢٧ ,٧٣٢	,٦٨٣ ,٧٧٣	,٧٢٢ ,٨٠٢	,٧٥١ ,٨٢٤	,٧٧٤ ,٨٤١	,٨٠٩ ,٨٦٦	,٨٥٤ ,٨٩٨	,٩١٣ ,٩٤٠	٢,١٧٩ ٣,٠٥٥
١٣	٠,٥١٤ ,٦٤١	,٦٠٨ ,٧١٢	,٦٦٤ ,٧٥٥	٧٠٣ ,٧٨٥	,٧٣٣ ,٨٠٧	,٧٥٧ ,٨٢٥	,٧٩٤ ,٨٥٢	,٨٤٠ ,٨٨٦	,٩٠٤ ,٩٣٢	٢,١٦٠ ٣,٠١٢
١٤	,٤٩٧ ,٦٢٣	,٥٩٠ ,٦٩٤	,٦٤٦ ,٧٣٧	,٦٨٦ ,٧٦٨	,٧١٧ ,٧٩٢	,٧٤١ ,٨١٠	,٧٧٩ ,٨٣٨	,٨٢٨ ,٨٧٥	,٨٩٥ ,٩٢٤	٢,١٤٥ ٢,٩٧٧
١٥	,٤٨٢ ,٦٠٦	,٥٧٤ ,٦٧٧	,٦٣٠ ,٧٢١	,٦٧٠ ,٧٥٢	,٧٠١ ,٧٧٦	,٧٢٦ ,٧٩٦	,٧٦٥ ,٨٢٥	,٨١٥ ,٨٦٤	,٨٨٦ ,٩١٧	٢,١٣١ ٢,٩٤٧
١٦	,٤٦٨ ,٥٩٠	,٥٥٩ ,٦٦٢	,٦١٥ ,٧٠٦	,٦٥٥ ,٧٣٨	,٦٨٦ ,٧٦٢	,٧١٢ ,٧٨٢	,٧٥١ ,٨١٣	,٨٠٣ ,٨٥٣	,٨٧٨ ,٩٠٩	٢,١٢٠ ٢,٩٢١
١٧	,٤٥٦ ,٥٧٥	,٥٤٥ ,٦١٧	,٦٠١ ,٦٩١	,٦٤١ ,٧٢٤	,٦٧٣ ,٧٤٩	,٦٩٨ ,٧٦٩	,٧٣٨ ,٨٠٠	,٧٩٢ ,٨٤٢	,٨٦٩ ,٩٠٢	٢,١١٠ ٢,٨٩٨
١٨	,٤٤٤ ,٥٦١	,٥٣٢ ,٦٣٣	,٥٨٧ ,٦٧٨	,٦٢٨ ,٧١٠	,٦٦٠ ,٧٣٦	,٦٨٦ ,٧٥٦	,٧٢٦ ,٧٨٩	,٧٨١ ,٨٣٢	,٨٦١ ,٨٩٤	٢,١٠١ ٢,٨٧٨
١٩	,٤٣٣ ,٥٤٩	,٥٢٠ ,٦٢٠	,٥٧٥ ,٦٦٥	,٦١٥ ,٦٩٨	,٦٤٧ ,٧٢٣	,٦٧٤ ,٧٤٤	,٧١٤ ,٧٧٨	,٧٧٠ ,٨٢٢	,٨٥٣ ,٨٨٧	٢,٠٩٣ ٢,٨٦١

(٣/٧)

تابع الملحق رقم (٧)

درجات الحرية	عدد المتغيرات ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩	١٣	٢٥	ت ح
٢٠	,٤٢٣ ,٥٣٧	,٥٠٩ ,٦٠٨	,٥٦٣ ,٦٥٢	,٦٠٤ ,٦٨٥	,٦٣٦ ,٧١٢	,٦٦٢ ,٧٣٣	,٧٠٣ ,٧٦٧	,٧٦٠ ,٨١٢	,٨٤٥ ,٨٨٠	٢,٠٨٦ ٢,٨٤٥
٢١	,٤١٣ ,٥٢٦	,٤٩٨ ,٥٩٦	,٥٥٢ ,٦٤١	,٥٩٢ ,٦٧٤	,٦٢٤ ,٧٠٠	,٦٥١ ,٧٢٢	,٦٩٣ ,٧٥٦	,٧٥٠ ,٨٠٣	,٨٣٧ ,٨٧٣	٢,٠٨٠ ٢,٨٣١
٢٢	,٤٠٤ ,٥١٥	,٤٨٨ ,٥٨٥	,٥٤٢ ,٦٣٠	,٥٨٢ ,٦٦٣	,٦١٤ ,٦٩٠	,٦٤٠ ,٧١٢	,٦٨٢ ,٧٤٦	,٧٤٠ ,٧٩٤	,٨٣٠ ,٨٦٦	٢,٠٧٤ ٢,٨١٩
٢٣	,٣٩٦ ,٥٠٥	,٤٧٩ ,٥٧٤	,٥٣٢ ,٦١٩	,٥٧٢ ,٦٥٢	,٦٠٤ ,٦٧٩	,٦٣٠ ,٧٠١	,٦٧٣ ,٧٣٦	,٧٣١ ,٧٨٥	,٨٢٣ ,٨٥٩	٢,٠٦٩ ٢,٨٠٧
٢٤	,٣٨٨ ,٤٩٦	,٤٧٠ ,٥٦٥	,٥٢٣ ٦٠٩	,٥٦٢ ,٦٤٢	,٥٩٤ ,٦٦٩	,٦٢١ ,٦٩٣	,٦٦٣ ,٧٢٧	,٧٢٢ ,٧٧٦	,٨١٥ ,٨٥٢	٢,٠٦٤ ٢,٧٩٧
٢٥	,٣٨١ ,٤٨٧	,٤٦٢ ,٥٥٥	,٥١٤ ,٦٠٠	,٥٥٣ ,٦٣٣	,٥٨٥ ,٦٦٠	,٦١٢ ,٦٨٢	,٦٥٤ ,٧١٨	,٧١٤ ,٧٦٨	,٨٠٨ ,٨٤٦	٢,٠٦٠ ٢,٧٨٧
٢٦	,٣٧٤ ,٤٧٨	,٤٥٤ ,٥٤٦	,٥٠٦ ,٥٩٠	,٥٤٥ ,٦٢٤	,٥٧٦ ,٦٥١	,٦٠٣ ,٦٧٣	,٦٤٥ ,٧٠٩	,٧٠٦ ,٧٦٠	,٨٠٢ ,٨٣٩	٢,٠٥٦ ٢,٧٧٩
٢٧	,٣٦٧ ,٤٧٠	,٤٤٦ ,٥٣٨	,٤٩٨ ,٥٨٢	,٥٣٦ ,٦١٥	,٥٦٨ ,٦٤٢	,٥٩٤ ,٦٦٤	,٦٣٧ ,٧٠١	,٦٩٨ ,٧٥٢	,٧٩٥ ,٨٣٣	٢,٠٥٢ ٢,٧٧١
٢٨	,٣٦١ ,٤٦٣	,٤٣٩ ,٥٣٠	,٤٩٠ ,٥٧٣	,٥٢٩ ,٦٠٦	,٥٦٠ ,٦٣٤	,٥٨٦ ,٦٥٦	,٦٢٩ ,٦٩٢	,٦٩٠ ,٧٤٤	,٧٨٨ ,٨٢٧	٢,٠٤٨ ٢,٧٦٣
٢٩	,٣٥٥ ,٤٥٦	,٤٣٢ ,٥٢٢	,٤٨٢ ,٥٦٥	,٥٢١ ,٥٩٨	,٥٥٢ ,٦٢٥	,٥٧٩ ,٦٤٨	,٦٢١ ,٦٨٥	,٦٨٢ ,٧٣٧	,٧٨٢ ,٨٢١	٢,٠٤٥ ٢,٧٥٦

(٧/٤)

تابع الملحق رقم (٧)

درجات الحرية	عدد المتغيرات ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩	١٣	٢٥	"ت"
٣٠	,٣٤٩ ,٤٤٩	,٤٢٦ ,٥١٤	,٤٧٦ ,٥٥٨	,٥١٤ ,٥٦١	,٥٤٥ ,٦١٨	,٥٧١ ,٦٤٠	,٦١٤ ,٦٧٧	,٦٧٥ ,٧٢٩	,٧٧٦ ,٨١٥	٢,٠٤٢ ٢,٧٥٠
٣٥	,٣٢٥ ,٤١٨	,٣٩٧ ,٤٨١	,٤٤٥ ,٥٢٣	,٤٨٢ ,٥٥٦	,٥١٢ ,٥٨٢	,٥٣٨ ,٦٠٥	,٥٨٠ ,٦٤٢	,٦٤٢ ,٦٩٦	,٧٤٦ ,٧٨٦	٢,٠٣٠ ٢,٧٢٤
٤٠	,٣٠٤ ,٣٩٣	,٣٧٣ ,٤٥٤	,٤١٩ ,٤٩٤	,٤٥٥ ,٥٢٦	,٤٨٤ ,٥٥٢	,٥٠٩ ,٥٧٥	,٥٥١ ,٦١٢	,٦١٣ ,٦٦٧	,٧٢٠ ,٧٦١	٢,٠٢١ ٢,٧٠٤
٤٥	,٢٨٨ ,٣٧٢	,٣٥٣ ,٤٣٠	,٣٩٧ ,٤٧٠	,٤٣٢ ,٥٠١	,٤٦٠ ,٥٢٧	,٤٨٥ ,٥٤٩	,٥٢٦ ,٥٨٦	,٥٨٧ ,٦٤٠	,٦٩٦ ,٧٣٧	٢,٠١٤ ٢,٦٩٠
٥٠	,٢٧٣ ,٣٥٤	,٣٣٦ ,٤١٠	,٣٧٩ ,٤٤٩	,٤١٢ ,٤٧٩	,٤٤٠ ,٥٠٤	,٤٦٤ ,٥٢٦	,٥٠٤ ,٥٦٢	,٥٦٥ ,٦١٧	,٦٧٤ ,٧١٥	٢,٠٠٨ ٢,٦٧٨
٦٠	,٢٥٠ ,٣٢٥	,٣٠٨ ,٣٧٧	,٣٤٨ ,٤١٤	,٣٨٠ ,٤٤٢	,٤٠٦ ,٤٦٦	,٤٢٩ ,٤٨٨	,٤٦٧ ,٥٢٣	,٥٢٦ ,٥٧٧	,٦٣٦ ,٦٧٧	٢,٠٠٠ ٢,٦٦٠
٧٠	,٢٣٣ ,٣٠٢	,٢٨٦ ,٣٥١	,٣٢٤ ,٣٨٦	,٣٥٤ ,٤١٣	,٣٧٩ ,٤٣٦	,٤٠١ ,٤٥٦	,٤٣٨ ,٤٩١	,٤٩٥ ,٥٤٤	,٦٠٤ ,٦٤٤	١,٩٩٤ ٢,٦٤٨
٨٠	,٢١٧ ,٢٨٣	,٢٦٩ ,٣٣٠	,٣٠٤ ,٣٦٢	,٣٣٢ ,٣٨٩	,٣٥٦ ,٤١١	,٣٧٧ ,٤٣١	,٤١٣ ,٤٦٤	,٤٦٩ ,٥١٦	,٥٧٦ ,٦١٥	١,٩٩٠ ٢,٦٣٨
٩٠	,٢٠٥ ,٢٦٧	,٢٥٤ ,٣١٢	,٢٨٨ ,٣٤٣	,٣١٥ ,٣٦٨	,٣٣٨ ,٣٩٠	,٣٥٨ ,٤٠٩	,٣٩٢ ,٤٤١	,٤٤٦ ,٤٩٢	,٥٥٢ ,٥٩٠	١,٩٨٧ ٢,٦٣٢
١٠٠	,١٩٥ ,٢٥٤	,٢٤١ ,٢٩٧	,٢٧٤ ,٣٢٧	,٣٠٠ ,٣٥١	,٣٢٢ ,٣٧٢	,٣٤١ ,٣٩٠	,٣٧٤ ,٤٢١	,٤٢٦ ,٤٧٠	,٥٣٠ ,٥٦٨	١,٩٨٤ ٢,٦٢٦

(٥/٧)

تابع الملحق رقم (٧)

درجات الحرية	عدد المتغيرات									ت*
	٢	٣	٤	٥	٦	٧	٩	١٣	٢٥	
١٢٥	،١٧٤ ،٢٢٨	،٢١١ ،٢٦٦	،٢٤٦ ،٢٩٤	،٢٦٩ ،٣١٦	،٢٩٠ ،٣٣٥	،٣٠٧ ،٣٥٢	،٣٣٨ ،٣٨١	،٣٨٧ ،٤٢٨	،٤٨٥ ،٥٢١	١،٩٧٩ ٢،٦١٦
١٥٠	،١٥٩ ،٢٠٨	،١٩٨ ،٢٤٤	،٢٢٥ ،٢٧٠	،٢٤٧ ،٢٩٠	،٢٦٦ ،٣٠٨	،٢٨٢ ،٣٢٤	،٣١٠ ،٣٥١	،٣٥٦ ،٣٩٥	،٤٥٠ ،٤٨٤	١،٩٧٦ ٢،٦٠٩
٢٠٠	،١٣٨ ،١٨١	،١٧٢ ،٢١٢	،١٩٦ ،٢٣٤	،٢١٥ ،٢٥٣	،٢٣١ ،٢٦٩	،٢٤٦ ،٢٨٣	،٢٧١ ،٣٠٧	،٣١٢ ،٣٤٧	،٣٩٨ ،٤٣٠	١،٩٧٢ ٢،٦٠١
٣٠٠	،١١٣ ،١٤٨	،١٤١ ،١٧٤	،١٦٠ ،١٩٢	،١٧٦ ،٢٠٨	،١٩٠ ،٢٢١	،٢٠٢ ،٢٣٣	،٢٢٣ ،٢٥٣	،٢٥٨ ،٢٨٧	،٣٣٢ ،٣٥٩	١،٩٦٨ ٢،٥٩٢
٤٠٠	،٠٩٨ ،١٢٨	،١٢٢ ،١٥١	،١٣٩ ،١٦٧	،١٥٣ ،١٨٠	،١٦٥ ،١٩٢	،١٧٦ ،٢٠٢	،١٩٤ ،٢٢٠	،٢٢٥ ،٢٥٠	،٢٩١ ،٣١٥	١،٩٦٦ ٢،٥٨٨
٥٠٠	،٠٨٨ ،١١٥	،١٠٩ ،١٣٥	،١٢٤ ،١٥٠	،١٣٧ ،١٦٢	،١٤٨ ،١٧٢	،١٥٧ ،١٨٢	،١٧٤ ،١٩٨٠	،٢٠٢ ،٢٢٥	،٢٦٢ ،٢٨٤	١،٩٦٥ ٢،٥٨٦
١٠٠٠	،٠٦٢ ،٠٨١	،٠٧٧ ،٠٩٦	،٠٨٨ ،١٠٦	،٠٩٧ ،١١٥	،١٠٥ ،١٢٢	،١١٢ ،١٢٩	،١٢٤ ،١٤١	،١٤٤ ،١٦٠	،١٨٨ ،٢٠٤	١،٩٦٢ ٢،٥٨١
∞										١،٩٦٠ ٢،٥٧٦

(*)J.P. Guilford,Op.Cit.,Pp.580-581,Appendix (B).

ملحوظة :- يرجع تاريخ اعداد هذا الملحق الى عام ١٩٣١ ثم قام الكثير من المؤلفين باقتباسه سواء باذن من المؤلفين أو من الناشر ، او بدون اذن مع الاشاره اليها ، ويعد جيلفورد احد المصرحين لهم با قتباس الملحق ، لذا اعتمدنا عليه في الاقتباس ويرجع الفضل في اعداد الملحق الى :

- H.A.Wallace&G.W.Snedecor,CORRELATION AND MACHINE CALCULATION,Ames,Iowa State College,1931,P.254.

الملحق رقم (٨)

الدلالة الاحصائية لقيم "ف" عند المستويات الثلاثة

٠٥،، ٠١،، ٠٠١، على الترتيب (٨٧: ٤٧٢ ـ ٤٧٦)

تباين المجموعات	د ح م: درجات الحرية للتباين الداخلي "الخطأ" ١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	١٢	٢٤	∞	مستوى الدلالة
١	١٦١	٢٠٠	٢١٦	٢٢٥	٢٣٠	٢٣٤	٢٣٩	٢٤٤	٢٤٩	٢٥٤	،٠٥
	٤٠٥٢	٤٩٩٩	٥٤٠٣	٥٦٢٥	٥٧٦٤	٥٨٥٩	٥٩٨١	٦١٠٦	٦٢٣٤	٦٣٦٦	،٠١
	٤٠٥٢٨٤	٥٠٠٠٠٠	٥٤٠٣٧٩	٥٦٢٥٠٠	٥٧٦٤٠٥	٥٨٥٩٣٧	٥٩٨١٤٤	٦١٠٦٦٧	٦٢٣٤٩٧	٦٣٦٦١٩	،٠٠١
٢	١٨،٥١	١٩،٩٠	١٩،١٦	١٩،٢٥	١٩،٣٠	١٩،٣٣	١٩،٣٧	١٩،٤١	١٩،٤٥	١٩،٥٠	،٠٥
	٩٨،٤٩	٩٩،٠١	٩٩،١٧	٩٩،٢٥	٩٩،٣٠	٩٩،٣٣	٩٩،٣٦	٩٩،٤٢	٩٩،٤٦	٩٩،٥٠	،٠١
	٩٩٨،٥	٩٩٩،٠	٩٩٩،٢	٩٩٩،٢	٩٩٩،٣	٩٩٩،٣	٩٩٩،٤	٩٩٩،٤	٩٩٩،٥	٩٩٩،٥	،٠٠١
٣	١٠،١٣	٩،٥٥	٩،٢٨	٩،١٢	٩،٠١	٨،٩٤	٨،٨٤	٨،٧٤	٨،٦٤	٨،٥٣	،٠٥
	٣٤،١٢	٣٠،٨١	٢٩،٤٦	٢٨،٧١	٢٨،٢٤	٢٧،٩١	٢٧،٤٩	٢٧،٠٥	٢٦،٦٠	٢٦،١٢	،٠١
	١٦٧،٥	١٤٨،٥	١٤١،١	١٣٧،١	١٣٤،٦	١٣٢،٨	١٣٠،٦	١٢٨،٣	١٢٥،٩	١٢٣،٥	،٠٠١
٤	٧،٧١	٦،٩٤	٦،٥٩	٦،٣٩	٦،٢٦	٦،١٦	٦،٠٤	٥،٩١	٥،٧٧	٥،٦٣	،٠٥
	٢١،٢٠	١٨،٠٠	١٦،٦٩	١٥،٩٨	١٥،٥٢	١٥،٢١	١٤،٨٠	١٤،٣٧	١٣،٩٣	١٣،٤٦	،٠١
	٧٤،١٤	٦١،٢٥	٥٦،١٨	٥٣،٤٤	٥١،٧١	٥٠،٥٣	٤٩،٠٠	٤٧،٧١	٤٥،٧٧	٤٤،٠٥	،٠٠١
٥	٦،٦١	٥،٧٩	٥،٤١	٥،١٩	٥،٠٥	٤،٩٥	٤،٨٢	٤،٦٨	٤،٥٣	٤،٣٦	،٠٥
	١٦،٢٦	١٣،٢٧	١٢،٠٦	١١،٣٩	١٠،٩٧	١٠،٦٧	١٠،٢٧	٩،٨٩	٩،٤٧	٩،٠٢	،٠١
	٤٧،٠٤	٣٦،٦١	٣٣،٢٠	٣١،٠٩	٢٩،٧٥	٢٨،٨٤	٢٧،٦٤	٢٦،٤٢	٢٥،١٤	٢٣،٧٨	،٠٠١
٦	٥،٩٩	٥،١٤	٤،٧٦	٤،٥٣	٤،٣٩	٤،٢٨	٤،١٥	٤،٠٠	٣،٨٤	٣،٦٧	،٠٥
	١٣،٧٤	١٠،٩٢	٩،٧٨	٩،١٥	٨،٧٥	٨،٤٧	٨،١٠	٧،٧٢	٧،٣١	٦،٨٨	،٠١
	٣٥،٥١	٢٧،٠٠	٢٣،٧٠	٢١،٩٠	٢٠،٨١	٢٠،٠٣	١٩،٠٣	١٧،٩٩	١٦،٨٩	١٥،٧٥	،٠٠١
٧	٥،٥٩	٤،٧٤	٤،٣٥	٤،١٢	٣،٩٧	٣،٨٧	٣،٧٣	٣،٥٧	٣،٤١	٣،٢٣	،٠٥
	١٢،٢٥	٩،٥٥	٨،٤٥	٧،٨٥	٧،٤٦	٧،١٩	٦،٨٤	٦،٤٧	٦،٠٧	٥،٦٥	،٠١
	٢٩،٢٢	٢١،٦٩	١٨،٧٧	١٧،١٩	١٦،٢١	١٥،٥٢	١٤،٦٣	١٣،٧١	١٢،٧٣	١١،٦٩	،٠٠١
٨	٥،٣٢	٤،٤٦	٤،٠٧	٣،٨٤	٣،٦٩	٣،٥٨	٣،٤٤	٣،٢٨	٣،١٢	٢،٩٣	،٠٥
	١١،٢٦	٨،٦٥	٧،٥٩	٧،٠١	٦،٦٣	٦،٣٧	٦،٠٣	٥،٦٧	٥،٢٨	٤،٨٦	،٠١
	٢٥،٤٢	١٨،٤٩	١٥،٨٣	١٤،٣٩	١٣،٤٩	١٢،٨٦	١٢،٠٤	١١،١٩	١٠،٣٠	٩،٣٤	،٠٠١
٩	٥،١٢	٤،٢٦	٣،٨٦	٣،٦٣	٣،٤٨	٣،٣٧	٣،٢٣	٣،٠٧	٢،٩٠	٢،٧١	،٠٥
	١٠،٥٦	٨،٠٢	٦،٩٩	٦،٤٢	٦،٠٦	٥،٨٠	٥،٤٧	٥،١١	٤،٧٣	٤،٣١	،٠١
	٢٢،٨٦	١٦،٣٩	١٣،٩٠	١٢،٥٦	١١،٧١	١١،١٣	١٠،٣٧	٩،٥٧	٨،٧٢	٧،٨١	،٠٠١
١٠	٤،٩٦	٤،١٠	٣،٧١	٣،٤٨	٣،٣٣	٣،٢٢	٣،٠٧	٢،٩١	٢،٧٤	٢،٥٤	،٠٥
	١٠،٠٤	٧،٥٦	٦،٥٥	٥،٩٩	٥،٦٤	٥،٣٩	٥،٠٦	٤،٧١	٤،٣٣	٣،٩١	،٠١
	٢١،٠٤	١٤،٩١	١٢،٥٥	١١،٢٨	١٠،٤٨	٩،٩٢	٩،٢٠	٨،٤٥	٧،٦٤	٦،٧٦	،٠٠١
١١	٤،٨٤	٣،٩٨	٣،٥٩	٣،٣٦	٣،٢٠	٣،٠٩	٢،٩٥	٢،٧٩	٢،٦١	٢،٤٠	،٠٥
	٩،٦٥	٧،٢٠	٦،٢٢	٥،٦٧	٥،٣٢	٥،٠٧	٤،٧٤	٤،٤٠	٤،٠٢	٣،٦٠	،٠١
	١٩،٦٩	١٣،٨١	١١،٥٦	١٠،٣٥	٩،٥٨	٩،٠٥	٨،٣٥	٧،٦٣	٦،٨٥	٦،٠٠	،٠٠١

د ح للتباين بين المجموعات	١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	١٢	٢٤	∞	مستويات دلالة
	د ح درجات الحرية للتباين الداخلي " الخطأ "										
١٢	٤,٧٥	٣,٨٨	٣,٤٩	٣,٢٦	٣,١١	٣,٠٠	٢,٨٥	٢,٦٩	٢,٥٠	٢,٣٠	,٠٥
	٩,٣٣	٦,٩٣	٥,٩٥	٥,٤١	٥,٠٦	٤,٨٢	٤,٥٠	٤,١٦	٣,٧٨	٣,٣٦	,٠١
	١٨,٦٤	١٢,٩٧	١٠,٨٠	٩,٦٣	٨,٨٩	٨,٣٨	٧,٧١	٧,٠٠	٦,٢٥	٥,٤٢	,٠٠١
١٣	٤,٦٧	٣,٨٠	٣,٤١	٣,١٨	٣,٠٢	٢,٩٢	٢,٧٧	٢,٦٠	٢,٤٢	٢,٢١	,٠٥
	٩,٠٧	٦,٧٠	٥,٧٤	٥,٢٠	٤,٨٦	٤,٦٢	٤,٣٠	٣,٩٦	٣,٥٩	٣,١٦	,٠١
	١٧,٨١	١٢,٣١	١٠,٢١	٩,٠٧	٨,٣٥	٧,٨٦	٧,٢١	٦,٥٢	٥,٧٨	٤,٩٧	,٠٠١
١٤	٤,٦٠	٣,٧٤	٣,٣٤	٣,١١	٢,٩٦	٢,٨٥	٢,٧٠	٢,٥٣	٢,٣٥	٢,١٣	,٠٥
	٨,٨٦	٦,٥١	٥,٥٦	٥,٠٣	٤,٦٩	٤,٤٦	٤,١٤	٣,٨٠	٣,٤٣	٣,٠٠	,٠١
	١٧,١٤	١١,٧٨	٩,٧٣	٨,٦٢	٧,٩٢	٧,٤٣	٦,٨٠	٦,١٣	٥,٤١	٤,٦٠	,٠٠١
١٥	٤,٥٤	٣,٦٨	٣,٢٩	٣,٠٦	٢,٩٠	٢,٧٩	٢,٦٤	٢,٤٨	٢,٢٩	٢,٠٧	,٠٥
	٨,٦٨	٦,٣٦	٥,٤٢	٤,٨٩	٤,٥٦	٤,٣٢	٤,٠٠	٣,٦٧	٣,٢٩	٢,٨٧	,٠١
	١٦,٥٩	١١,٣٤	٩,٣٤	٨,٢٥	٧,٥٧	٧,٠٩	٦,٤٧	٥,٨١	٥,١٠	٤,٣١	,٠٠١
١٦	٤,٤٩	٣,٦٣	٣,٢٤	٣,٠١	٢,٨٥	٢,٧٤	٢,٥٩	٢,٤٢	٢,٢٤	٢,٠١	,٠٥
	٨,٥٣	٦,٢٣	٥,٢٩	٤,٧٧	٤,٤٤	٤,٢٠	٣,٨٩	٣,٥٥	٣,١٨	٢,٧٥	,٠١
	١٦,١٢	١٠,٩٧	٩,٠٠	٧,٩٤	٧,٢٧	٦,٨١	٦,١٩	٥,٥٥	٤,٨٥	٤,٠٦	,٠٠١
١٧	٤,٤٥	٣,٥٩	٣,٢٠	٢,٩٦	٢,٨١	٢,٧٠	٢,٥٥	٢,٣٨	٢,١٩	١,٩٦	,٠٥
	٨,٤٠	٦,١١	٥,١٨	٤,٦٧	٤,٣٤	٤,١٠	٣,٧٩	٣,٤٥	٣,٠٨	٢,٦٥	,٠١
	١٥,٧٢	١٠,٦٦	٨,٧٣	٧,٦٨	٧,٠٢	٦,٥٦	٥,٩٦	٥,٣٢	٤,٦٣	٣,٨٥	,٠٠١
١٨	٤,٤١	٣,٥٥	٣,١٦	٢,٩٣	٢,٧٧	٢,٦٦	٢,٥١	٢,٣٤	٢,١٥	١,٩٢	,٠٥
	٨,٢٨	٦,٠١	٥,٠٩	٤,٥٨	٤,٢٥	٤,٠١	٣,٧١	٣,٣٧	٣,٠٠	٢,٥٧	,٠١
	١٥,٣٨	١٠,٣٩	٨,٤٩	٧,٤٦	٦,٨١	٦,٣٥	٥,٧٦	٥,١٣	٤,٤٥	٣,٦٧	,٠٠١
١٩	٤,٣٨	٣,٥٢	٣,١٣	٢,٩٠	٢,٧٤	٢,٦٣	٢,٤٨	٢,٣١	٢,١١	١,٨٨	,٠٥
	٨,١٨	٥,٩٣	٥,٠١	٤,٥٠	٤,١٧	٣,٩٤	٣,٦٣	٣,٣٠	٢,٩٢	٢,٤٩	,٠١
	١٥,٠٨	١٠,١٦	٨,٢٨	٧,٢٦	٦,٦١	٦,١٨	٥,٥٩	٤,٩٧	٤,٢٩	٣,٥٢	,٠٠١
٢٠	٤,٣٥	٣,٤٩	٣,١٠	٢,٨٧	٢,٧١	٢,٦٠	٢,٤٥	٢,٢٨	٢,٠٨	١,٨٤	,٠٥
	٨,١٠	٥,٨٥	٤,٩٤	٤,٤٣	٤,١٠	٣,٨٧	٣,٥٦	٣,٢٣	٢,٨٦	٢,٤٢	,٠١
	١٤,٨٢	٩,٩٥	٨,١٠	٧,١٠	٦,٤٦	٦,٠٢	٥,٤٤	٤,٨٢	٤,١٥	٣,٣٨	,٠٠١
٢١	٤,٣٢	٣,٤٧	٣,٠٧	٢,٨٤	٢,٦٨	٢,٥٧	٢,٤٢	٢,٢٥	٢,٠٥	١,٨١	,٠٥
	٨,٠٢	٥,٧٨	٤,٨٧	٤,٣٧	٤,٠٤	٣,٨١	٣,٥١	٣,١٧	٢,٨٠	٢,٣٦	,٠١
	١٤,٥٩	٩,٧٧	٧,٩٤	٦,٩٥	٦,٣٢	٥,٨٨	٥,٣١	٤,٧٠	٤,٠٣	٣,٢٦	,٠٠١
٢٢	٤,٣٠	٣,٤٤	٣,٠٥	٢,٨٢	٢,٦٦	٢,٥٥	٢,٤٠	٢,٢٣	٢,٠٣	١,٧٨	,٠٥
	٧,٩٤	٥,٧٢	٤,٨٢	٤,٣١	٣,٩٩	٣,٧٦	٣,٤٥	٣,١٢	٢,٧٥	٢,٣١	,٠١
	١٤,٣٨	٩,٦١	٧,٨٠	٦,٨١	٦,١٩	٥,٧٦	٥,١٩	٤,٥٨	٣,٩٢	٣,١٥	,٠٠١
٢٣	٤,٢٨	٣,٤٢	٣,٠٣	٢,٨٠	٢,٦٤	٢,٥٣	٢,٣٨	٢,٢٠	٢,٠٠	١,٧٦	,٠٥
	٧,٨٨	٥,٦٦	٤,٧٦	٤,٢٦	٣,٩٤	٣,٧١	٣,٤١	٣,٠٧	٢,٧٠	٢,٢٦	,٠١
	١٤,١٩	٩,٤٧	٧,٦٧	٦,٦٩	٦,٠٨	٥,٦٥	٥,٠٩	٤,٤٨	٣,٨٢	٣,٠٥	,٠٠١
٢٤	٤,٢٦	٣,٤٠	٣,٠١	٢,٧٨	٢,٦٢	٢,٥١	٢,٣٦	٢,١٨	١,٩٨	١,٧٣	,٠٥
	٧,٨٢	٥,٦١	٤,٧٢	٤,٢٢	٣,٩٠	٣,٦٧	٣,٣٦	٣,٠٣	٢,٦٦	٢,٢١	,٠١
	١٤,٠٣	٩,٣٤	٧,٥٥	٦,٥٩	٥,٩٨	٥,٥٥	٤,٩٩	٤,٣٩	٣,٧٤	٢,٩٧	,٠٠١

ن ح للتباين بين مجموعات	ن ح ر درجات الحرية للتباين الداخلى "الخطأ"										مستويات الدلالة
	١	٢	٣	٤	٥	٦	٨	١٢	٢٤	∞	
٢٥	٤,٢٤ ٧,٧٧ ١٣,٨٨	٣,٣٨ ٥,٥٧ ٩,٢٢	٢,٩٩ ٤,٦٨ ٧,٤٥	٢,٧٦ ٤,١٨ ٦,٤٦	٢,٦٠ ٣,٨٦ ٥,٨٨	٢,٤٩ ٣,٦٣ ٥,٤٦	٢,٣٤ ٣,٣٣ ٤,٩١	٢,١٦ ٢,٩٩ ٤,٣١	١,٩٦ ٢,٦٢ ٣,٦٦	١,٧١ ٢,١٧ ٢,٨٩	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٢٦	٤,٢٢ ٧,٧٢ ١٣,٧٤	٣,٣٧ ٥,٥٣ ٩,١٢	٢,٩٨ ٤,٦٤ ٧,٣٦	٢,٧٤ ٤,١٤ ٦,٤١	٢,٥٩ ٣,٨٢ ٥,٨٠	٢,٤٧ ٣,٥٩ ٥,٣٨	٢,٣٢ ٣,٢٩ ٤,٨٣	٢,١٥ ٢,٩٦ ٤,٢٤	١,٩٥ ٢,٥٨ ٣,٥٩	١,٦٩ ٢,١٣ ٢,٨٢	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٢٧	٤,٢١ ٧,٦٨ ١٣,٦١	٣,٣٥ ٥,٤٩ ٩,٠٢	٢,٩٦ ٤,٦٠ ٧,٢٧	٢,٧٣ ٤,١١ ٦,٣٣	٢,٥٧ ٣,٧٨ ٥,٧٣	٢,٤٦ ٣,٥٦ ٥,٣١	٢,٣٠ ٣,٢٦ ٤,٧٦	٢,١٣ ٢,٩٣ ٤,١٧	١,٩٣ ٢,٥٥ ٣,٥٢	١,٦٧ ٢,١٠ ٢,٧٥	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٢٨	٤,٢٠ ٧,٦٤ ١٣,٥٠	٣,٣٤ ٥,٤٥ ٨,٩٣	٢,٩٥ ٤,٥٧ ٧,١٩	٢,٧١ ٤,٠٧ ٦,٢٥	٢,٥٦ ٣,٧٥ ٥,٦٦	٢,٤٤ ٣,٥٣ ٥,٢٤	٢,٢٩ ٣,٢٣ ٤,٦٩	٢,١٢ ٢,٩٠ ٤,١١	١,٩١ ٢,٥٢ ٣,٤٦	١,٦٥ ٢,٠٦ ٢,٧٠	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٢٩	٤,١٨ ٧,٦٠ ١٣,٣٩	٣,٣٣ ٥,٤٢ ٨,٨٥	٢,٩٣ ٤,٥٤ ٧,١٢	٢,٧٠ ٤,٠٤ ٦,١٦	٢,٥٤ ٣,٧٣ ٥,٥٩	٢,٤٣ ٣,٥٠ ٥,١٨	٢,٢٨ ٣,٢٠ ٤,٦٤	٢,١٠ ٢,٨٧ ٤,٠٥	١,٩٠ ٢,٤٩ ٣,٤١	١,٦٤ ٢,٠٣ ٢,٦٤	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٣٠	٤,١٧ ٧,٥٦ ١٣,٢٩	٣,٣٢ ٥,٣٩ ٨,٧٧	٢,٩٢ ٤,٥١ ٧,٠٥	٢,٦٩ ٤,٠٢ ٦,١٢	٢,٥٣ ٣,٧٠ ٥,٥٣	٢,٤٢ ٣,٤٧ ٥,١٢	٢,٢٧ ٣,١٧ ٤,٥٨	٢,٠٩ ٢,٨٤ ٤,٠٠	١,٨٩ ٢,٤٧ ٣,٣٦	١,٦٢ ٢,٠١ ٢,٥٩	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٤٠	٤,٠٨ ٧,٣١ ١٢,٦١	٣,٢٣ ٥,١٨ ٨,٢٥	٢,٨٤ ٤,٣١ ٦,٦٠	٢,٦١ ٣,٨٣ ٥,٧٠	٢,٤٥ ٣,٥١ ٥,١٣	٢,٣٤ ٣,٢٩ ٤,٧٣	٢,١٨ ٢,٩٩ ٤,٢١	٢,٠٠ ٢,٦٦ ٣,٦٤	١,٧٩ ٢,٢٩ ٣,٠١	١,٥١ ١,٨٠ ٢,٢٣	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
٦٠	٤,٠٠ ٧,٠٨ ١١,٩٧	٣,١٥ ٤,٩٨ ٧,٧٦	٢,٧٦ ٤,١٣ ٦,١٧	٢,٥٢ ٣,٦٥ ٥,٣١	٢,٣٧ ٣,٣٤ ٤,٧٦	٢,٢٥ ٣,١٢ ٤,٣٧	٢,١٠ ٢,٨٢ ٣,٨٧	١,٩٢ ٢,٥٠ ٣,٣١	١,٧٠ ٢,١٢ ٢,٦٩	١,٣٩ ١,٦٠ ١,٩٠	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
١٢٠	٣,٩٢ ٦,٨٥ ١١,٣٨	٣,٠٧ ٤,٧٩ ٧,٣١	٢,٦٨ ٣,٩٥ ٥,٧٩	٢,٤٥ ٣,٤٨ ٤,٩٥	٢,٢٩ ٣,١٧ ٤,٤٢	٢,١٧ ٢,٩٦ ٤,٠٤	٢,٠٢ ٢,٦٦ ٣,٥٥	١,٨٣ ٢,٣٤ ٣,٠٢	١,٦١ ١,٩٥ ٢,٤٠	١,٢٥ ١,٣٨ ١,٥٦	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١
∞	٣,٨٤ ٦,٦٤ ١٠,٨٣	٢,٩٩ ٤,٦٠ ٦,٩١	٢,٦٠ ٣,٧٨ ٥,٤٢	٢,٣٧ ٣,٣٢ ٤,٦٢	٢,٢١ ٣,٠٢ ٤,١٠	٢,٠٩ ٢,٨٠ ٣,٧٤	١,٩٤ ٢,٥١ ٣,٢٧	١,٧٥ ٢,١٨ ٢,٧٤	١,٥٢ ١,٧٩ ٢,١٣	١,٠٠ ١,٠٠ ١,٠٠	٠,٠٥ ٠,٠١ ٠,٠٠١

الملحق رقم (٩)

القيم الحرجة للمدى الملاحظ "ق" (٣٦)

درجات الحرية	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات المكمه ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠
١	,٠٥	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨	١٨
	,٠١	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠	٩٠
٢	,٠٥	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩	٦,٠٩
	,٠١	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤	١٤
٣	,٠٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥	٤,٥
	,٠١	٨,٢٦	٨,٥	٨,٦	٨,٧	٨,٨	٨,٩	٨,٩	٩,٠	٩,٠	٩,٠	٩,١	٩,٢	٩,٣	٩,٣
٤	,٠٥	٣,٩٣	٤,٠١	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢	٤,٠٢
	,٠١	٦,٥١	٦,٨	٦,٩	٧,٠	٧,١	٧,١	٧,٢	٧,٢	٧,٣	٧,٣	٧,٤	٧,٤	٧,٥	٧,٥
٥	,٠٥	٣,٦٤	٣,٧٤	٣,٧٩	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣	٣,٨٣
	,٠١	٥,٧	٥,٩٦	٦,١١	٦,١٨	٦,٢٦	٦,٣٣	٦,٤٠	٦,٤٤	٦,٥	٦,٦	٦,٦	٦,٧	٦,٧	٦,٨
٦	,٠٥	٣,٤٦	٣,٥٨	٣,٦٤	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨	٣,٦٨
	,٠١	٥,٢٤	٥,٥١	٥,٦٥	٥,٧٣	٥,٨١	٥,٨٨	٥,٩٥	٦,٠	٦,٠	٦,١	٦,٢	٦,٢	٦,٣	٦,٣
٧	,٠٥	٣,٣٥	٣,٤٧	٣,٥٤	٣,٥٨	٣,٦٠	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١	٣,٦١
	,٠١	٤,٩٥	٥,٢٢	٥,٣٧	٥,٤٥	٥,٥٣	٥,٦١	٥,٦٩	٥,٧٣	٥,٨	٥,٨	٥,٩	٥,٩	٦,٠	٦,٠
٨	,٠٥	٣,٢٦	٣,٣٩	٣,٤٧	٣,٥٢	٣,٥٥	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦	٣,٥٦
	,٠١	٤,٧٤	٥,٠٠	٥,١٤	٥,٢٣	٥,٣٢	٥,٤٠	٥,٤٧	٥,٥١	٥,٥	٥,٦	٥,٧	٥,٧	٥,٨	٥,٨
٩	,٠٥	٣,٢٠	٣,٣٤	٣,٤١	٣,٤٧	٣,٥٠	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢	٤,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢	٣,٥٢
	,٠١	٤,٦٠	٤,٨٦	٤,٩٩	٥,٠٨	٥,١٧	٥,٢٥	٥,٣٢	٥,٣٦	٥,٤	٥,٥	٥,٥	٥,٦	٥,٧	٥,٧
١٠	,٠٥	٣,١٥	٣,٣٠	٣,٣٧	٣,٤٣	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٧	٣,٤٨
	,٠١	٤,٤٨	٤,٧٣	٤,٨٨	٤,٩٦	٥,٠٦	٥,١٣	٥,٢٠	٥,٢٤	٥,٢٨	٥,٣٦	٥,٤٢	٥,٤٨	٥,٥٤	٥,٥٥
١١	,٠٥	٣,١١	٣,٢٧	٣,٣٥	٣,٣٩	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٨
	,٠١	٤,٣٩	٤,٦٣	٤,٧٧	٤,٨٦	٤,٩٤	٥,٠١	٥,٠٦	٥,١٢	٥,١٥	٥,٢٤	٥,٢٨	٥,٣٤	٥,٣٨	٥,٣٩
١٢	,٠٥	٣,٠٨	٣,٢٣	٣,٣٣	٣,٣٦	٣,٤٠	٣,٤٢	٣,٤٤	٣,٤٤	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٨
	,٠١	٤,٣٢	٤,٥٥	٤,٦٨	٤,٧٦	٤,٨٤	٤,٩٢	٤,٩٦	٥,٠٢	٥,٠٧	٥,١٣	٥,١٧	٥,٢٢	٥,٢٤	٥,٢٦
١٣	,٠٥	٣,٠٦	٣,٢١	٣,٣٠	٣,٣٥	٣,٣٨	٣,٤١	٣,٤٢	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	,٠١	٤,٢٦	٤,٤٨	٤,٦٢	٤,٦٩	٤,٧٤	٤,٨٤	٤,٨٨	٤,٩٤	٤,٩٨	٥,٠٤	٥,٠٨	٥,١٣	٥,١٤	٥,١٥
١٤	,٠٥	٣,٠٣	٣,١٨	٣,٢٧	٣,٣٣	٣,٣٧	٣,٣٩	٣,٤١	٣,٤٢	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	,٠١	٤,٢١	٤,٤٢	٤,٥٥	٤,٦٣	٤,٧٠	٤,٧٨	٤,٨٣	٤,٨٧	٤,٩١	٤,٩٦	٥,٠٠	٥,٠٤	٥,٠٦	٥,٠٧
١٥	,٠٥	٣,٠١	٣,١٦	٣,٢٥	٣,٣١	٣,٣٦	٣,٣٨	٣,٤٠	٣,٤٢	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	,٠١	٤,١٧	٤,٣٧	٤,٥٠	٤,٥٨	٤,٦٤	٤,٧٢	٤,٧٧	٤,٨١	٤,٨٤	٤,٩٠	٤,٩٤	٤,٩٧	٤,٩٩	٥,٠٠

درجة الحرية	مستوى الدلالة	عدد المتوسطات المكمه ٢	٣	٤	٥	٦	٧	٨	٩	١٠	١٢	١٤	١٦	١٨	٢٠
١٦	٠,٠٥	٣,٠٠	٣,١٥	٣,٢٣	٣,٣٠	٣,٣٤	٣,٣٧	٣,٣٩	٣,٤١	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	٠,٠١	٤,١٣	٤,٣٤	٤,٤٥	٤,٥٤	٤,٦٠	٤,٦٧	٤,٧٢	٤,٧٦	٤,٧٩	٤,٨٤	٤,٨٨	٤,٩١	٤,٩٣	٤,٩٤
١٧	٠,٠٥	٢,٩٨	٣,١٣	٣,٢٢	٣,٢٨	٣,٣٣	٣,٣٦	٣,٣٨	٣,٤٠	٣,٤٢	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	٠,٠١	٤,١٠	٤,٣٠	٤,٤١	٤,٥٠	٤,٥٦	٤,٦٣	٤,٦٨	٤,٧٢	٤,٧٥	٤,٨٠	٤,٨٣	٤,٨٦	٤,٨٨	٤,٨٩
١٨	٠,٠٥	٢,٩٧	٣,١٢	٣,٢١	٣,٢٧	٣,٣٢	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٣٩	٣,٤١	٣,٤٣	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	٠,٠١	٤,٠٧	٤,٢٧	٤,٣٨	٤,٤٦	٤,٥٣	٤,٥٩	٤,٦٤	٤,٦٨	٤,٧١	٤,٧٦	٤,٧٩	٤,٨٢	٤,٨٤	٤,٨٥
١٩	٠,٠٥	٢,٩٦	٣,١١	٣,١٩	٣,٢٦	٣,٣١	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٣٩	٣,٤١	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٦	٣,٤٧	٣,٤٧
	٠,٠١	٤,٠٥	٤,٢٤	٤,٣٥	٤,٤٣	٤,٥٠	٤,٥٦	٤,٦١	٤,٦٤	٤,٦٧	٤,٧٢	٤,٧٦	٤,٧٩	٤,٨١	٤,٨٢
٢٠	٠,٠٥	٢,٩٥	٣,١٠	٣,١٨	٣,٢٥	٣,٣٠	٣,٣٤	٣,٣٦	٣,٣٨	٣,٤٠	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٦	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٤,٠٢	٤,٢٢	٤,٣٣	٤,٤٠	٤,٤٧	٤,٥٣	٤,٥٨	٤,٦١	٤,٦٥	٤,٦٩	٤,٧٣	٤,٧٦	٤,٧٨	٤,٧٩
٢٢	٠,٠٥	٢,٩٣	٣,٠٨	٣,١٧	٣,٢٤	٣,٢٩	٣,٣٢	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٣٩	٣,٤٢	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٩٩	٤,١٧	٤,٢٨	٤,٣٦	٤,٤٢	٤,٤٨	٤,٥٣	٤,٥٧	٤,٦٠	٤,٦٥	٤,٦٨	٤,٧١	٤,٧٤	٤,٧٥
٢٤	٠,٠٥	٢,٩٢	٣,٠٧	٣,١٥	٣,٢٢	٣,٢٨	٣,٣١	٣,٣٤	٣,٣٧	٣,٣٨	٣,٤١	٣,٤٤	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٩٦	٤,١٤	٤,٢٤	٤,٣٣	٤,٣٩	٤,٤٤	٤,٤٩	٤,٥٣	٤,٥٧	٤,٦٢	٤,٦٤	٤,٦٧	٤,٧٠	٤,٧٢
٢٦	٠,٠٥	٢,٩١	٣,٠٦	٣,١٤	٣,٢١	٣,٢٧	٣,٣٠	٣,٣٤	٣,٣٦	٣,٣٨	٣,٤١	٣,٤٢	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٩٣	٤,١١	٤,٢١	٤,٣٠	٤,٣٦	٤,٤١	٤,٤٦	٤,٥٠	٤,٥٣	٤,٥٨	٤,٦٢	٤,٦٥	٤,٦٧	٤,٦٩
٢٨	٠,٠٥	٢,٩٠	٣,٠٤	٣,١٣	٣,٢٠	٣,٢٦	٣,٣٠	٣,٣٣	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٤٠	٣,٤٣	٣,٤٥	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٩١	٤,٠٨	٤,١٨	٤,٢٨	٤,٣٤	٤,٣٩	٤,٤٣	٤,٤٧	٤,٥١	٤,٥٦	٤,٦٠	٤,٦٢	٤,٦٥	٤,٦٧
٣٠	٠,٠٥	٢,٨٩	٣,٠٤	٣,١٢	٣,٢٠	٣,٢٥	٣,٢٩	٣,٣٢	٣,٣٥	٣,٣٧	٣,٤٠	٣,٤٣	٣,٤٤	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٨٩	٤,٠٦	٤,١٦	٤,٢٢	٤,٣٢	٤,٣٦	٤,٤١	٤,٤٥	٤,٤٨	٤,٥٤	٤,٥٨	٤,٦١	٤,٦٣	٤,٦٥
٤٠	٠,٠٥	٢,٨٦	٣,٠١	٣,١٠	٣,١٧	٣,٢٢	٣,٢٧	٣,٣٠	٣,٣٣	٣,٣٥	٣,٣٩	٣,٤٢	٣,٤٤	٣,٤٦	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٨٢	٣,٩٩	٤,١٠	٤,١٧	٤,٢٤	٤,٣٠	٤,٣٤	٤,٣٧	٤,٤١	٤,٤٦	٤,٥١	٤,٥٤	٤,٥٧	٤,٥٩
٦٠	٠,٠٥	٢,٨٣	٢,٩٨	٣,٠٨	٣,١٤	٣,٢٠	٣,٢٤	٣,٢٨	٣,٣١	٣,٣٣	٣,٣٧	٣,٤٠	٣,٤٣	٣,٤٥	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٧٦	٣,٩٢	٤,٠٣	٤,١٢	٤,١٧	٤,٢٣	٤,٢٧	٤,٣١	٤,٣٤	٤,٣٩	٤,٤٤	٤,٤٧	٤,٥٠	٤,٥٣
١٠٠	٠,٠٥	٢,٨٠	٢,٩٥	٣,٠٥	٣,١٢	٣,١٨	٣,٢٢	٣,٢٦	٣,٢٩	٣,٣٢	٣,٣٦	٣,٤٠	٣,٤٢	٣,٤٥	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٧١	٣,٨٦	٣,٩٨	٤,٠٦	٤,١١	٤,١٧	٤,٢١	٤,٢٥	٤,٢٩	٤,٣٥	٤,٣٨	٤,٤٢	٤,٤٥	٤,٤٨
∞	٠,٠٥	٢,٧٧	٢,٩٢	٣,٠٢	٣,٠٩	٣,١٥	٣,١٩	٣,٢٣	٣,٢٦	٣,٢٩	٣,٣٤	٣,٣٨	٣,٤١	٣,٤٤	٣,٤٧
	٠,٠١	٣,٦٤	٣,٨٠	٣,٩٠	٣,٩٨	٤,٠٤	٤,٠٩	٤,١٤	٤,١٧	٤,٢٠	٤,٢٦	٤,٣١	٤,٣٤	٤,٣٨	٤,٤١

PREFACE

It is difficult to define the nature and scope of a subject like the educational indicators and use of the mathematics in human sciences. Many authors have recognized the benefits of systematic approach which solve the problems of educational research, Yet still the domain lacks some practical guidelines. This book is an attempt to present some mathematical models for educationalists, psychologists, and sociologists.

It is a handbook for faculty members or a text book for graduite students in fields like education, psychology, and sociology. The material covered in this book fill the gap mentioned above, i.e. practical guidelines in fields like educational indicators in particular, and methodology of educational research in general.

This book had its origins in 1982, when the author and his family were visiting Indiana University (Bloomington) and carried some researchs there for a whole year. In the first month of the year , the book was prepared as an article for study about the educational indicators and its history, but it developed and is extended to cover areas like the mathematical rules, formulas, and the analysis and treatment of research data.

INDIANA UNIVERSITY

BLOOMINGTON; Ramadan, 27/1402

ASSIUT UNIVERSITY
FACULTY OF EDUCATION
FOUNDATIONS OF EDUCATION DEPARTMENT

EDUCATIONAL INDICATORS AND USE OF THE MATHEMATICS IN HUMAN SCIENCES

DR. ABD ALLAH EL-SAYED ABDEL-GAWAD
LECTURER-FOUNDATIONS OF EDUCATION DEPARTMENT

1982